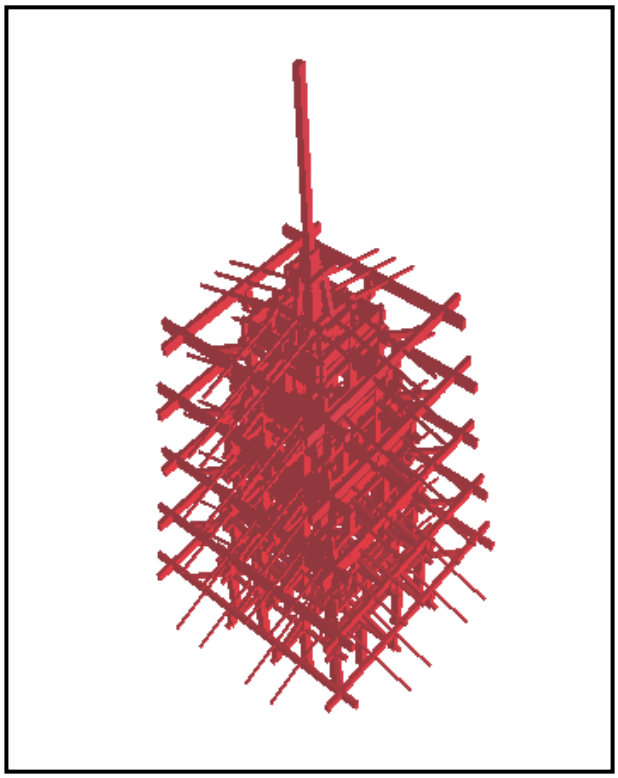
構造力学　基礎の初歩　SPACE による解析結果の検証

Verification of Analysis Results by SPACE on Structural Mechanics

SPace frame Analysis package for Civil Engineers, researchers and students



法隆寺 5 重の塔　制作：所司 卓也 氏

構造力学　基礎の初歩
SPACE による解析結果の検証

このテキストは、「構造力学　基礎の初歩」で引用した例題や課題の解析結果を、SPACE による数値解析で検証し、まとめたものです。骨組部材の断面力や各節点の変位が生のデータとして示されています。また、曲げモーメント図やせん断力図、変形図が表示されており、理論で求めた各断面力図と比較することができるようになっています。

SPACE で使用した一連のファイル名も表示されています。このファイルを用いて SPACE を動作させ、より多くの情報を得ることが可能です。さらに、テキストで用いた解析モデルとは異なるモデルを作成し、数値計算を実施してみましょう。理論解と共に SPACE の使用法が、より深く理解できるようになるでしょう。

求めた解析解が正解か、あるいは精度の良い近似解か、間違っていないか等、確信が得られない場合が良くあります。そのため、例題や問題を解いた後、解答を見て、自分の解が正解かどうか確認します。しかし、一般の社会では常に解答が得られるとは限りません。解答がない場合が多いでしょう。研究や設計でも、必要となる解析モデルには理論解はありません。数値計算で解を求めるわけですが、その結果が正しいと如何に担保すべきか、本当に悩みます。

ダブルチェックを行うことで、解の検証を行うことができる場合があります。2 回数えることで、個数の正しさがグッと増します。他人に行ってもらえば、さらに正確さが増すでしょう。ダブルチェックを異なる手法で行えば、尚更です。例えばこのテキストでは、理論解を SPACE による数値計算で検証します。SPACE は有限要素法であり、テキストの解析手法とは異なっています。同じ結果が得られれば、解の妥当性ははるかに増加することになります。

研究や設計で用いる解析モデルは、ほとんどの場合、理論解はありません。複雑且つ精密なモデルで精度良く解析を行うためには、膨大な情報量を設定しなければなりません。そこには各種の間違いや誤差が発生する可能性があります。数値解析結果の妥当性を確認するためには、やはりダブルチェックが必要です。技術者の豊富な経験や知識で、得られた解や結果を検証します。それでも不足な場合、適切で簡易な解析モデルを作成して理論解を求め、両者を比較検討します。そのためには高度な構造力学的知識が必要となります。まずは第一歩を踏み出しましょう。

2020 年 4 月 1 日

村田　賢

目　次

付　基礎の初歩　SPACE による解析結果の検証

□付１話　はじめに 1
□付２話　基本構造の曲げモーメント図を求める(基礎２４話) 7
□付３話　切断法で断面力を求める(基礎２８話) 13
□付４話　基本構造の外力を変更して断面力分布を求める(基礎３１話) 16
□付５話　基本構造の応用による応力解析　単純支持型梁(基礎３４話) 28
□付６話　基本構造の応用による応力解析　片持ち型梁(基礎３５話) 32
□付７話　基本構造の応用による応力解析　単純支持門型ラーメン(基礎３６話) 36
□付８話　基本構造の応用による応力解析　逆対称条件による門型ラーメン(基礎３７) 41
□付９話　基本構造の応用による応力解析　3 ヒンジラーメン(基礎３８) 45
□付１０話　基本構造の応用による応力解析　方杖付き骨組(基礎４１) 52
□付１１話　トラス基本構造の応力解析(基礎４３話) 59
□付１２話　トラス構造の応力解析(基礎４５話) 62
□付１３話　基本構造のたわみを求める(基礎５２話) 68
□付１４話　モールの定理でたわみを求める(基礎５６話) 72
□付１５話　仮想仕事の原理で骨組変位を求める(基礎６０話) 75
□付１６話　不静定構造のたわみと断面力(基礎６３話) 84
□付１７話　たわみ角法による簡単な不静定構造の応力解析(基礎７４話) 98
□付１８話　整形門型ラーメンの応力解析(基礎７９話と基礎８０話) 102
□付１９話　整形多層ラーメンの応力解析(基礎８４話) 114
□付２０話　異形ラーメンの応力解析(基礎９４話) 122
□付２１話　固定法の解析手法誘導(基礎９９話) 126
□付２２話　固定法による節点移動のない不静定構造の応力解析(基礎１０３話) 130
□付２３話　固定法による節点移動のある場合の解析手法の誘導(基礎１０５話) 134
□付２４話　多層骨組で節点移動のある場合の解析手法の誘導(基礎１１２話) 141
□付２５話　カーニー法による節点移動のある場合の解析手法の誘導(基礎１１７話) 146
□付２６話　固定法による節点移動のある場合の不静定構造の応力解析(基礎１２０話) 149
□付２７話　オイラー座屈を知る(基礎１２８話) 159
□付２８話　仮想仕事の原理による骨組の崩壊解析(基礎１３６話と１４０話) 162

付１話 はじめに

この付録は、本文に出てきた例題を、解析ソフトの SPACE を用いて数値計算し、答え合わせを行うことを目的としている。SPACE を使用するため、読者の皆さんは、まずは SPACE をダウンロードし、基本的な使用法をマニュアルに従って練習されたい。SPACE の部材モデルは有限要素法を使用し、ティモシェンコ梁でせん断変形を、3 次元骨組で軸方向変位を考慮している。従って、テキストの解析結果を検証するためには「1：平面問題、2：軸方向剛性を無限大にする、3：せん断変形を無視する」の 3 つを指定し、解析解の仮定と同じにしなければならない。また、応力や節点変位を確認するため、「節点の変位や断面力を出力する」にチェックマークを入れる必要がある。以上の指定を次の手続きで行うことにしよう(図 1 参照)。

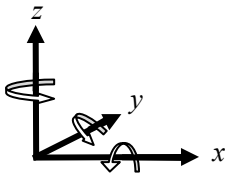


図 2 骨組の座標系

１：メニューの「I/O データ」→「静的解析用データ」→「静的解析コントロールデータ」を選択し、図 1 の「静的解析用コントロールデータ」ダイアログを表示させる。その中の解析種別で「2 次元解析（X-Z）平面」を選択する(図中の赤丸部)。これで使用する 2 次元座標系が図 2 のようになり、回転方向の正は時計回りとなる。

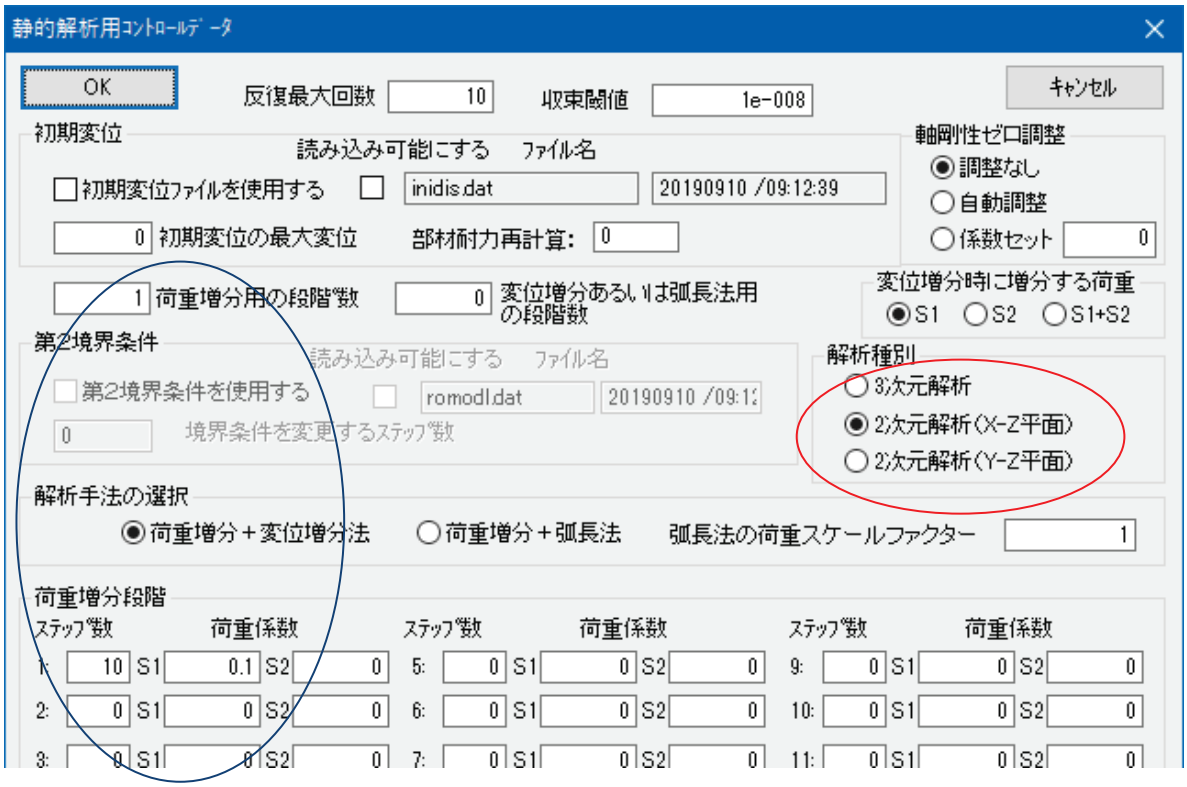


図 1 静的解析用コントロールダイアログで 2 次元解析を指定を指定する

２：メニューの「I/O データ」→「静的解析用データ」→「静的解析条件の選択及び出力コントロールデータ」を選択し、「静的解析の出力・解析制御に関するコントロールデータ」ダイアログを表示させる。ここで、「せん断変形を考慮しない」にチェックマークを入れ(赤丸部)、また「SOUTPUT に応力出力」の項で、出力を選択する(青丸部)。

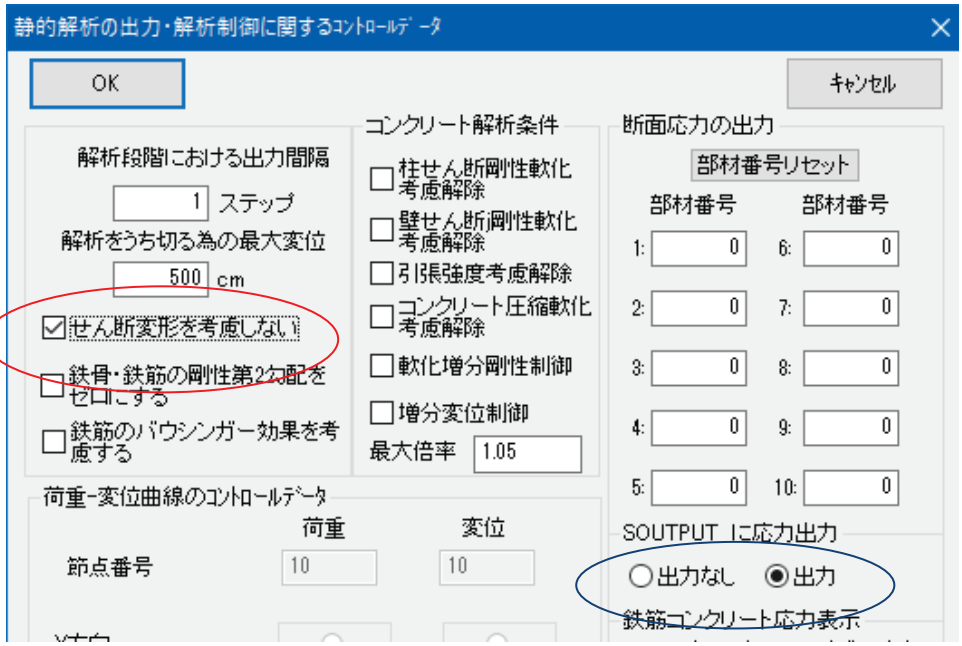


図 3 静的解析の出力・解析制御に関するコントロールダイアログで上記２の 2 つを指定する

３：テキストで用いている理論は、軸方向変位を考慮していない。そのため数値計算では軸方向剛性を無限大にすべきであるが、ここでは断面積を 1000 倍にし、軸方向剛性を大きくすれば良い。その処理方法は、まず解析モデルが構築された後、再度「要素データの設定」をクリックし、「変更・削除、復帰」ボタンを押す。「要素データ変更」ダイアログを表示させて、赤丸部分の断面積を 1000 倍にする。後は、OK ボタンを押し、最後にファイルに書き込む。これで軸方向剛性が圧倒的に大きくなり、ほとんど理論と同じ条件となる。

たわみ角法や固定法では、部材の曲げ剛性を剛比で与える場合がある。通常の断面による断面特性ではこの剛比に合わせた特性を選択できない。そこで、モデルの剛比に合わせて断面二次モーメントを変化させることが必要となる。断面積の変更と同様に、青色部分の断面二次モーメントを変更すれば良い

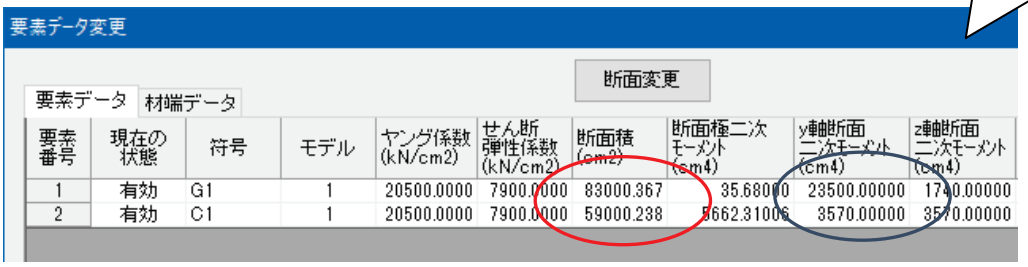


図 4 要素データ変更ダイアログで断面積を 1000 倍にする

このテキストの解析モデルを数値計算する際、上記の設定を行い、解析結果の検証を行うことになる。この付録で数値計算した解析モデルに

は全てこの設定が施されている。さらにテキストの静的解析結果を確認し易くするため、図１の青丸部のように荷重を 10 分割して増分解析を行う。従って、SOUTPUT の応力・変位の出力も 10 分割で出力される。

SPACE では、立体骨組を基本としているため、平面問題は x－z 平面かもしくは y－z 平面を使用するように設計されている。理論解析で用いた x－y 平面は使用できないため、ここでは、図２の x－z 平面を用いて、理論解の検証を行っている。そのため、**理論と同様に下向きに荷重を加えると、得られた曲げモーメントとせん断力の符号が逆となって得られる。ただし、軸力の符号と曲げモーメント図が引張側に描かれることは同じである。**

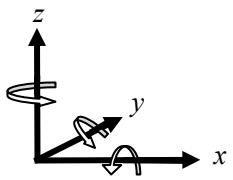


図 2 SPACE で使用する骨組の座標系

このテキストでは、赤い四角で囲われた座標系を用いる

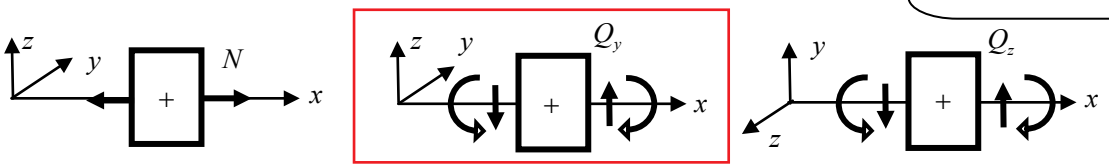
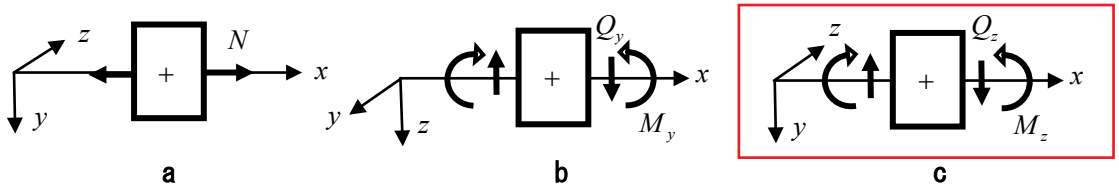


図 5(a)　SPACE で用いられる立体断面力の符号規則



a　　b　　c

図 5(b)　梁理論で用いられる x-y 平面における断面力

SPACE を用いて、**内部にヒンジのある骨組とトラス構造の応力解析を行う**ためには、次のような少し複雑な手続きが必要である。次のⅠとⅡで説明しよう。

Ⅰ：平面骨組内にヒンジのある構造の構築

例として、スパンが 6m、階高 4m で梁中央にヒンジのある３ヒンジ門型ラーメンを、SPACE のモデラーで作成する。最初に節点６は剛接合とし、一般の門型ラーメンを構築する。次にヒンジを設定する。操作法を良く理解しよう。

１：通常の操作で、平面門型ラーメンモデルを作成する。

２：境界条件として、柱脚節点をピン支持とする。

３：荷重として、梁中央に長期荷重用の鉛直荷重 100KN を設定する。

これで、図６に示す門型ラーメンの解析モデルが構築されたわけであるが、一度、設定した情報をファイルに保存しよう。これだけで静的解析が可能であり、弾性解析を実施する。曲げモーメント分布が図７のように得られており、作成したモ

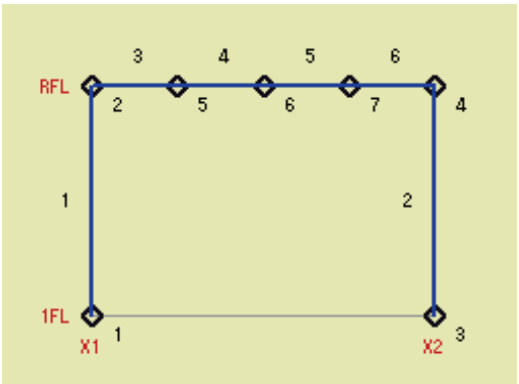


図 6 門型ラーメン

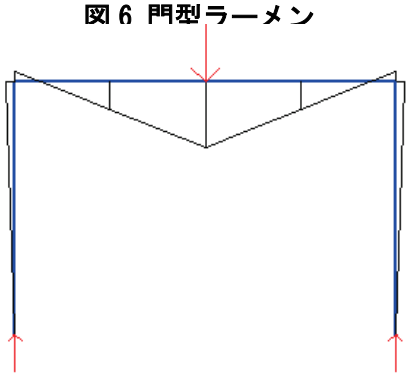


図 7 曲げモーメント図

デルが適切であることが分かる。ここまでに各種のエラーが出るようであればマニュアルを参照し、解析パラメータや静的解析結果出力ファイルを見ることで、それらのエラーを取り除いておこう。

次は、いよいよ、節点６のヒンジ部で梁部材を切り離し、節点の同一化を行って、ピン接合モデルを作成する。

４：ヒンジ節点上に、１つの実節点を挿入する。ここでは、立面図を用いて操作する。まず「通り芯節点と実節点の切り替え」チップを押し、入力を実節点とする。その後「節点の追加」チップを押し、梁中央の上部位置をクリックして、１つの実節点を割り付ける。操作終了チップを押した後、節点番号を表示させる。

５：「集団による設定」に変更した後、梁作成チップを押し、さらに、梁全体をドラックして囲むと図８の該当する部材情報が示される。両端情報タブで、図６を参照しながら、部材番号５のｉ端節点番号を６から８に変更する。部材情報ダイアログで「OK」ボタンを押すと、図９のようにヒンジ接合部材が分離されて表示される。

６：節点６と８の変位を同一とする操作を行う。「他節点と変位同一化設定」チップを押し、節点自由度の表示を図 10 のように設定する。ここでは、３つの変位を同一化し、回転角を独立とする。図９で、まず節点８を押し、続いて６を押す。この操作で、最初に押した節点の自由度が同一化される。節点情報の境界条件を表示させると、図 11 のように、節点８の (x,y,z) 方向の変位 (u,v,w) が節点６の同方向の変位と同一視されていることが分かる。

７：同一化した節点の座標を同じとする。梁での操作と同様に、集団による設定に変更した後、節点追加チップを押し、さらに梁の節点全

節点番号と部材の回転に注意。ｉ端の節点番号が部材座標系の原点となり、90 度の部材回転によって断面二次モーメントが逆になる

部材情報

使用種別　両端情報

部材番号	ｉ端節点番号	ｊ端節点番号	ｉ端剛域長さ	ｊ端剛域長さ
3	2	5	0.00	0.00
4	5	6	0.00	0.00
5	8	7	0.00	0.00
6	7	4	0.00	0.00

図 8　節点番号の付け替え

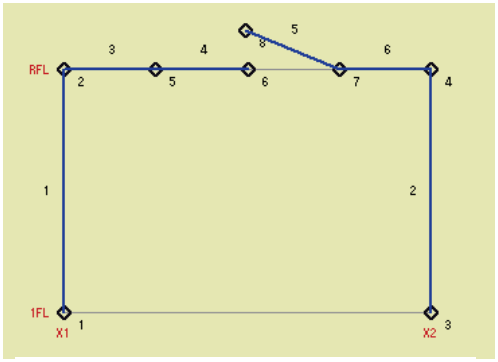


図 9 節点が 2 つに分離したモデル

図 10　ヒンジ作成のための節点の同一視設定

節点情報

座標　局所座標系　境界条件・剛床　静的荷重1　静的荷重2　動的荷重1　動的荷重2

節点番号	変位u(x)	変位v(y)	変位w(z)	回転θx	回転θy	回転θz	剛床番号
2	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0
8	-61	-62	-63	0	0	0	0

図 11 節点情報により、節点 6 と 8 が 3 方向変位同一視されていることを確認する

例えば-61 では、負符号は特殊処理、ここでは同一視を意味し、最後の桁番号を除いた数字 6 は節点番号、最後の番号 1 は x 方向自由度を表す

体をドラックして囲むと該当する節点情報が得られ、そこで、最後に追加した節点の座標を、ヒンジ位置の節点と同じ座標に変更する。

以上の操作で、一つのヒンジが設定できたことになる。テキストの３ヒンジラーメンの数値解析では、このような操作を行って解析モデルを作成している。SPACE によって求めた３ヒンジ門型ラーメンに関する曲げモーメント図が図 12 に示されている。

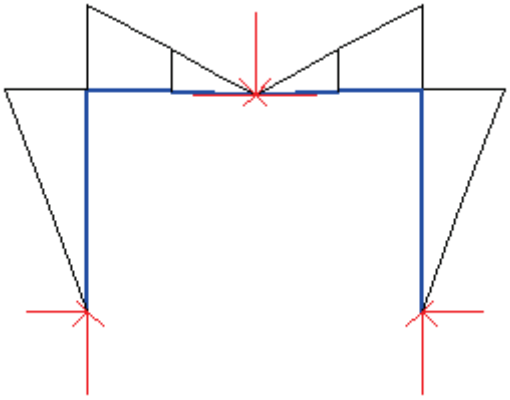


図 12 梁中央にヒンジのある門型ラーメンの曲げモーメント図

Ⅱ：平面トラス構造の解析

トラス構造を応力解析するためには、節点の自由度を 6 から 3 に、また平面トラスでは 2 自由度に変更し、さらに部材が曲げ変形しないために、使用部材の断面二次モーメントをゼロにしなければならない。そのため、境界条件や部材情報を利用して、少し複雑な設定を行う。

トラス構造では、**テキストの解析結果を検証するために行う操作「１：平面問題、２：軸方向剛性を無限大にする、３：せん断変形を無視する」の内、１と３の処理を行い、断面積は使用部材の値をそのまま使用する。**さらに部材の断面二次モーメントをゼロにする。また応力や節点変位を確認するため、「節点の変位や断面力を出力する」にチェックマークを入れる。

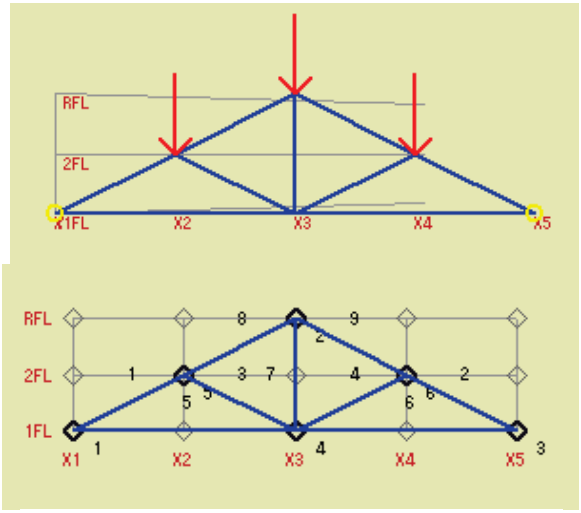


図 13 平面トラス構造

まず、通常の方法で、使用部材の設定と構造物の形状を作成、荷重を設定する。その後、次の順序に従って変更を加える。ここでは例として図 13 の平面トラス構造を用いて、操作法を示す。

１：節点の回転自由度を拘束する

各種の方法があるが、最も簡単な方法は、図 14 のように境界条件を設定し、構造物全体を囲い、全節点の境界に適用する。この操作を行うために、まず立面図で「実節点、集団による設定」に変更する。次に境界条件の登録ボタンを押し、図 14 の境界設定ダイアログで、図のように 3 方向の回転拘束指定を行う。続いて立面図でトラス構造全体を閉曲線で囲み、全節点に上記の境界条件を加える。この操作で、全節点の回転方向変位が拘束されたことになる。

２：続いて、支持点の境界を設定する

ここでは、節点 1 と 3 に通常の方法で、各々ピン支持とローラー支持の境界条件を指定する。節点の拘束状態を確認するために、図 15 の節点情報の境界条件を表示させる。同図中の赤丸のように、全節

点で、(x,y,z) 方向の変位 $(\theta_x,\theta_y,\theta_z)$ が拘束されているが分かる。

節点情報

座標 | 局所座標系 | 境界条件･剛床 | 静的荷重1 | 静的荷重2 | 動的荷重1 | 動的荷重2 | 動的

節点番号	変位u(x)	変位v(y)	変位w(z)	回転θx	回転θy	回転θz	剛床番号
1	-1	0	-1	-1	-1	-1	0
2	0	0	0	-1	-1	-1	0
3	0	0	-1	-1	-1	-1	0
4	0	0	0	-1	-1	-1	0
5	0	0	0	-1	-1	-1	0
6	0	0	0	-1	-1	-1	0

図 15　トラス構造における全節点の境界条件(-1:拘束、0：自由)

３：使用トラス部材の断面二次モーメントをゼロに設定する

次に、トラスに使用されている部材の断面二次モーメントを、要素データ変更ダイアログを用いて、図 16 のようにゼロに変更する。

要素データ変更

断面変更

要素データ | 材端データ

要素番号	現在の状態	符号	モデル	ヤング係数 (kN/cm2)	せん断弾性係数 (kN/cm2)	断面積 (cm2)	断面極二次モーメント (cm4)	y軸断面二次モーメント (cm4)	z軸断面二次モーメント (cm4)
1	有効	G1	1	20500.0000	7900.0000	146.30000	55075.85938	0.00000	0.00000

図 16　要素データ変更ダイアログで断面二次モーメントをゼロにする

図 14　トラス構造の解析のための境界条件設定

全ての情報をファイルに出力し、静的解析を実施する。正常終了した後、メニューの「表示」→「静的解析の途中経過の表示」を選択すると、SOUTPUT ファイルがメモ帳で開かれ、解析経過が表示される。そこでは、最初に基本的解析用のデータが出力されており、次に使用する要素モデルデータでは、使用部材の断面特性が表示されている。その中で、使用する部材要素の断面特性が示されており、特にトラス構造では、以下のように、断面二次モーメントがゼロに設定されている。

SPACE による表示の単位は、N_x,Q_y,Q_z では kN、M_x,M_y,M_z では $kNcm$ である。注意されたい。

要素モデルデータ

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	0.2050E+05	0.7900E+04	0.1463E+03	0.5508E+05	0.0000E+00	0.0000E+00

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	-33.5411	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-33.5411	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	1	-33.5412	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-33.5412	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

:

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
2	0.30008748E-02	0.00000000E+00	-0.12991537E-01	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00

.

上記の断面力と変位は、先に設定したように 10 回目の解析結果である。

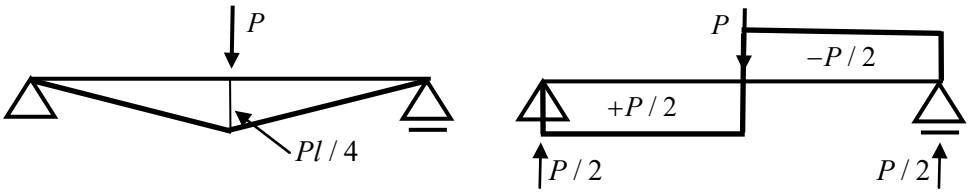
付２話　基本構造の曲げモーメント図を求める(基礎２４話)

ex3_1 ~ ex3_4
上記の名称は、SPACE で用いたファイル名を表す

ここでは、図１と２の静定基礎構造について、SPACE による応力解析を行い、解析解と比較することで結果の検証を行う。

1：図 1(a) 中央集中荷重を受ける単純梁(ex3_1)

解析解である曲げモーメント図とせん断力図を図 3 に示す。



(a) 曲げモーメント図　　(b) せん断力図

図 3 単純梁＋中央集中荷重の断面力図

数値解析モデルは、スパン $l=10m$ 、集中荷重 $P=10kN$ である。

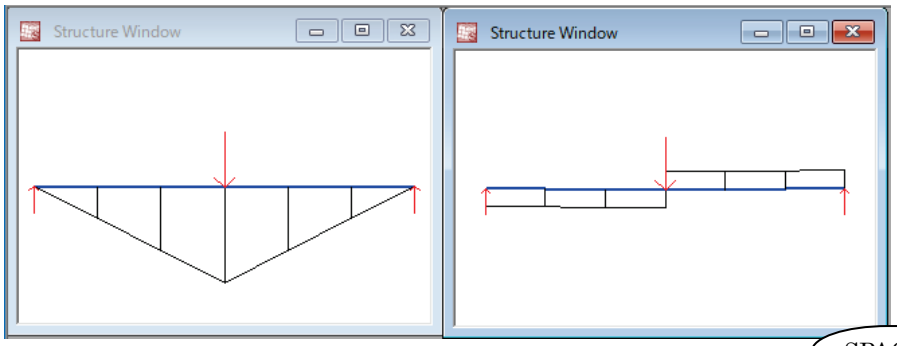
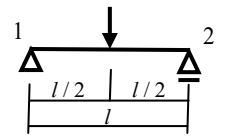
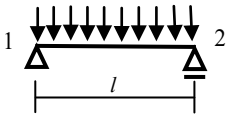


図 4　SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

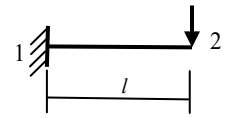


(a) 中央集中荷重

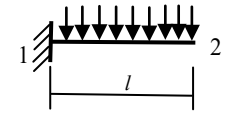


(b) 等分布荷重

図 1 単純梁



(a)　先端集中荷重



(b) 等分布荷重

図 2 片持ち梁

SPACE による表示の単位は、長さは cm 、力は kN を使用する。例えば、ヤング係数は kN/cm^2 、断面二次モーメントは cm^4 である。

使用した梁材の断面性能は以下のようであり、

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	0.2050E+05	0.7900E+04	0.8337E+02	0.3568E+02	0.2350E+05	0.1740E+04

解析で求めた最大曲げモーメントとせん断力は次式で与えられる。

$$M_{\max}=Pl/4=10\cdot10/4=25kNm;\quad Q=P/2=5kN$$

また、最大たわみと最大回転角は次のようである。

$$\theta_{\max}=\frac{Pl^2}{16EI}=\frac{10\cdot1000^2}{16\cdot20500\cdot23500}=0.1297\cdot10^{-2}$$

$$v_{\max}=\frac{Pl^3}{48EI}=\frac{10\cdot1000^3}{48\cdot20500\cdot23500}=0.4325cm$$

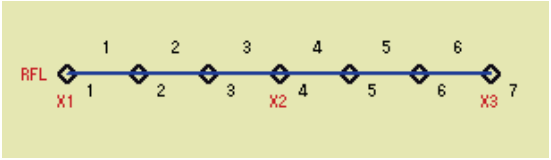


図 5 解析モデルの節点番号と部材番号

SPACE で使用する単位は、N_x,Q_y,Q_z では kN 、M_x,M_y,M_z では $kNcm$ である。

SPACE による各部材の断面力と節点変位を示す。

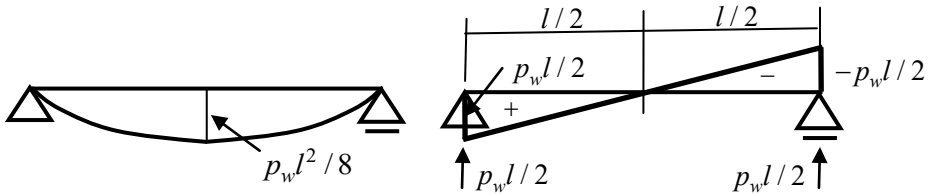
部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	0.0000	0.0000	-5.0000	0.0000	0.0000	0.0000

		0.0000	0.0000	-5.0000	0.0000	-833.3335	0.0000
2	1	0.0000	0.0000	-5.0000	0.0000	-833.3335	0.0000
		0.0000	0.0000	-5.0000	0.0000	-1666.6665	0.0000
3	1	0.0000	0.0000	-5.0000	0.0000	-1666.6665	0.0000
		0.0000	0.0000	-5.0000	0.0000	**-2500.0000**	0.0000
4	1	0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	-2500.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	-1666.6665	0.0000
5	1	0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	-1666.6665	0.0000
		0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	-833.3330	0.0000
6	1	0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	-833.3330	0.0000
		0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	0.0000	0.0000

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	**0.12973534E-02**	0.00000000E+00
2	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.20821725E+00	0.00000000E+00	0.11532030E-02	0.00000000E+00
3	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.36838427E+00	0.00000000E+00	0.72075200E-03	0.00000000E+00
4	0.00000000E+00	0.00000000E+00	**-0.43245113E+00**	0.00000000E+00	0.82670416E-18	0.00000000E+00
5	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.36838427E+00	0.00000000E+00	-0.72075200E-03	0.00000000E+00
6	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.20821714E+00	0.00000000E+00	-0.11532032E-02	0.00000000E+00
7	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.12973534E-02	0.00000000E+00

2：図 1(b)等分布荷重を受ける単純梁(ex3_2)

解析解である曲げモーメント図とせん断力図を、図 6 に示す。



(a) 曲げモーメント図　　**(b) せん断力図**

図 6 等分布荷重を受ける単純梁の断面力図

数値解析モデルは、スパン $l=10m$ 、等分布荷重 $p_w=1kN/m$ である。

使用した梁材の断面性能は、

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.8337E+02	0.3568E+02	**0.2350E+05**	0.1740E+04

であり、梁の最大曲げモーメントとせん断力は、

$$M_{\max}=p_w l^2/8=1\cdot 10^2/8=12.5kNm;$$

$$Q_{\max}=p_w l/2=5kN$$

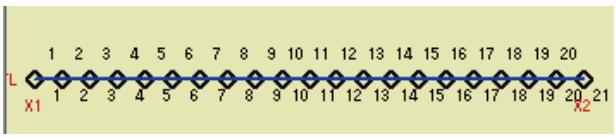


図 7 解析モデルの節点番号と部材番号

最大たわみと最大回転角は次のようである。

$$\theta_{\max}=\frac{p_w l^3}{24EI}=\frac{0.01\cdot 1000^3}{24\cdot 20500\cdot 23500}=0.8649\cdot 10^{-3}$$

$$v_{\max}=\frac{5p_w l^4}{384EI}=\frac{5\cdot 0.01\cdot 1000^4}{384\cdot 20500\cdot 23500}=0.2703cm$$

SPACE には分布荷重が用意されていないため、部材を 20 分割し、集中荷重に置き直す。従って、少しの誤差が含まれる。

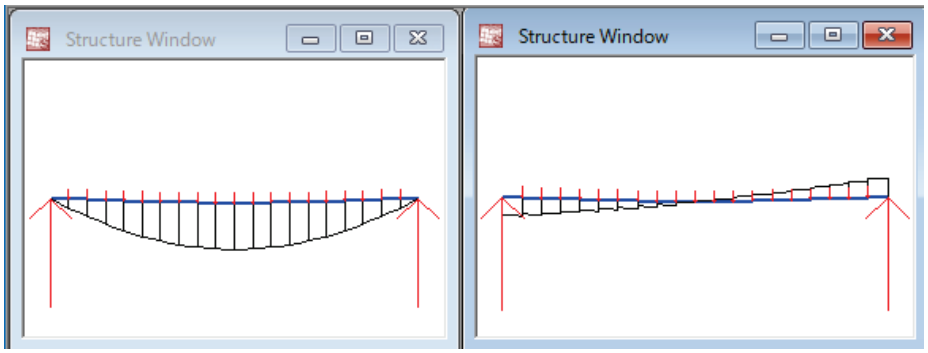


図 8 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

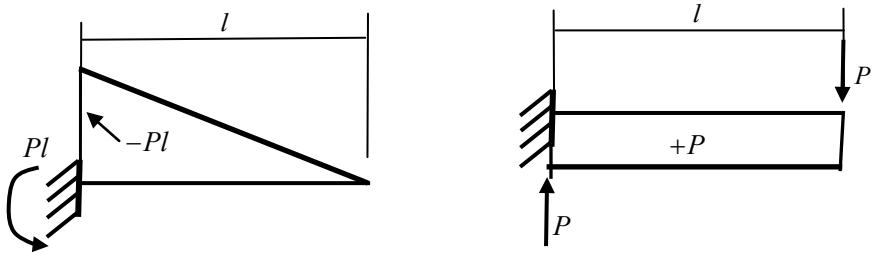
対称応力・対称変位であることから、表示は骨組の半分とする。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	0.0000	0.0000	**-4.7500**	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-4.7500	0.0000	-237.5000	0.0000
2	1	0.0000	0.0000	-4.2500	0.0000	-237.5000	0.0000
		0.0000	0.0000	-4.2500	0.0000	-450.0000	0.0000
3	1	0.0000	0.0000	-3.7500	0.0000	-450.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-3.7500	0.0000	-637.5000	0.0000
4	1	0.0000	0.0000	-3.2500	0.0000	-637.5000	0.0000
		0.0000	0.0000	-3.2500	0.0000	-800.0000	0.0000
5	1	0.0000	0.0000	-2.7500	0.0000	-800.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-2.7500	0.0000	-937.5000	0.0000
6	1	0.0000	0.0000	-2.2500	0.0000	-937.5000	0.0000
		0.0000	0.0000	-2.2500	0.0000	-1050.0000	0.0000
7	1	0.0000	0.0000	-1.7500	0.0000	-1050.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-1.7500	0.0000	-1137.5000	0.0000
8	1	0.0000	0.0000	-1.2500	0.0000	-1137.5000	0.0000
		0.0000	0.0000	-1.2500	0.0000	-1200.0000	0.0000
9	1	0.0000	0.0000	-0.7500	0.0000	-1200.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-0.7500	0.0000	-1237.5000	0.0000
10	1	0.0000	0.0000	-0.2500	0.0000	-1237.5000	0.0000
		0.0000	0.0000	-0.2500	0.0000	**-1250.0000**	0.0000

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	**0.86274004E-03**	0.00000000E+00
2	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.42931587E-01	0.00000000E+00	0.85041515E-03	0.00000000E+00
3	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.84652312E-01	0.00000000E+00	0.81473793E-03	0.00000000E+00
4	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.12405942E+00	0.00000000E+00	0.75830310E-03	0.00000000E+00
5	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.16017990E+00	0.00000000E+00	0.68370526E-03	0.00000000E+00
6	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.19217047E+00	0.00000000E+00	0.59353921E-03	0.00000000E+00
7	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.21931760E+00	0.00000000E+00	0.49039960E-03	0.00000000E+00
8	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.24103746E+00	0.00000000E+00	0.37688116E-03	0.00000000E+00
9	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.25687596E+00	0.00000000E+00	0.25557863E-03	0.00000000E+00
10	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.26650882E+00	0.00000000E+00	0.12908666E-03	0.00000000E+00
11	0.00000000E+00	0.00000000E+00	**-0.26974139E+00**	0.00000000E+00	0.34423419E-17	0.00000000E+00

等分布荷重を集中荷重に置き換えていることから、得られた結果に誤差が含まれている。ただし、断面力分布の定性的傾向は良く合っている。

3：図 2(a)先端集中荷重を受ける片持ち梁(e3_3)



(a) 曲げモーメント図　　(b) せん断力図

図 9 先端集中荷重＋ 片持ち梁の断面力図

数値解析モデルは、スパン $l=10m$ 、集中荷重 $P=10kN$ である。

使用した梁材の断面性能:

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	0.2050E+05	0.7900E+04	0.8337E+02	0.3568E+02	0.2350E+05	0.1740E+04

梁の最大曲げモーメントとせん断力：

$$M_{\max}=-Pl=-10\cdot 10=-100kNm;\quad Q_{\max}=P=10kN$$

このモデルの最大たわみと最大回転角:

$$\theta_{\max}=\frac{Pl^2}{2EI}=\frac{10\cdot 1000^2}{2\cdot 20500\cdot 23500}=0.01038$$

$$v_{\max}=\frac{Pl^3}{3EI}=\frac{10\cdot 1000^3}{3\cdot 20500\cdot 23500}=6.919cm$$

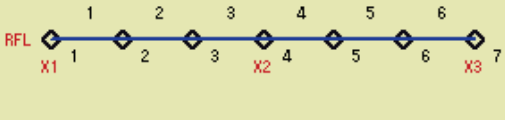


図 10 解析モデルの節点番号と部材番号

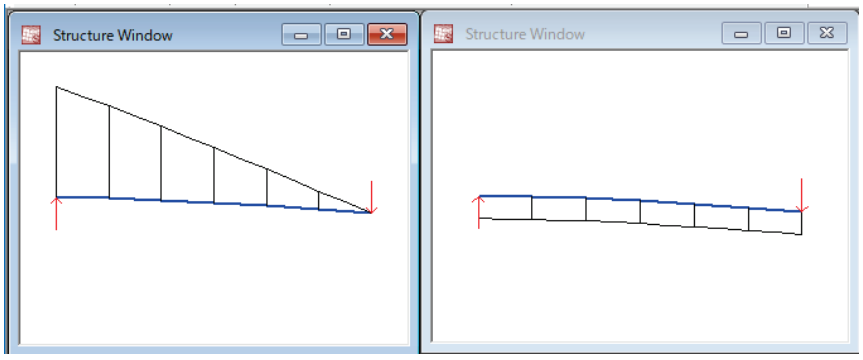


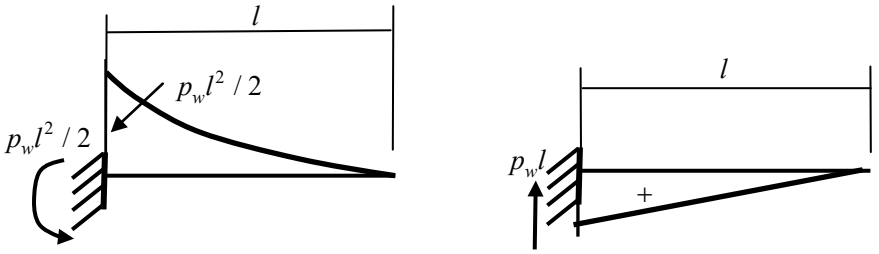
図 11 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	10000.0001	0.0000
		0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	8333.3331	0.0000
2	1	0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	8333.3331	0.0000
		0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	6666.6671	0.0000
3	1	0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	6666.6671	0.0000
		0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	5000.0001	0.0000
4	1	0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	5000.0001	0.0000
		0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	3333.3330	0.0000
5	1	0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	3333.3330	0.0000

		0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	1666.6660	0.0000
6	1	0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	1666.6660	0.0000
		0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	0.0000	0.0000

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
2	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.27228415E+00	0.00000000E+00	0.31713089E-02	0.00000000E+00
3	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.10250691E+01	0.00000000E+00	0.57660146E-02	0.00000000E+00
4	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.21622558E+01	0.00000000E+00	0.77841207E-02	0.00000000E+00
5	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.35877430E+01	0.00000000E+00	0.92256246E-02	0.00000000E+00
6	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.52054310E+01	0.00000000E+00	0.10090527E-01	0.00000000E+00
7	0.00000000E+00	0.00000000E+00	**-0.69192181E+01**	0.00000000E+00	**0.10378827E-01**	0.00000000E+00

4：図 2(b)等分布荷重を受ける片持ち梁(ex3_4)



(b) 曲げモーメント図　　(b) せん断力図

図 12 等分布荷重を受ける片持ち梁の断面力図

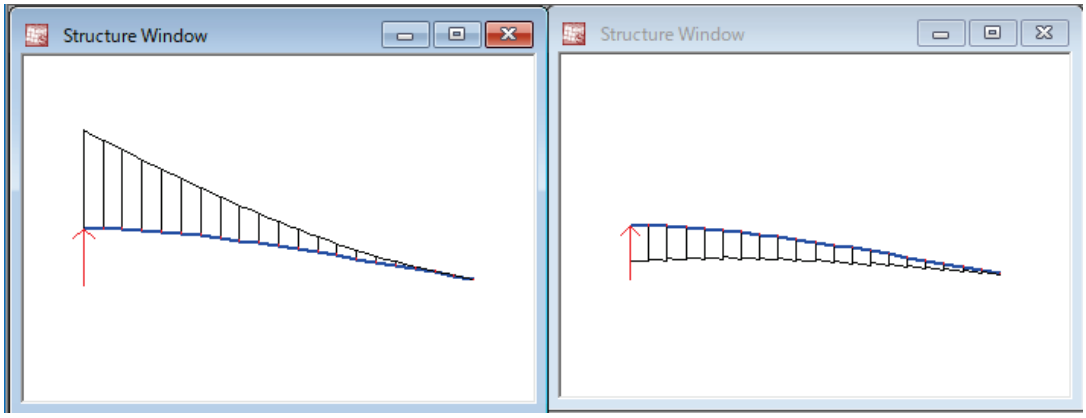


図 14 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

数値解析モデルは、スパン $l=10m$ 、等分布荷重 $p_w=1kN/m$ である。

使用した梁材の断面性能:

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.8337E+02	0.3568E+02	**0.2350E+05**	0.1740E+04

梁中の曲げモーメントとせん断力：

$$M_{\max}=-p_w l^2/2=-1\cdot 10^2/2=-50kNm;$$

$$Q_{\max}=p_w l=10kN$$

このモデルの最大たわみと最大回転角:

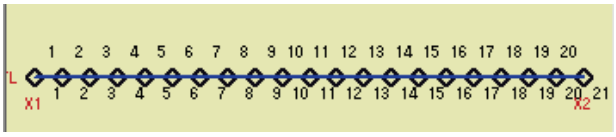


図 13 解析モデルの節点番号と部材番号

$$\theta_{\max} = \frac{p_w l^3}{6EI} = \frac{0.01 \cdot 1000^3}{6 \cdot 20500 \cdot 23500} = 0.3460 \cdot 10^{-2}$$

$$v_{\max} = \frac{p_w l^4}{8EI} = \frac{0.01 \cdot 1000^4}{8 \cdot 20500 \cdot 23500} = 2.595cm$$

SPACE には分布荷重が用意されていないため、部材を 20 分割し、集中荷重に置き直す。従って、**少しの誤差が含まれる**。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	0.0000	0.0000	**-9.7500**	0.0000	**5000.0001**	0.0000
		0.0000	0.0000	-9.7500	0.0000	4512.5001	0.0000
2	1	0.0000	0.0000	-9.2500	0.0000	4512.5001	0.0000
		0.0000	0.0000	-9.2500	0.0000	4050.0001	0.0000
3	1	0.0000	0.0000	-8.7500	0.0000	4050.0001	0.0000
		0.0000	0.0000	-8.7500	0.0000	3612.5001	0.0000
4	1	0.0000	0.0000	-8.2500	0.0000	3612.5001	0.0000
		0.0000	0.0000	-8.2500	0.0000	3200.0000	0.0000
5	1	0.0000	0.0000	-7.7500	0.0000	3200.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-7.7500	0.0000	2812.5000	0.0000
18	1	0.0000	0.0000	-1.2500	0.0000	112.5000	0.0000
		0.0000	0.0000	-1.2500	0.0000	50.0000	0.0000
19	1	0.0000	0.0000	-0.7500	0.0000	50.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-0.7500	0.0000	12.5000	0.0000
20	1	0.0000	0.0000	-0.2500	0.0000	12.5000	0.0000
		0.0000	0.0000	-0.2500	0.0000	0.0000	0.0000

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
2	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.12551894E-01	0.00000000E+00	0.49364299E-03	0.00000000E+00
3	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.48542641E-01	0.00000000E+00	0.93798654E-03	0.00000000E+00
4	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.10557213E+00	0.00000000E+00	0.13356253E-02	0.00000000E+00
5	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.18137001E+00	0.00000000E+00	0.16891542E-02	0.00000000E+00
6	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.27379563E+00	0.00000000E+00	0.20011677E-02	0.00000000E+00
7	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.38083810E+00	0.00000000E+00	0.22742606E-02	0.00000000E+00
8	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.50061625E+00	0.00000000E+00	0.25110275E-02	0.00000000E+00
9	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.63137865E+00	0.00000000E+00	0.27140633E-02	0.00000000E+00
10	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.77150363E+00	0.00000000E+00	0.28859626E-02	0.00000000E+00
11	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.91949922E+00	0.00000000E+00	0.30293202E-02	0.00000000E+00
12	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.10740032E+01	0.00000000E+00	0.31467308E-02	0.00000000E+00
13	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.12337831E+01	0.00000000E+00	0.32407888E-02	0.00000000E+00
14	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.13977362E+01	0.00000000E+00	0.33140893E-02	0.00000000E+00
15	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.15648893E+01	0.00000000E+00	0.33692268E-02	0.00000000E+00
16	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.17343993E+01	0.00000000E+00	0.34087962E-02	0.00000000E+00
17	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.19055527E+01	0.00000000E+00	0.34353919E-02	0.00000000E+00
18	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.20777655E+01	0.00000000E+00	0.34516088E-02	0.00000000E+00
19	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.22505839E+01	0.00000000E+00	0.34600415E-02	0.00000000E+00
20	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.24236832E+01	0.00000000E+00	0.34632850E-02	0.00000000E+00
21	0.00000000E+00	0.00000000E+00	**-0.25968690E+01**	0.00000000E+00	**0.34639337E-02**	0.00000000E+00

このモデルでは、等分布荷重を集中荷重に置き換えているが、得られた断面力分布や変位も比較的良く合っている。

付３話　切断法で断面力を求める（基礎２８話）

ex4_1; ex4_2

ここでは、図 1 と図 5 の単純梁型の門型ラーメンの応力解析を行い、解析解と比較する。

1：図 1 の単純支持型門型ラーメン＋梁中央鉛直集中荷重（ex4_1）

解析モデルの形状は、スパン $l=6m$ 、階高 $4m$ 、鉛直方向荷重 $P_V=10kN$ ある。解析解である曲げモーメント図、せん断力図、軸力図は図 2 に示されている。

代表的な曲げモーメント、せん断力及び軸力を以下に示す。

$$M_{\max}=P_V l/4=10\cdot 6/4=15kNm$$
$$Q=P_V/2=10/2=5kN;\ N=-P_V/2=-10/2=-5kN$$

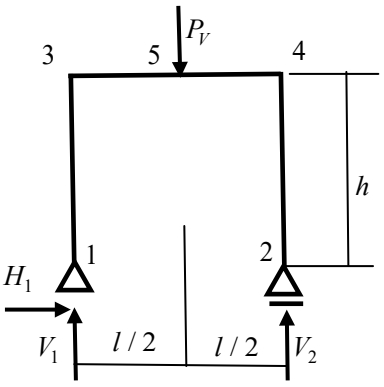
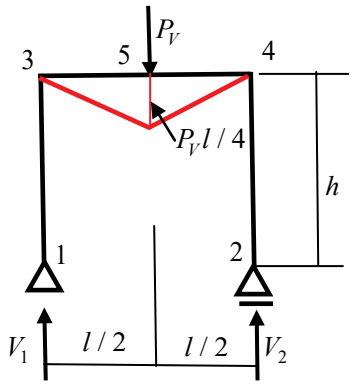
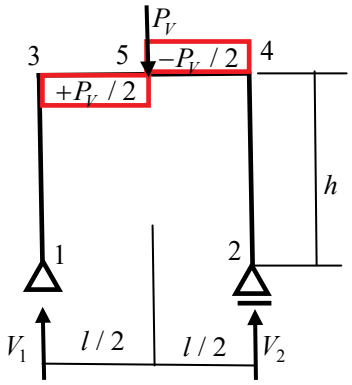


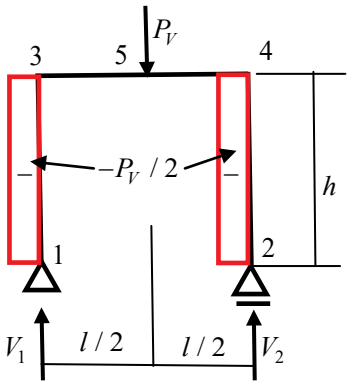
図 1　梁中央鉛直集中荷重を受ける門型ラーメン



(a) 曲げモーメント図



(b) せん断力図



(c) 軸力図

図 2　梁中央鉛直集中荷重を受ける門型ラーメンの断面力図

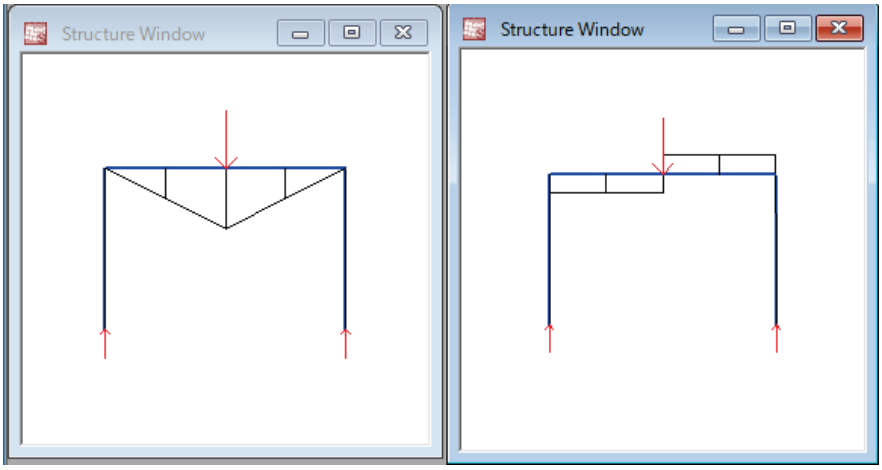


図 3　SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

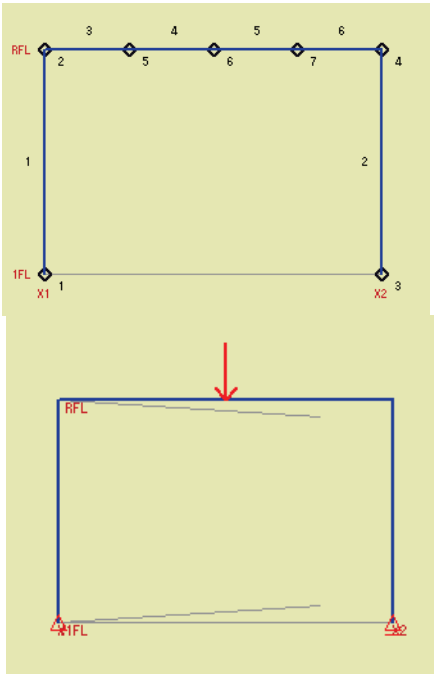


図 4　解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

SPACE で求めた数値計算結果を以下に示す。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**-4.9999**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-4.9999	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0168	0.0000
2	1	-5.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-5.0001	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0168	0.0000
3	1	0.0000	0.0000	**-4.9999**	0.0000	-0.0168	0.0000
		0.0000	0.0000	-4.9999	0.0000	-750.0084	0.0000
4	1	0.0000	0.0000	-4.9999	0.0000	-750.0084	0.0000
		0.0000	0.0000	-4.9999	0.0000	**-1500.0000**	0.0000
5	1	0.0000	0.0000	5.0001	0.0000	-1500.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	5.0001	0.0000	-749.9916	0.0000
6	1	0.0000	0.0000	5.0001	0.0000	-749.9916	0.0000
		0.0000	0.0000	5.0001	0.0000	0.0168	0.0000

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.16481282E-03	0.00000000E+00
2	0.65923199E-01	0.00000000E+00	-0.13338406E-05	0.00000000E+00	0.16479833E-03	0.00000000E+00
3	0.13183916E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.16478507E-03	0.00000000E+00
4	0.65923199E-01	0.00000000E+00	-0.22719080E-06	0.00000000E+00	-0.16479957E-03	0.00000000E+00
5	0.65923199E-01	0.00000000E+00	-0.22660982E-01	0.00000000E+00	0.12359722E-03	0.00000000E+00
6	0.65923199E-01	0.00000000E+00	**-0.32960571E-01**	0.00000000E+00	-0.24592313E-08	0.00000000E+00
7	0.65923199E-01	0.00000000E+00	-0.22660291E-01	0.00000000E+00	-0.12360120E-03	0.00000000E+00

節点の変位が出力されているので、梁の微分方程式、モールの定理、あるいは仮想仕事式を用いて変位の理論解を求め、数値計算で求めた値と比較してみよう。

2：図 5 の単純支持門型ラーメン＋柱頭水平集中荷重(ex4_2)

解析モデルの形状は、スパン $l=6m$ 、階高 $4m$ 、水平方向荷重 $P_H=10kN$ である。解析解である曲げモーメント図、せん断力図と軸力図は図 6 に示されている。

代表的な曲げモーメント、せん断力及び軸力を以下に示す。

$$M_{\max}=P_H h=10\cdot 4=40kNm$$
$$Q_c=P_H=10kN;\quad Q_b=-P_H h/l=-10\cdot 4/6=-6.667kN$$
$$N=P_H h/l=10\cdot 4/6=6.667kN$$

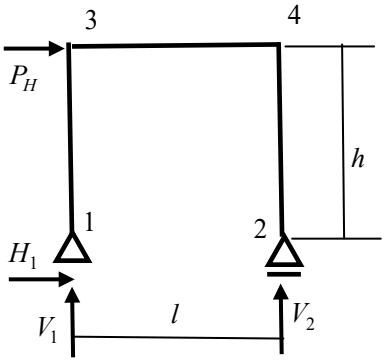
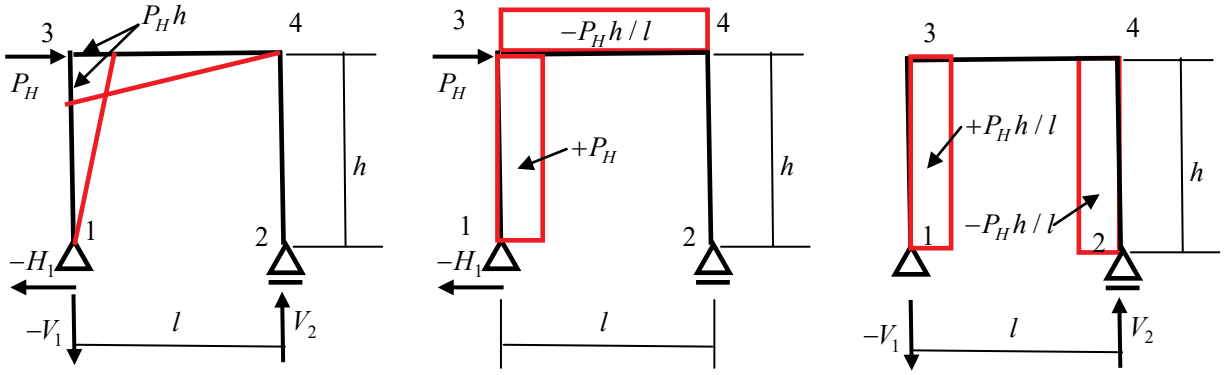


図 5 柱頭水平荷重を受ける門型ラーメン



(a) 曲げモーメント図　**(b) せん断力図**　**(c) 軸力図**

図 6 柱頭水平荷重を受ける門型ラーメンの断面力図

以下に、SPACE で求めた数値計算結果を示す。

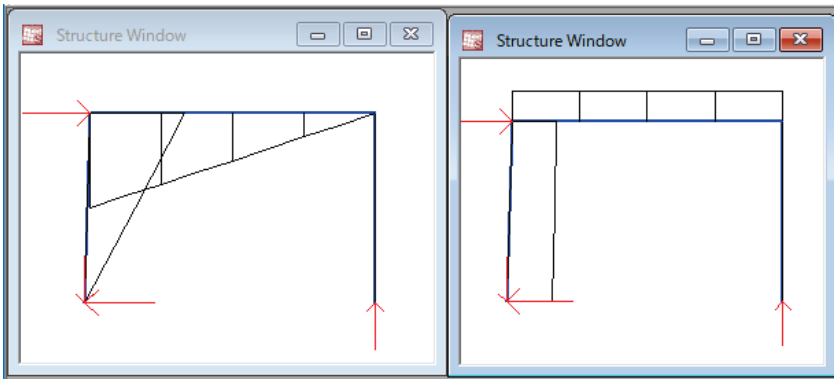


図 7 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

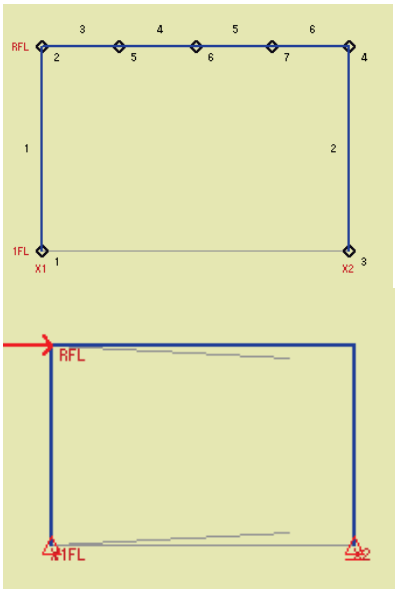


図 8　解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**6.6668**	0.0000	**-9.9999**	0.0000	0.0000	0.0000
		6.6668	0.0000	-9.9999	0.0000	-3999.9777	0.0000
2	1	-6.6667	0.0000	-0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
		-6.6667	0.0000	-0.0001	0.0000	-0.0224	0.0000
3	1	0.0000	0.0000	**6.6667**	0.0000	**-3999.9777**	0.0000
		0.0000	0.0000	6.6667	0.0000	-2999.9777	0.0000
4	1	0.0000	0.0000	6.6667	0.0000	-2999.9777	0.0000
		0.0000	0.0000	6.6667	0.0000	-1999.9776	0.0000
5	1	0.0000	0.0000	6.6667	0.0000	-1999.9776	0.0000
		0.0000	0.0000	6.6667	0.0000	-999.9776	0.0000
6	1	0.0000	0.0000	6.6667	0.0000	-999.9776	0.0000
		0.0000	0.0000	6.6667	0.0000	0.0224	0.0000

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.40393993E-02	0.00000000E+00
2	**0.11552974E+01**	0.00000000E+00	-0.86569889E-05	0.00000000E+00	0.58593258E-03	0.00000000E+00
3	0.12724864E+01	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.29296600E-03	0.00000000E+00
4	0.11552974E+01	0.00000000E+00	-0.56954498E-07	0.00000000E+00	-0.29298532E-03	0.00000000E+00
5	0.11552974E+01	0.00000000E+00	-0.57685584E-01	0.00000000E+00	0.20140414E-03	0.00000000E+00
6	0.11552974E+01	0.00000000E+00	-0.65923199E-01	0.00000000E+00	-0.73258307E-04	0.00000000E+00
7	0.11552974E+01	0.00000000E+00	-0.41201390E-01	0.00000000E+00	-0.23805480E-03	0.00000000E+00

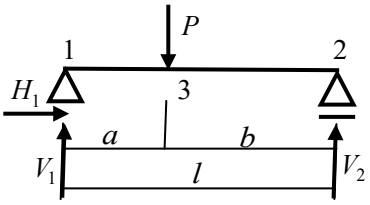
ここでも、節点の変位が出力されている。梁の微分方程式、モールの定理、あるいは仮想仕事式を用いて変位の理論解を求め、数値計算で求めた値と比較してみよう。両モデルとも、使用した梁材の断面性能は以下のようであり、1 が梁、2 が柱である。

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.2180E+06	0.2732E+03	**0.6660E+05**	0.2240E+05
2	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.1250E+06	0.1840E+05	**0.1130E+05**	0.1130E+05

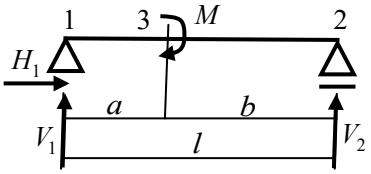
付４話　基本構造の外力を変更して断面力分布を求める(基礎３１話)

ex31_1 ~ ex31_7
ex33_1 ~ ex33_4

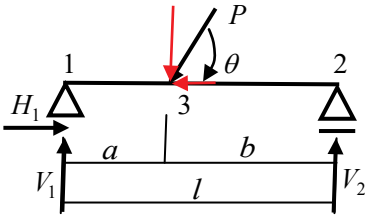
Ⅰ：4種の単純支持型梁



(a) 片寄った位置への集中荷重

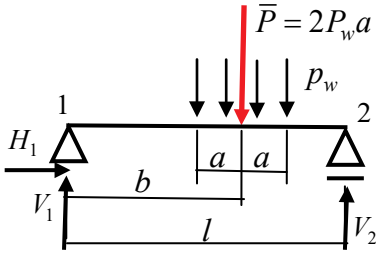


(b) モーメント荷重



(c) 斜め荷重

数値解析では、スパンは $l=6m$ で $a=2m, b=4m$ とし、集中荷重 $P=10kN$、モーメント荷重 $M=10kNm$、分布荷重 $p_w=1kN/m$ とする。

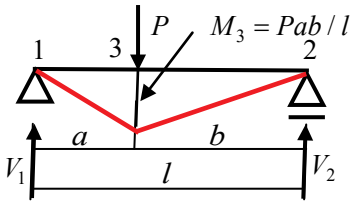


(d) 一部等分布荷重

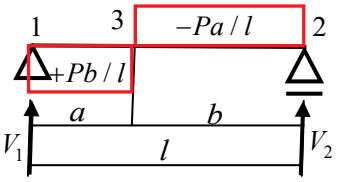
図 1 各種の荷重が加わる単純梁

1：図 1(a)の偏った位置への集中荷重(ex31_1)

理論解から求めた断面力分布を以下に示す。



(a) 曲げモーメント図



(b) せん断力図

図 2 片寄った位置への集中荷重を受ける単純梁の断面力図

理論解から求めた最大曲げモーメントとせん断力：

$$M_3 = Pab/l = 10\cdot 2\cdot 4/6 = 13.33kNm$$

$$Q_L = Pb/l = 10\cdot 4/6 = 6.67kN; Q_R = -Pa/l = -10\cdot 2/6 = -3.33kN$$

SPACE による数値解析結果を以下に示す。

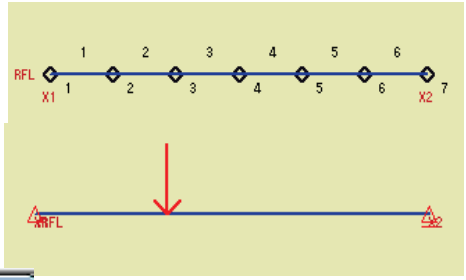


図 3 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

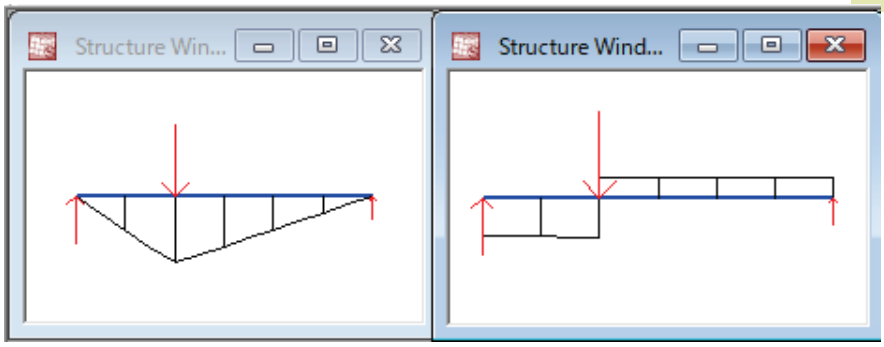
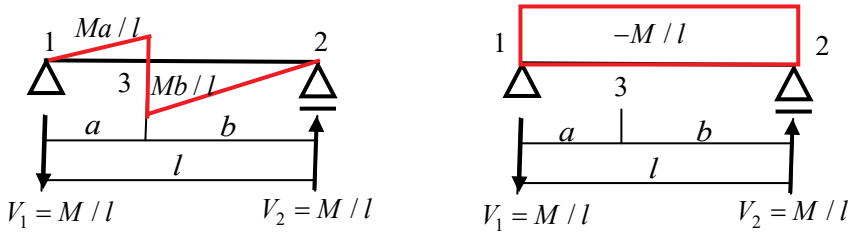


図 4 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	0.0000	0.0000	-6.6667	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-6.6667	0.0000	-666.6667	0.0000

2	1	0.0000	0.0000	-6.6667	0.0000	-666.6667	0.0000
		0.0000	0.0000	**-6.6667**	0.0000	**-1333.3334**	0.0000
3	1	0.0000	0.0000	**3.3333**	0.0000	-1333.3334	0.0000
		0.0000	0.0000	3.3333	0.0000	-1000.0000	0.0000
4	1	0.0000	0.0000	3.3333	0.0000	-1000.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	3.3333	0.0000	-666.6667	0.0000
5	1	0.0000	0.0000	3.3333	0.0000	-666.6667	0.0000
		0.0000	0.0000	3.3333	0.0000	-333.3333	0.0000
6	1	0.0000	0.0000	3.3333	0.0000	-333.3333	0.0000
		0.0000	0.0000	3.3333	0.0000	0.0000	0.0000

2：図１(b)のモーメント荷重(ex31_2)



(a) 曲げモーメント図　　(b)せん断力図

図５ モーメント荷重を受ける単純梁の断面力図

理論解から求めた最大曲げモーメントとせん断力：

$M_{3L} = -Ma / l = -10 \cdot 2 / 6 = -3.33kNm; M_{3R} = Mb / l = 10 \cdot 4 / 6 = 6.67kNm$

$Q = -M / l = -10 / 6 = -1.67kN$

SPACE による数値解析結果を以下に示す。ただし、モーメント荷重は $M = 10kNm$ であるが、長さの単位を合わせると、$M = 1000kNcm$ である。

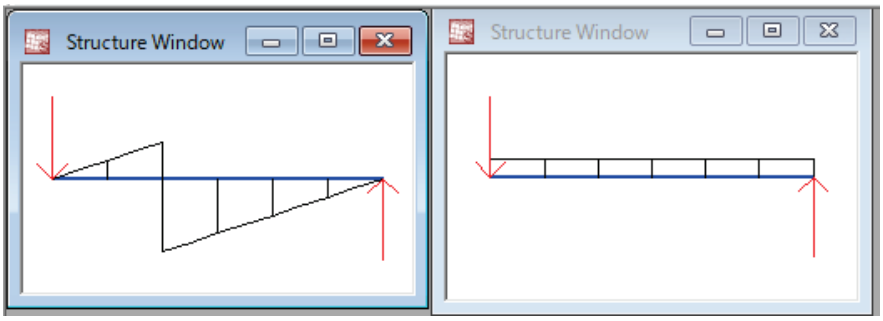
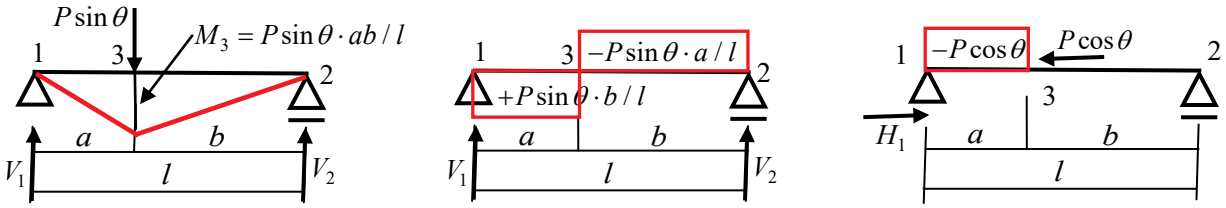


図６ SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	0.0000	0.0000	**1.6667**	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	1.6667	0.0000	166.6667	0.0000
2	1	0.0000	0.0000	1.6667	0.0000	166.6667	0.0000
		0.0000	0.0000	1.6667	0.0000	**333.3333**	0.0000
3	1	0.0000	0.0000	1.6667	0.0000	**-666.6667**	0.0000
		0.0000	0.0000	1.6667	0.0000	-500.0000	0.0000
4	1	0.0000	0.0000	1.6667	0.0000	-500.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	1.6667	0.0000	-333.3333	0.0000
5	1	0.0000	0.0000	1.6667	0.0000	-333.3333	0.0000
		0.0000	0.0000	1.6667	0.0000	-166.6667	0.0000
6	1	0.0000	0.0000	1.6667	0.0000	-166.6667	0.0000

0.0000	0.0000	1.6667	0.0000	0.0000	0.0000

3：図 1(c)の斜め荷重(ex31_3)



(b) 曲げモーメント図　　(b)せん断力図　　(c) 軸力図

図 7 斜め荷重を受ける単純梁の断面力図

ここでは、$\theta=60$ 度とすると、座標軸に分解した荷重は

$$P_y = P\sin\theta = 10\cdot 0.8660 = 8.660kN; P_x = 10\cdot\cos\theta = 10\cdot 0.5 = 5kN \rightarrow N_L = -5kN$$

となり、理論解から求めた最大曲げモーメントとせん断力、及び軸力は

$$M_3 = P_y ab / l = 8.660\cdot 2\cdot 4 / 6 = 11.547kNm$$

$$Q_L = P_y b / l = 8.660\cdot 4 / 6 = 5.773kN; Q_R = -P_y a / l = -8.660\cdot 2 / 6 = -2.887kN$$

SPACE による数値解析結果を以下に示す。ただし、SPACE では、斜め荷重は使用できないため、分解した荷重 P_x, P_y を使用する。

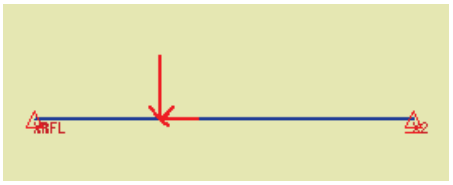


図 8 解析モデルの荷重と支持状態

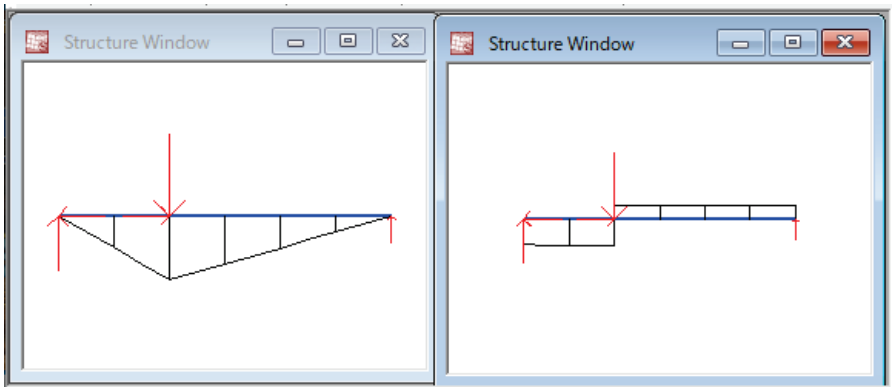


図 9 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**-5.0000**	0.0000	**-5.7733**	0.0000	0.0000	0.0000
		-5.0000	0.0000	-5.7733	0.0000	-577.3333	0.0000
2	1	-5.0000	0.0000	-5.7733	0.0000	-577.3333	0.0000
		-5.0000	0.0000	-5.7733	0.0000	**-1154.6667**	0.0000
3	1	0.0000	0.0000	**2.8867**	0.0000	-1154.6667	0.0000
		0.0000	0.0000	2.8867	0.0000	-866.0000	0.0000
4	1	0.0000	0.0000	2.8867	0.0000	-866.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	2.8867	0.0000	-577.3333	0.0000
5	1	0.0000	0.0000	2.8867	0.0000	-577.3333	0.0000
		0.0000	0.0000	2.8867	0.0000	-288.6667	0.0000
6	1	0.0000	0.0000	2.8867	0.0000	-288.6667	0.0000
		0.0000	0.0000	2.8867	0.0000	0.0000	0.0000

4：図 1(d)の一部等分布荷重(ex31_4)

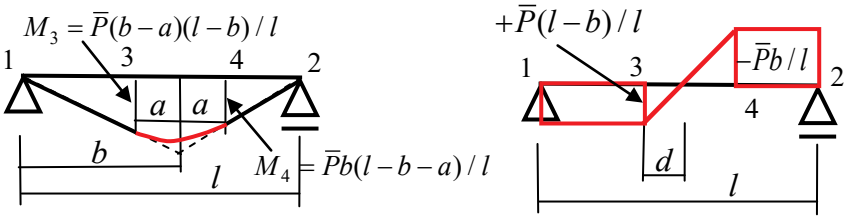


図 10　一部等分布荷重を受ける単純梁の断面力図

梁の形状は、$l=6m;b=4m$ で、等分布荷重が加わる領域を $2a=2m$ とする。ここでは等分布荷重を集中荷重に置き換えて応力解析を行う。そのため、多少の誤差が含まれることになる。等分布荷重は $p_w=1kN/m$ であり、荷重が加わっている領域 $2a=2m$ を 10 分割して解析を行う。単位を替えると $p_w=0.01kN/cm$ であり、1 分割の長さが 20cm で、1 節点当たり集中荷重は $P=0.2kN$ となる。理論解から求めた曲げモーメント M_3,M_4 とせん断力 Q_L,Q_R は次のように与えられる

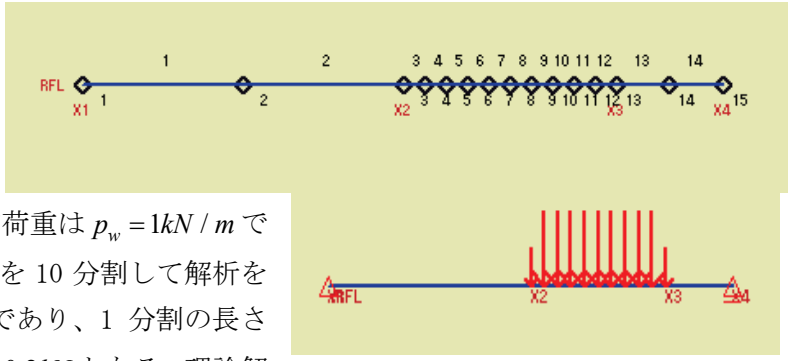


図 11　解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

$$\bar{P}=2ap_w=2\cdot1\cdot1=2kN$$

$$M_3=\bar{P}(b-a)(l-b)/l=2(4-1)(6-4)/6=2kNm$$

$$M_4=\bar{P}b(l-b-a)/l=2\cdot4(6-4-1)/6=1.333kNm$$

$$Q_L=\bar{P}(l-b)/l=2(6-4)/6=0.667kN;\quad Q_R=-\bar{P}b/l=-2\cdot4/6=-1.333kN$$

曲げモーメントの最大値を求める。せん断力がゼロとなる位置は、

$d=2\cdot2/(3\cdot2)=2/3m$

であり、曲げモーメント関数に代入すると、最大曲げモーメントが次のように得られる。

$$M_x=\bar{P}(l-b)(b-a+x)/l-p_wx^2/2$$
$$=2(6-4)(4-1+2/3)/6-1\cdot(2/3)^2/2=2.222kNm$$

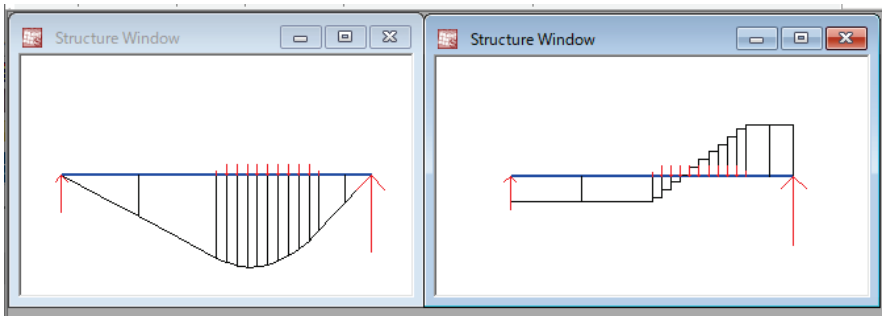
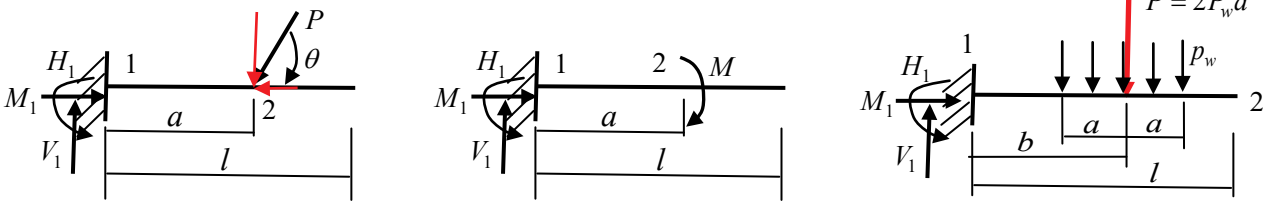


図 12　SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	0.0000	0.0000	-0.6667	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-0.6667	0.0000	-100.0000	0.0000
2	1	0.0000	0.0000	-0.6667	0.0000	-100.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	**-0.6667**	0.0000	**-200.0000**	0.0000
3	1	0.0000	0.0000	-0.5667	0.0000	-200.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-0.5667	0.0000	-211.3333	0.0000
4	1	0.0000	0.0000	-0.3667	0.0000	-211.3333	0.0000
		0.0000	0.0000	-0.3667	0.0000	-218.6667	0.0000

5	1	0.0000	0.0000	-0.1667	0.0000	-218.6667	0.0000
		0.0000	0.0000	-0.1667	0.0000	**-222.0000**	0.0000
6	1	0.0000	0.0000	0.0333	0.0000	-222.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	0.0333	0.0000	-221.3333	0.0000
7	1	0.0000	0.0000	0.2333	0.0000	-221.3333	0.0000
		0.0000	0.0000	0.2333	0.0000	-216.6667	0.0000
8	1	0.0000	0.0000	0.4333	0.0000	-216.6667	0.0000
		0.0000	0.0000	0.4333	0.0000	-208.0000	0.0000
9	1	0.0000	0.0000	0.6333	0.0000	-208.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	0.6333	0.0000	-195.3333	0.0000
10	1	0.0000	0.0000	0.8333	0.0000	-195.3333	0.0000
		0.0000	0.0000	0.8333	0.0000	-178.6667	0.0000
11	1	0.0000	0.0000	1.0333	0.0000	-178.6667	0.0000
		0.0000	0.0000	1.0333	0.0000	-158.0000	0.0000
12	1	0.0000	0.0000	1.2333	0.0000	-158.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	1.2333	0.0000	-133.3333	0.0000
13	1	0.0000	0.0000	**1.3333**	0.0000	**-133.3333**	0.0000
		0.0000	0.0000	1.3333	0.0000	-66.6667	0.0000
14	1	0.0000	0.0000	1.3333	0.0000	-66.6667	0.0000
		0.0000	0.0000	1.3333	0.0000	0.0000	0.0000

Ⅱ： 3種の片持ち支持型梁

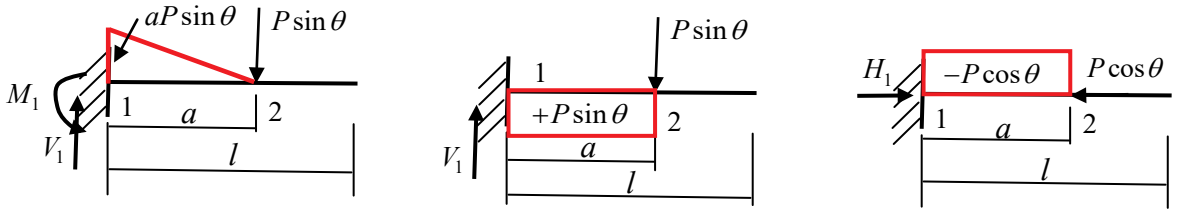


(a) 斜め荷重　　(b) モーメント荷重　　(c) 一部等分布荷重

図 13 各種の荷重が加わる片持ち梁

片持ち梁の形状はスパン $l=6m$ 、 $a=4m$ で、集中荷重は $P=10kN$ 、モーメント荷重は $M=10kNm$ とする。分布荷重では、$b=4m, a=1m$ で、荷重は $p_w=1kN/m$ とすると $\bar{P}=2ap_w=2kN$ である。

5：図 13(a)の斜め荷重(ex31_5)



(a) 曲げモーメント図　　(b) せん断力図　　(c) 軸力図

図 14 斜め荷重を受ける片持ち梁の断面力図

ここでは、荷重の斜め角度を $\theta=60$ 度とすると、分解した荷重は

$P_y=P\sin\theta=10\cdot0.8660=8.660kN; P_x=10\cdot\cos\theta=10\cdot0.5=5kN$

となり、理論解から求めた最大曲げモーメントとせん断力、及び軸力は

次のように得られる。

$$M_1 = -P_y a = -8.660 \cdot 4 = -34.64 kNm$$
$$Q_1 = P_y = 8.660 kN; N = P_x = -5 kN$$

SPACE による数値解析結果を以下に示す。ただし、SPACE では、斜め荷重は使用できないため、分解した荷重 P_x, P_y を使用する。

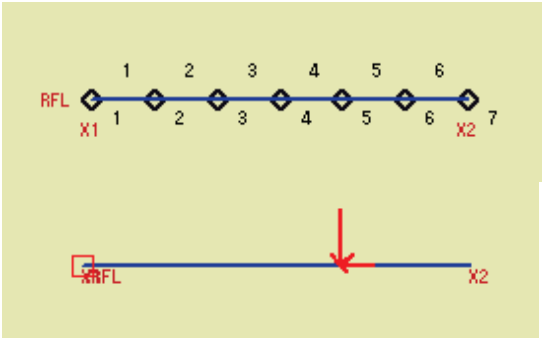


図 15 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

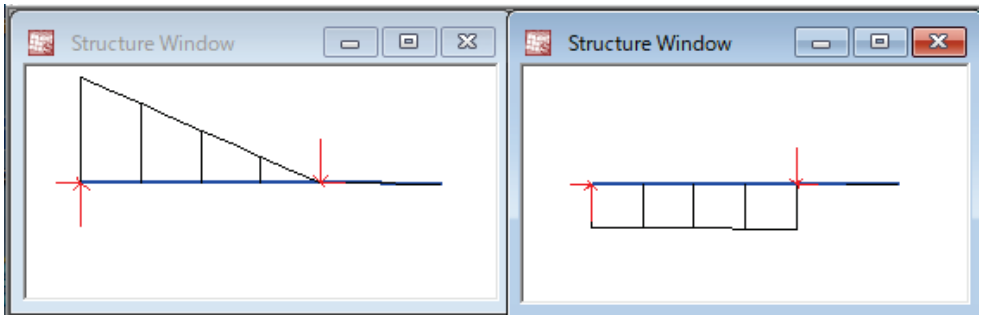


図 16 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**-5.0000**	0.0000	**-8.6600**	0.0000	**3464.0000**	0.0000
		-5.0000	0.0000	-8.6600	0.0000	2598.0000	0.0000
2	1	-5.0000	0.0000	-8.6600	0.0000	2598.0000	0.0000
		-5.0000	0.0000	-8.6600	0.0000	1732.0000	0.0000
3	1	-5.0000	0.0000	-8.6600	0.0000	1732.0000	0.0000
		-5.0000	0.0000	-8.6600	0.0000	866.0000	0.0000
4	1	-5.0000	0.0000	-8.6600	0.0000	866.0000	0.0000
		-5.0000	0.0000	-8.6600	0.0000	0.0000	0.0000
5	1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6	1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

6：図 13(b)のモーメント荷重(ex31_6)

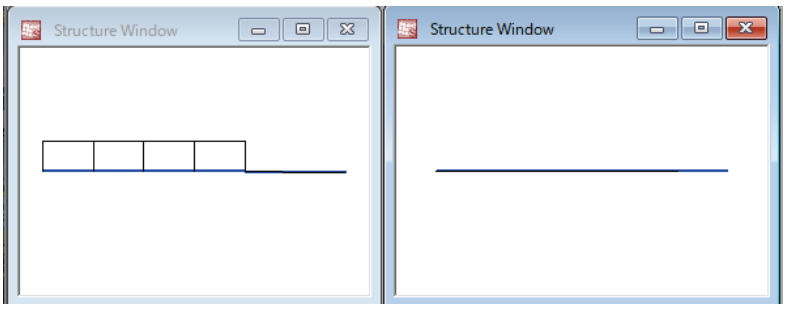


図 18 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

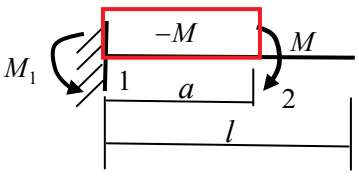
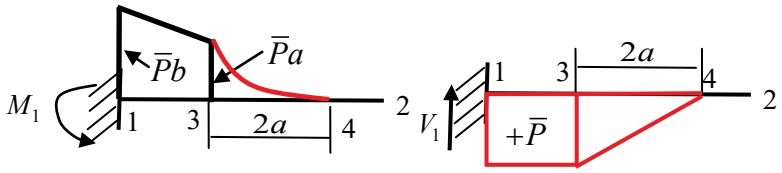


図 17 モーメント荷重を受ける片持ち梁の曲げモーメント図

片持ち梁にモーメント荷重が加わる場合は、反力は逆方向のモーメントとなり、曲げモーメントは上図のように一定値 $M=-10kNm$ となる。従って、曲げモーメントに傾きがないので、せん断力はゼロとなる。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1000.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1000.0000	0.0000
2	1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1000.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1000.0000	0.0000
3	1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1000.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1000.0000	0.0000
4	1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1000.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1000.0000	0.0000
5	1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6	1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

7：図 13(c)の一部等分布荷重(ex31_7)



(a) 曲げモーメント図　　(b) せん断力図

図 19 一部等分布荷重が加わる片持ち梁の断面力図

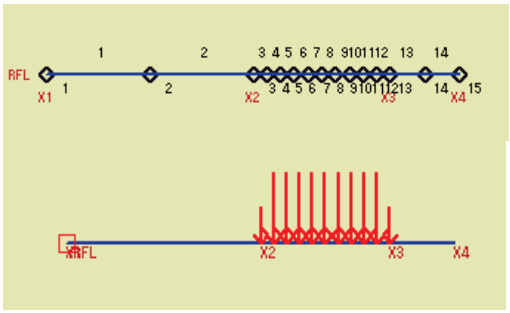


図 20 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

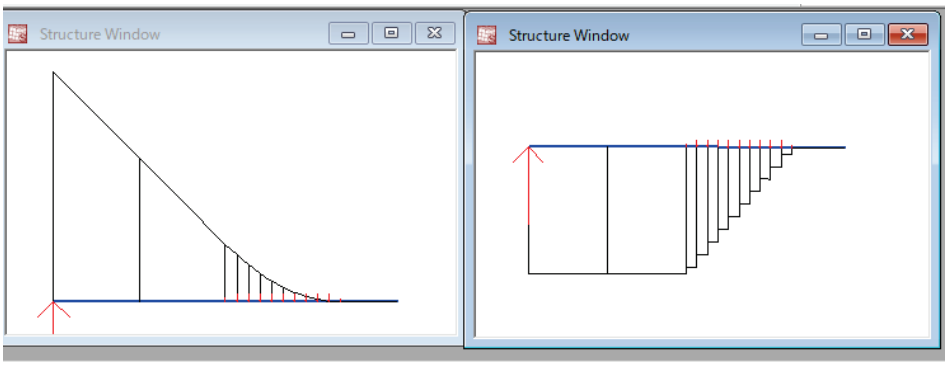


図 21 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

片持ち梁の形状は $l=6m;b=4m$ で、等分布荷重が加わる領域を $2a=2m$ とする。ここでは等分布荷重を集中荷重に置き換えて応力解析を行う。そのため、多少の誤差が含まれる。等分布荷重は $p_w=1kN/m$ であり、荷重が加わっている領域を 10 分割して解析を行う。$p_w=0.01kN/cm$ であり、1 分割の長さが 20cm であることより、1 節点当たり集中荷重は $P=0.2kN$ となる。理論解から求めた曲げモーメント M_1,M_3 とせん断力

Qは次式となる。

$$\overline{P} = 2ap_w = 2 \cdot 1 \cdot 1 = 2kN$$

$$M_1 = -\overline{P}b = -2 \cdot 4 = -8kNm; \quad M_3 = -\overline{P}a = -2 \cdot 1 = -2kNm$$

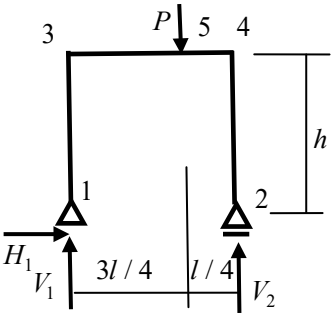
$$Q = \overline{P} = 2kN$$

SPACE による数値解析結果を以下に示す。

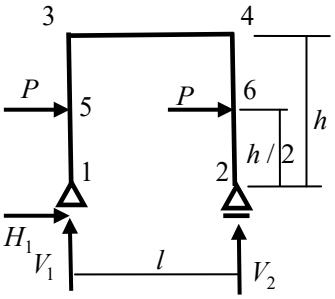
部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	0.0000	0.0000	-2.0000	0.0000	**800.0000**	0.0000
		0.0000	0.0000	-2.0000	0.0000	500.0000	0.0000
2	1	0.0000	0.0000	-2.0000	0.0000	500.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	**-2.0000**	0.0000	**200.0000**	0.0000
3	1	0.0000	0.0000	-1.9000	0.0000	200.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-1.9000	0.0000	162.0000	0.0000
4	1	0.0000	0.0000	-1.7000	0.0000	162.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-1.7000	0.0000	128.0000	0.0000
5	1	0.0000	0.0000	-1.5000	0.0000	128.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-1.5000	0.0000	98.0000	0.0000
6	1	0.0000	0.0000	-1.3000	0.0000	98.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-1.3000	0.0000	72.0000	0.0000
7	1	0.0000	0.0000	-1.1000	0.0000	72.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-1.1000	0.0000	50.0000	0.0000
8	1	0.0000	0.0000	-0.9000	0.0000	50.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-0.9000	0.0000	32.0000	0.0000
9	1	0.0000	0.0000	-0.7000	0.0000	32.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-0.7000	0.0000	18.0000	0.0000
10	1	0.0000	0.0000	-0.5000	0.0000	18.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-0.5000	0.0000	8.0000	0.0000
11	1	0.0000	0.0000	-0.3000	0.0000	8.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-0.3000	0.0000	2.0000	0.0000
12	1	0.0000	0.0000	-0.1000	0.0000	2.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-0.1000	0.0000	0.0000	0.0000
13	1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
14	1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Ⅲ：単純支持型の門型ラーメン

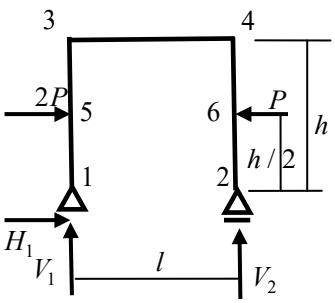
単純梁と同様の一端ピン・他端ローラー支持の門型ラーメンについて、次の４つの荷重状態を用いて応力解析を行い、理論解と比較する。



(a) 偏った位置の鉛直集中荷重



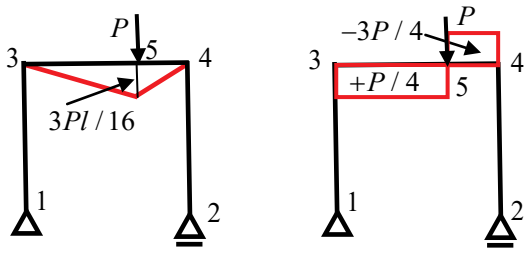
(b) 柱中央同方向水平荷重



(c) 柱中央逆方向水平荷重

骨組の形状は、スパン $l=6m$、階高 $h=4m$ であり、集中荷重は $P=10kN$ とする。

8：図 22(a)の偏った位置の集中荷重(ex33_1)



(a) 曲げモーメント図　(b) せん断力図　(c) 軸力図

図 23 偏った位置の鉛直集中荷重を有する門型ラーメンの断面力図

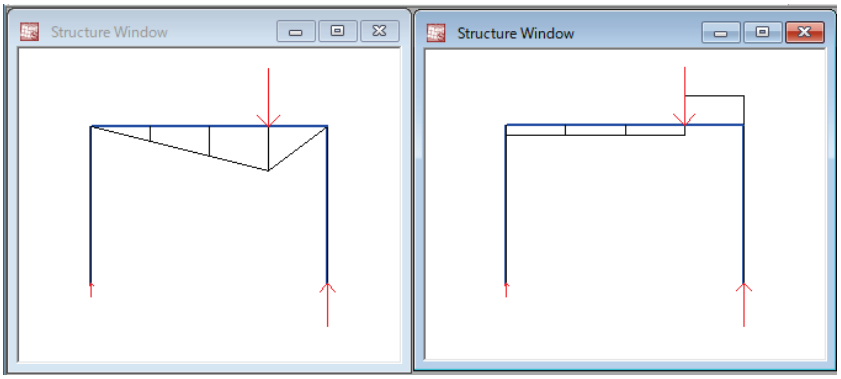


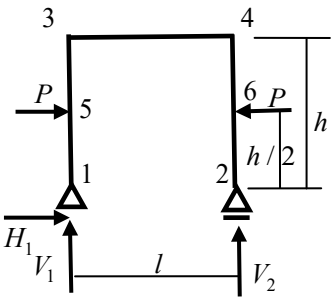
図 25 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

最大曲げモーメントとせん断力及び軸力は次式で与えられる。

$$M_{\max}=3Pl/16=3\cdot10\cdot6/16=11.25kNm$$

$$Q_L=P/4=10/4=2.5kN;Q_R=-3P/4=-3\cdot10/4=-7.5kN$$

$$N_L=-P/4=-10/4=-2.5kN;N_R=-3P/4=-3\cdot10/4=-7.5kN$$



(d) 柱中央逆方向水平荷重 2

図 22 各種の荷重が加わった両端ピン支持門型ラーメン

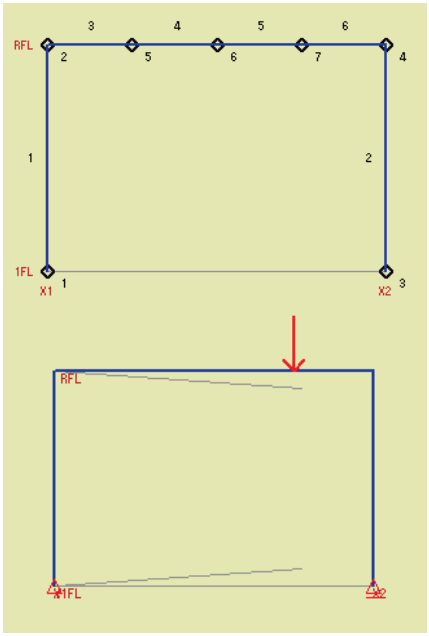
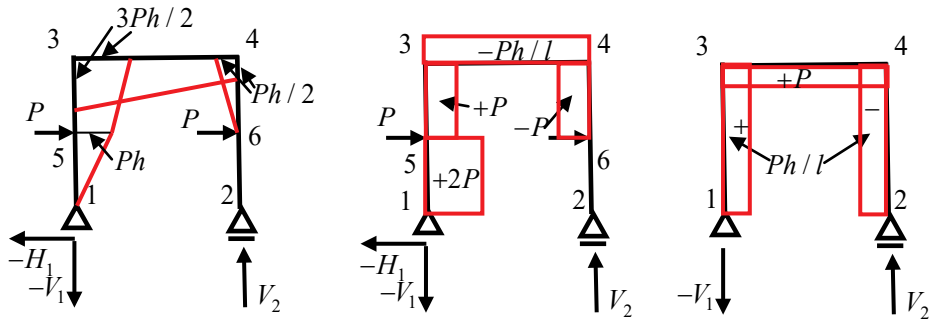


図 24 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

SPACE による数値解析結果を以下に示す。両者の結果を比較してみよう。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**-2.4999**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-2.4999	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0084	0.0000
2	1	**-7.5001**	0.0000	-0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
		-7.5001	0.0000	-0.0001	0.0000	-0.0252	0.0000
3	1	0.0000	0.0000	**-2.4999**	0.0000	-0.0084	0.0000
		0.0000	0.0000	-2.4999	0.0000	-375.0000	0.0000
4	1	0.0000	0.0000	-2.4999	0.0000	-375.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-2.4999	0.0000	-749.9916	0.0000
5	1	0.0000	0.0000	-2.4999	0.0000	-749.9916	0.0000
		0.0000	0.0000	-2.4999	0.0000	**-1124.9832**	0.0000
6	1	0.0000	0.0000	**7.5001**	0.0000	-1124.9832	0.0000
		0.0000	0.0000	7.5001	0.0000	0.0252	0.0000

9：図 22(b)の柱中央同方向水平荷重(ex33_2)



(a) 曲げモーメント図　(b) せん断力図　(c) 軸力図

図 26 柱中央同方向水平荷重を受ける門型ラーメンの断面力図

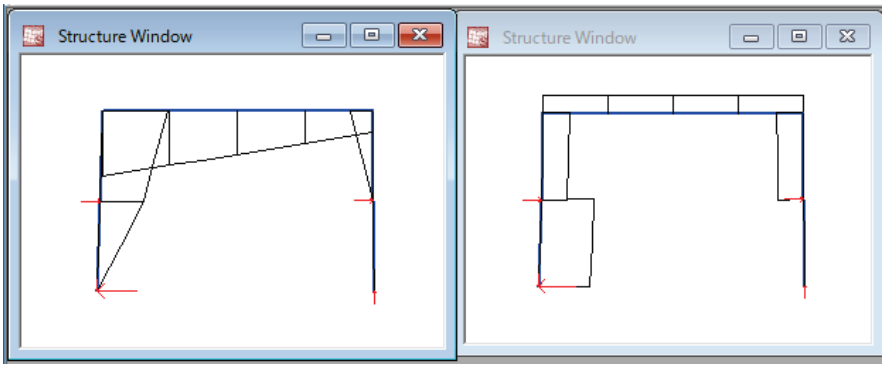


図 28 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

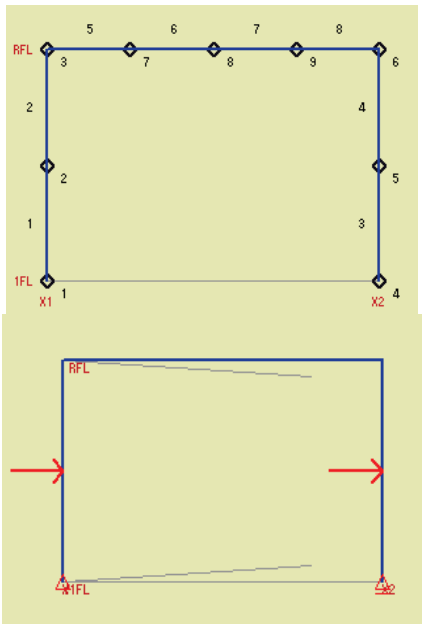


図 27 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

解析解の最大曲げモーメントとせん断力及び軸力は次式で与えられる。

$$M_4 = Ph/2 = 10\cdot 4/2 = 20kNm; M_3 = 3Ph/2 = 3\cdot 10\cdot 4/2 = 60kNm$$

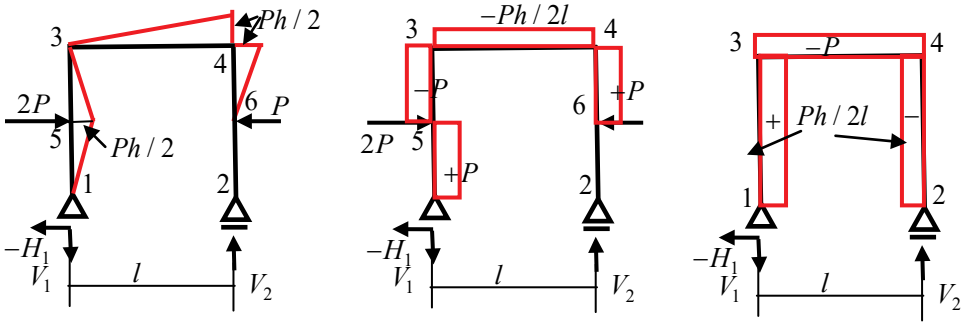
$$M_5 = Ph = 10\cdot 4 = 40kNm; Q_{cU} = P = 10kN; Q_{cD} = 2P = 20kN$$

$$Q_b = -Ph/l = -10\cdot 4/6 = -6.67kN; N_L = Ph/l = 10\cdot 4/6 = 6.67kN$$

SPACE による数値解析結果を以下に示す。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**6.6668**	0.0000	**-19.9999**	0.0000	0.0000	0.0000
		6.6668	0.0000	-19.9999	0.0000	**-3999.9889**	0.0000
2	1	6.6668	0.0000	**-9.9999**	0.0000	-3999.9889	0.0000
		6.6668	0.0000	-9.9999	0.0000	**-5999.9777**	0.0000
3	1	-6.6667	0.0000	-0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
		-6.6667	0.0000	-0.0001	0.0000	-0.0112	0.0000
4	1	-6.6668	0.0000	9.9999	0.0000	-0.0112	0.0000
		-6.6668	0.0000	9.9999	0.0000	**1999.9776**	0.0000
5	1	**10.0000**	0.0000	**6.6667**	0.0000	**-5999.9777**	0.0000
		10.0000	0.0000	6.6667	0.0000	-4999.9777	0.0000
6	1	10.0000	0.0000	6.6667	0.0000	-4999.9777	0.0000
		10.0000	0.0000	6.6667	0.0000	**-3999.9777**	0.0000
7	1	10.0000	0.0000	6.6667	0.0000	-3999.9777	0.0000
		10.0000	0.0000	6.6667	0.0000	-2999.9777	0.0000
8	1	10.0000	0.0000	6.6667	0.0000	-2999.9777	0.0000
		10.0000	0.0000	6.6667	0.0000	-1999.9776	0.0000

10：図 22(c)の柱中央逆方向水平荷重(ex33_3)



(a) 曲げモーメント図　(b) せん断力図　(c) 軸力図

図 29 柱中央逆方向水平荷重を受ける門型ラーメンの断面力図

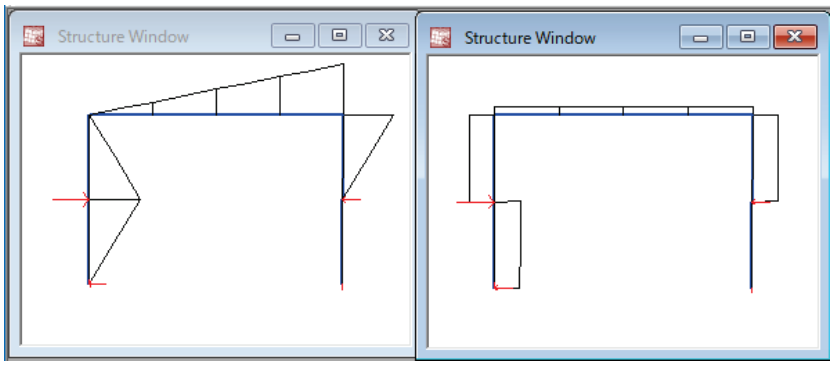


図 31 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

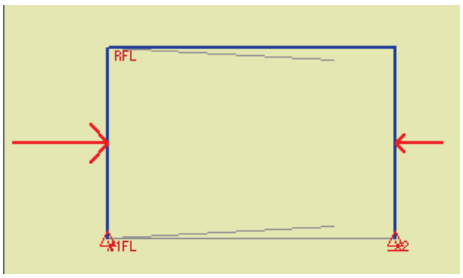


図 30 解析モデルの荷重と支持状態

解析解の最大曲げモーメントとせん断力及び軸力は次式で与えられる。

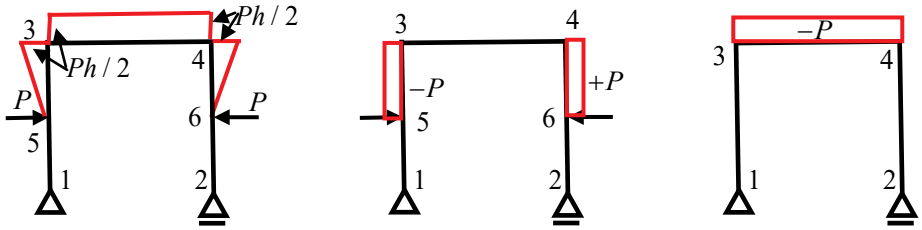
$$M_5 = Ph/2 = 10\cdot 4/2 = 20kNm; M_4 = -Ph/2 = -10\cdot 4/2 = -20kNm$$

$$Q_b = -Ph/(2l) = -10\cdot 4/(2\cdot 6) = -3.333kN; N = -Ph/(2l) = -10\cdot 4/(2\cdot 6) = -3.333kN$$

SPACE による数値解析結果を以下に示す。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**3.3334**	0.0000	**-10.0000**	0.0000	0.0000	0.0000
		3.3334	0.0000	-10.0000	0.0000	**-1999.9944**	0.0000
2	1	3.3332	0.0000	**10.0000**	0.0000	-1999.9944	0.0000
		3.3332	0.0000	10.0000	0.0000	**0.0112**	0.0000
3	1	**-3.3333**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-3.3333	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0056	0.0000
4	1	-3.3332	0.0000	**-10.0000**	0.0000	-0.0056	0.0000
		-3.3332	0.0000	-10.0000	0.0000	**-2000.0112**	0.0000
5	1	**-10.0000**	0.0000	**3.3333**	0.0000	0.0112	0.0000
		-10.0000	0.0000	3.3333	0.0000	500.0112	0.0000
6	1	-10.0000	0.0000	3.3333	0.0000	500.0112	0.0000
		-10.0000	0.0000	3.3333	0.0000	1000.0112	0.0000
7	1	-10.0000	0.0000	3.3333	0.0000	1000.0112	0.0000
		-10.0000	0.0000	3.3333	0.0000	1500.0112	0.0000
8	1	-10.0000	0.0000	3.3333	0.0000	1500.0112	0.0000
		-10.0000	0.0000	3.3333	0.0000	**2000.0112**	0.0000

11：図 22(d)の柱中央逆方向水平荷重 2(ex33_4)



(a) 曲げモーメント図　(b) せん断力図　(c) 軸力図

図 32 柱中央逆方向水平荷重を受ける門型ラーメン２の断面力図

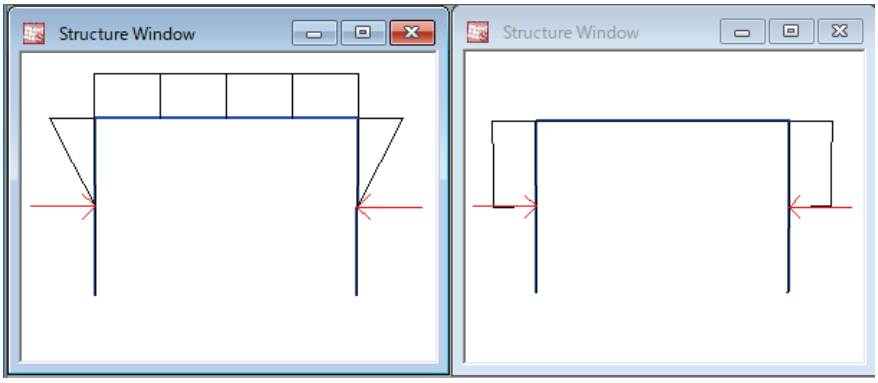


図 34 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

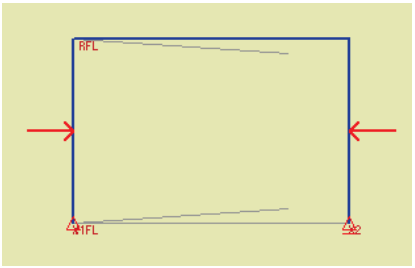


図 33 解析モデルの荷重と支持状態

解析解の最大曲げモーメントとせん断力及び軸力は次式で与えられる。

$$M_3 = -Ph/2 = -10 \cdot 4/2 = -20kNm; Q = N = -10kN$$

SPACE による数値解析結果を以下に示す。

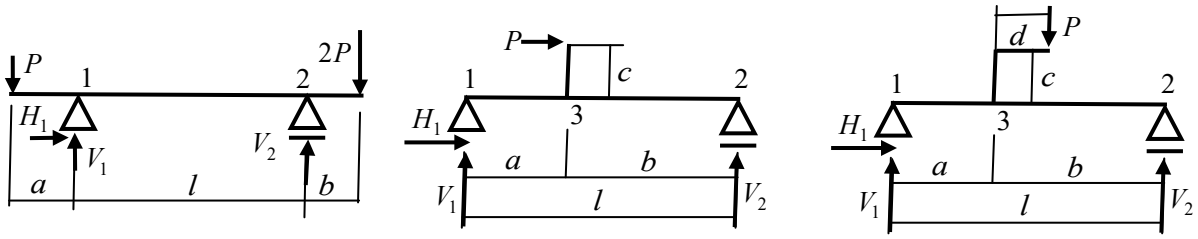
部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	1	-0.0001	0.0000	**10.0000**	0.0000	0.0000	0.0000
		-0.0001	0.0000	10.0000	0.0000	**2000.0000**	0.0000
3	1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4	1	0.0001	0.0000	**-10.0000**	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0001	0.0000	-10.0000	0.0000	**-2000.0000**	0.0000
5	1	**-10.0000**	0.0000	0.0000	0.0000	2000.0000	0.0000
		-10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2000.0000	0.0000
6	1	-10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2000.0000	0.0000
		-10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2000.0000	0.0000
7	1	-10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2000.0000	0.0000
		-10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2000.0000	0.0000
8	1	-10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2000.0000	0.0000
		-10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2000.0000	0.0000

付５話　基本構造の応用による応力解析
単純支持型梁(基礎３４話)

ex34_1 ~ ex34_3

今回は基本構造を少し変更した骨組の応力解析を行い、解析解と比較する。特にここでは、単純梁の応用例を検証する。

Ⅰ：単純梁型の応用例

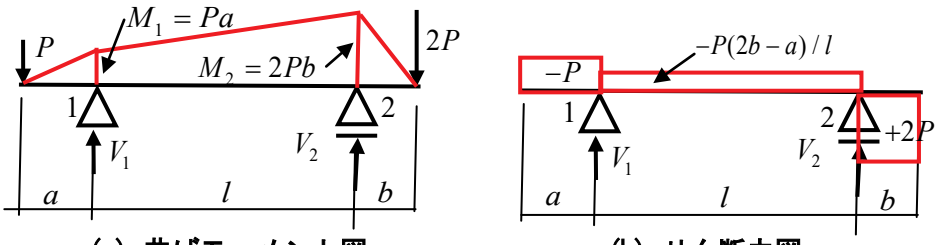


(a) 左右片持ち梁　　(b) 中間部片持ち梁　　(c) 中間部片持ち梁２

図１ 単純梁からの拡張型構造

数値解析での代表的な骨組形状はスパン $l=6m$ 、$a=2m, b=4m$ とし、集中荷重は $P=10kN$ とする。

1：図１(a)の左右片持ち梁を有する梁(ex34_1)



(a) 曲げモーメント図　　(b) せん断力図

図２ 左右片持ち梁が取り付く単純梁

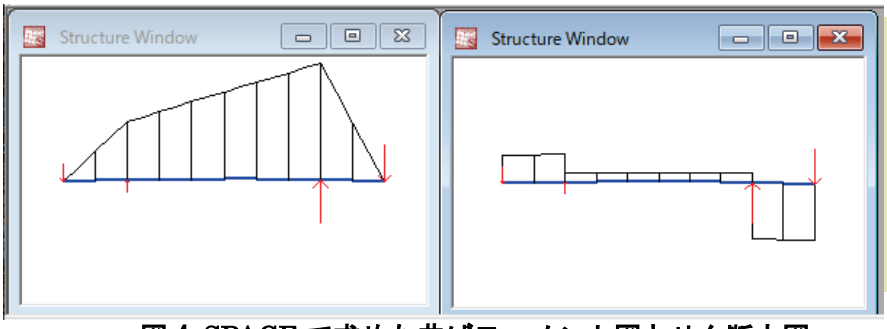


図４ SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

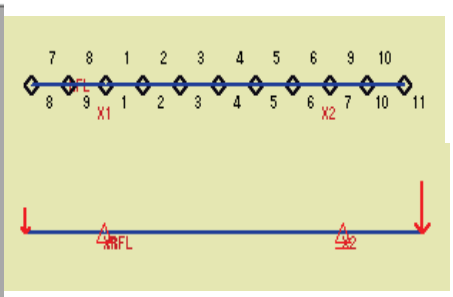


図３ 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

ここでの梁の形状は、スパン $l=6m$ で張り出し部が $a=b=2m$ とする。理論解である代表的な曲げモーメントとせん断力は次のとおりである。

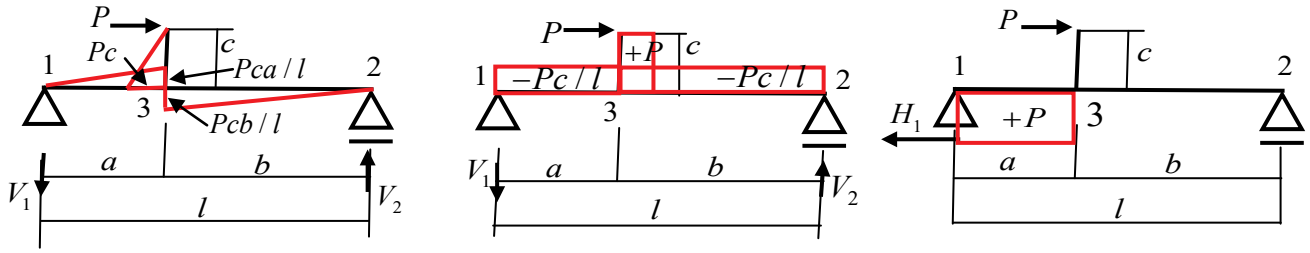
$$M_1=-Pa=-10\cdot 2=-20kNm;\ M_2=-2Pa=-2\cdot 10\cdot 2=-40kNm$$

$$Q_b=-P(2b-a)/l=-10(2\cdot 2-2)/6=-3.33kN$$

SPACE による数値解析結果を以下に示す。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	0.0000	0.0000	**3.3333**	0.0000	**2000.0000**	0.0000
		0.0000	0.0000	3.3333	0.0000	2333.3334	0.0000
2	1	0.0000	0.0000	3.3333	0.0000	2333.3334	0.0000
		0.0000	0.0000	3.3333	0.0000	2666.6667	0.0000
3	1	0.0000	0.0000	3.3333	0.0000	2666.6667	0.0000
		0.0000	0.0000	3.3333	0.0000	3000.0000	0.0000
4	1	0.0000	0.0000	3.3333	0.0000	3000.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	3.3333	0.0000	3333.3334	0.0000
5	1	0.0000	0.0000	3.3333	0.0000	3333.3334	0.0000
		0.0000	0.0000	3.3333	0.0000	3666.6667	0.0000
6	1	0.0000	0.0000	3.3333	0.0000	3666.6667	0.0000
		0.0000	0.0000	3.3333	0.0000	**4000.0001**	0.0000
7	1	0.0000	0.0000	**10.0000**	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	10.0000	0.0000	1000.0000	0.0000
8	1	0.0000	0.0000	10.0000	0.0000	1000.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	10.0000	0.0000	2000.0000	0.0000
9	1	0.0000	0.0000	**-20.0000**	0.0000	4000.0001	0.0000
		0.0000	0.0000	-20.0000	0.0000	2000.0000	0.0000
10	1	0.0000	0.0000	-20.0000	0.0000	2000.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-20.0000	0.0000	0.0000	0.0000

2：図 1(b)の中間部に片持ち梁を有する梁(ex34_2)



(a)曲げモーメント図　(b)せん断力図　(c)軸力図

図 5 梁中間部に片持ち梁が取り付く単純梁

スパン $l=6m$ で、$a=2m, b=4m$、片持ち部が $c=1m$ とする。理論解である代表的な曲げモーメントとせん断力は次のとおりである。

$$M_c=-Pc=-10\cdot1=-10kNm;\ M_{3L}=-Pca/l=-10\cdot1\cdot2/6=-3.33kNm$$

$$M_{3R}=Pcb/l=10\cdot1\cdot4/6=6.67kNm$$

$$Q_b=-Pc/l=-10\cdot1/6=-1.67kN;\ N_b=P=10kN$$

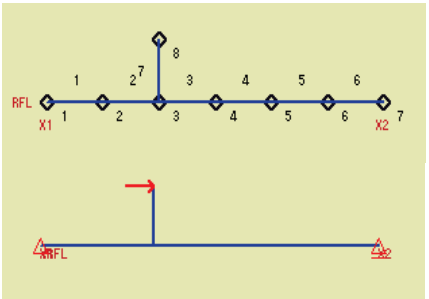


図 6 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

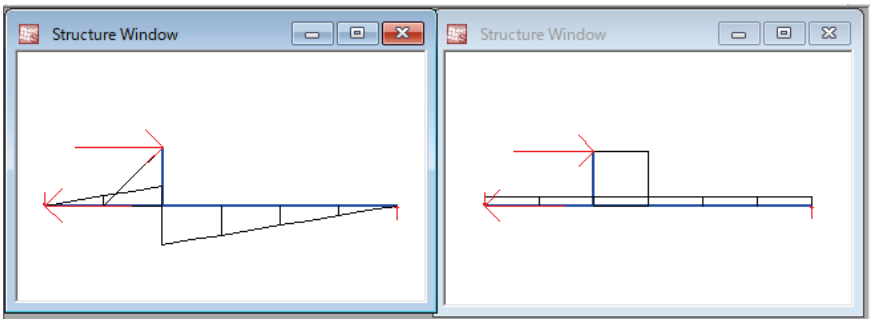
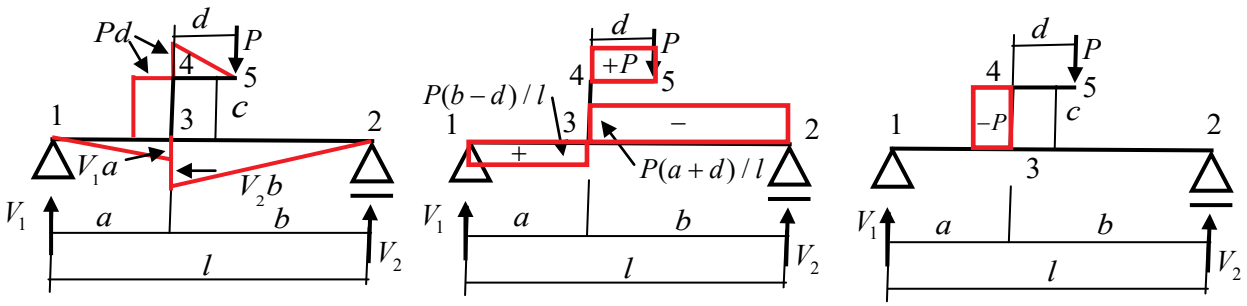


図 7 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

SPACE による数値解析結果を以下に示す

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**10.0000**	0.0000	**1.6667**	0.0000	0.0000	0.0000
		10.0000	0.0000	1.6667	0.0000	166.6667	0.0000
2	1	10.0000	0.0000	1.6667	0.0000	166.6667	0.0000
		10.0000	0.0000	1.6667	0.0000	**333.3333**	0.0000
3	1	0.0000	0.0000	1.6667	0.0000	**-666.6667**	0.0000
		0.0000	0.0000	1.6667	0.0000	-500.0000	0.0000
4	1	0.0000	0.0000	1.6667	0.0000	-500.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	1.6667	0.0000	-333.3333	0.0000
5	1	0.0000	0.0000	1.6667	0.0000	-333.3333	0.0000
		0.0000	0.0000	1.6667	0.0000	-166.6667	0.0000
6	1	0.0000	0.0000	1.6667	0.0000	-166.6667	0.0000
		0.0000	0.0000	1.6667	0.0000	0.0000	0.0000
7	1	0.0001	0.0000	**-10.0000**	0.0000	**1000.0000**	0.0000
		0.0001	0.0000	-10.0000	0.0000	0.0000	0.0000

3：図 1(c)の中間部に片持ち梁を有する梁その 2(ex34_3)



(a) 曲げモーメント図　　(b) せん断力図　　(c) 軸力図

図 8 梁中間部に片持ち梁が取り付く単純梁その 2

スパン $l=6m$ で、$a=2m, b=4m$、片持ち部が $c=d=1m$ とする。理論解である代表的な曲げモーメントとせん断力は次のとおりである。

$$V_1 = P(b-d)/l = 10\cdot(4-1)/6 = 5kN; V_2 = 5kN$$
$$M_4 = -Pd = -10\cdot 1 = -10kNm; M_{3L} = V_1 a = 5\cdot 2 = 10kNm$$
$$M_{3R} = V_2 b = 5\cdot 4 = 20kNm$$
$$Q_{bL} = P(b-d)/l = 10\cdot(4-1)/6 = 5kN$$
$$Q_{bR} = -P(a+d)/l = -10\cdot(2+1)/6 = -5kN$$

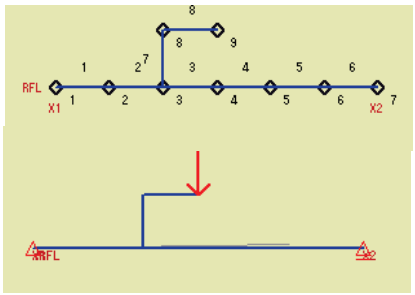


図 9 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

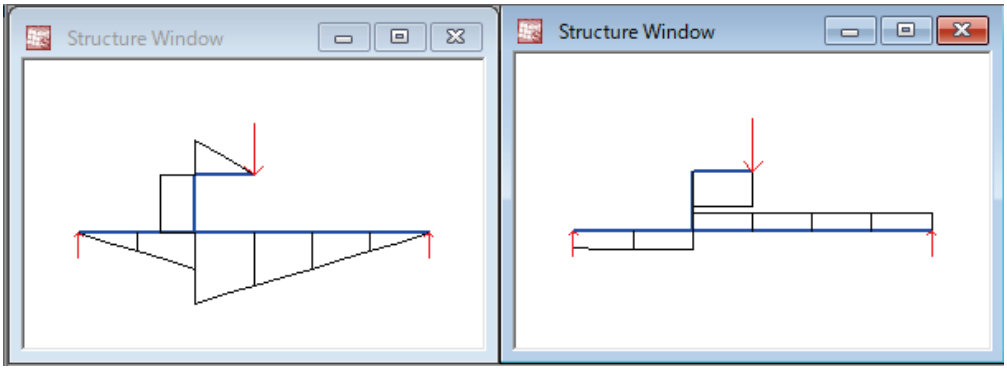


図 10 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

SPACE による数値解析結果を以下に示す。両者の結果を比較してみよう。

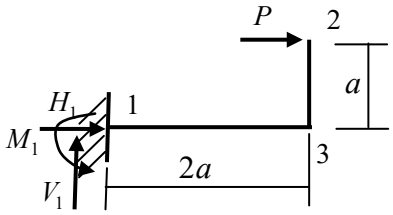
部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	0.0000	0.0000	-5.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-5.0000	0.0000	-499.9986	0.0000
2	1	0.0000	0.0000	-5.0000	0.0000	-499.9986	0.0000
		0.0000	0.0000	**-5.0000**	0.0000	**-999.9972**	0.0000
3	1	0.0000	0.0000	**5.0000**	0.0000	**-2000.0056**	0.0000
		0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	-1500.0042	0.0000
4	1	0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	-1500.0042	0.0000
		0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	-1000.0028	0.0000
5	1	0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	-1000.0028	0.0000
		0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	-500.0014	0.0000
6	1	0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	-500.0014	0.0000
		0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7	1	**-10.0000**	0.0000	-0.0001	0.0000	**1000.0084**	0.0000
		-10.0000	0.0000	-0.0001	0.0000	1000.0000	0.0000
8	1	0.0000	0.0000	**-10.0000**	0.0000	**1000.0000**	0.0000
		0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	0.0000	0.0000

付６話　基本構造の応用による応力解析
片持ち型梁(基礎３５話)

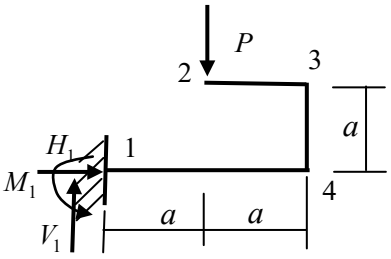
ex35_1 ~ ex35_4

ここでは、片持ち型の応用例について、解の検証を行う。

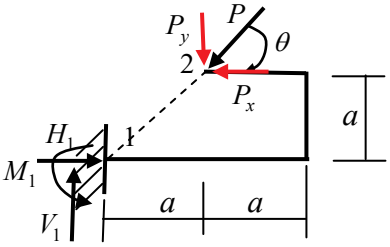
Ⅱ：４種の片持ち梁型の応用例



(a)拡張型構造１



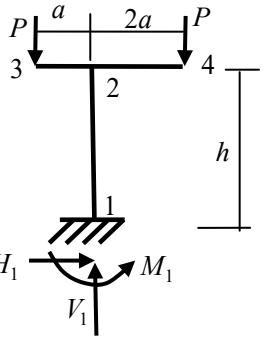
(b)拡張型構造２



(c) 拡張型構造 2+斜め荷重

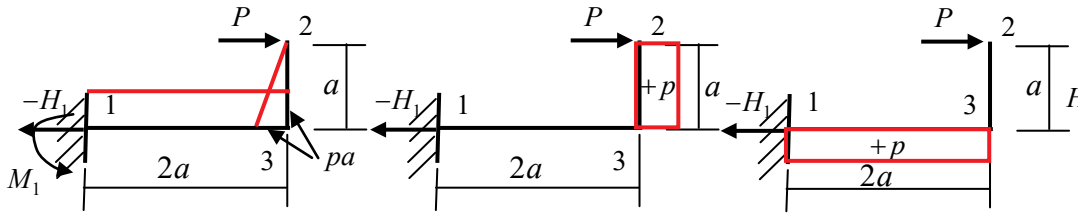
数値解析での代表的な骨組形状はスパン $h=4m$ 、 $a=2m$ とし、異なる場合は各々の箇所で示す。また代表的な荷重は、集中荷重 $P=10kN$ とし、斜め荷重の角度は $\theta=45$ 度とする。

１：図 11(a)の片持ち梁拡張型その１(ex35_1)



(d) 拡張型その３

図 11 片持ち梁の拡張型



(a) 曲げモーメント図　(b) せん断力図　(c) 軸力図

図 12 片持ち梁の拡張型構造１の断面力図

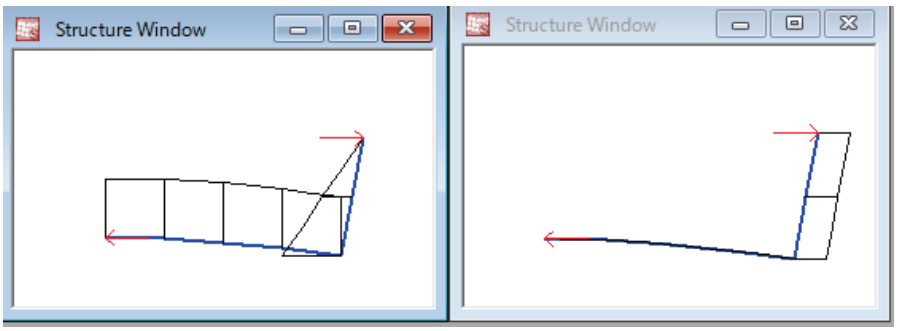


図 14 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

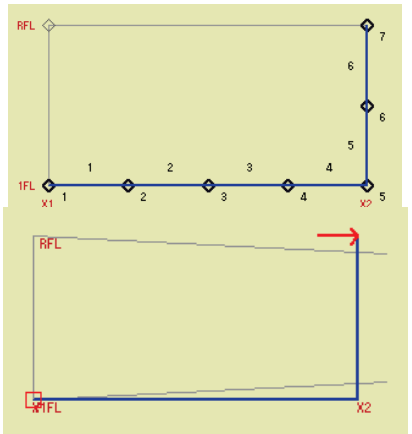


図 13 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

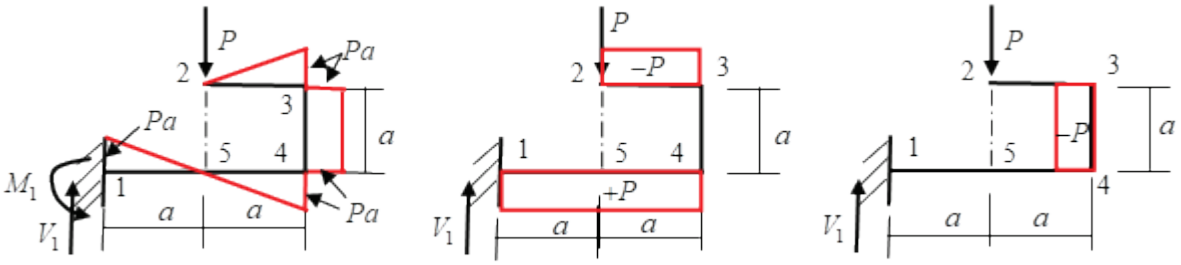
梁の形状は、スパン $l=4m$ で折れ曲がり部が $a=2m$ とする。理論解である代表的な曲げモーメントとせん断力は次のとおりである。

$$M_3=-Pa=-10\cdot 2=-20kNm;$$
$$Q=P=10kN;N=P=10kN$$

以下に、SPACE による応力解析結果を示す。両者を比較してみよう。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2000.0000	0.0000
		10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2000.0000	0.0000
2	1	10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2000.0000	0.0000
		10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2000.0000	0.0000
3	1	10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2000.0000	0.0000
		10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2000.0000	0.0000
4	1	10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2000.0000	0.0000
		10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2000.0000	0.0000
5	1	0.0001	0.0000	**-10.0000**	0.0000	**2000.0000**	0.0000
		0.0001	0.0000	-10.0000	0.0000	1000.0000	0.0000
6	1	0.0001	0.0000	-10.0000	0.0000	1000.0000	0.0000
		0.0001	0.0000	-10.0000	0.0000	0.0000	0.0000

2：図 11(b)の片持ち梁拡張型その 2(ex35_2)



(a) 曲げモーメント図　(b) せん断力図　(c) 軸力図

図 15 片持ち梁の拡張型構造 2 の断面力図

梁の形状はスパン $l=4m$ で、折れ曲がり部を $a=2m$ とする。理論解である代表的な曲げモーメントとせん断力は次のとおりである。

$$M_3=-Pa=-10\cdot 2=-20kNm;Q=P=10kN;N=-P=-10kN$$

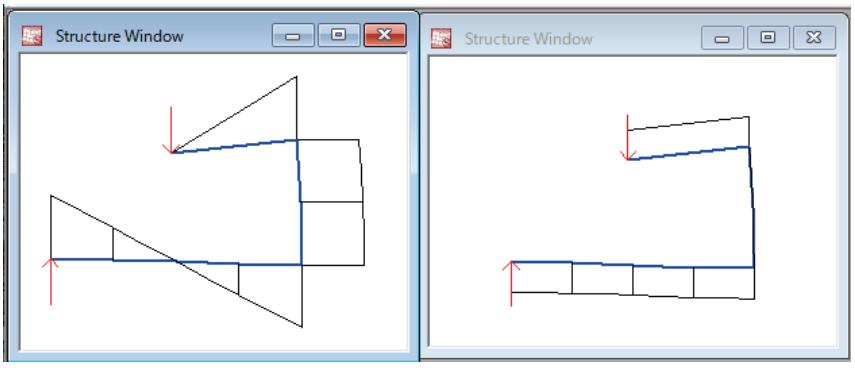


図 17 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

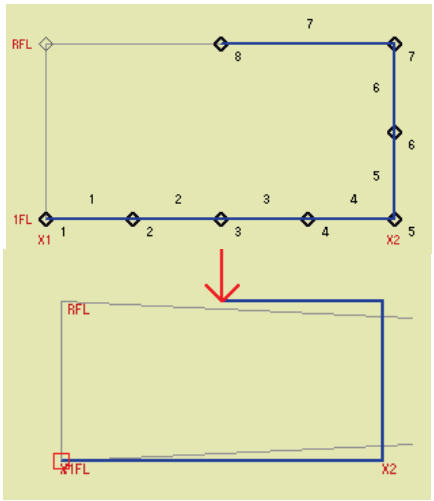
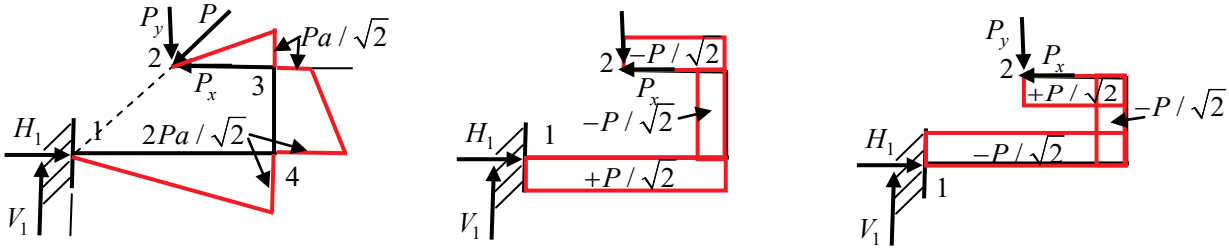


図 16 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	0.0000	0.0000	**-10.0000**	0.0000	**2000.0168**	0.0000
		0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	1000.0168	0.0000
2	1	0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	1000.0168	0.0000
		0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	**0.0168**	0.0000
3	1	0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	0.0168	0.0000
		0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	-999.9832	0.0000
4	1	0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	-999.9832	0.0000

		0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	**-1999.9832**	0.0000
5	1	**-10.0000**	0.0000	-0.0001	0.0000	-1999.9832	0.0000
		-10.0000	0.0000	-0.0001	0.0000	-1999.9916	0.0000
6	1	-10.0000	0.0000	-0.0001	0.0000	-1999.9916	0.0000
		-10.0000	0.0000	-0.0001	0.0000	-2000.0000	0.0000
7	1	0.0000	0.0000	**10.0000**	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	10.0000	0.0000	2000.0000	0.0000

3：図 11(c) の片持ち梁拡張型その 2+斜め荷重(ex35_3)



(a) 曲げモーメント図　(b) せん断力図　(c) 軸力図

図 18 片持ち梁の拡張型構造 2 の断面力図

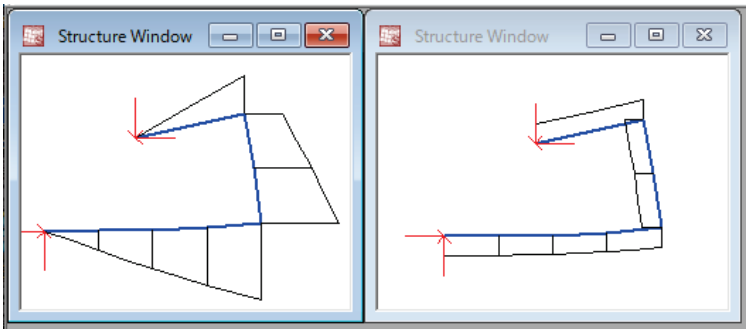


図 20 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

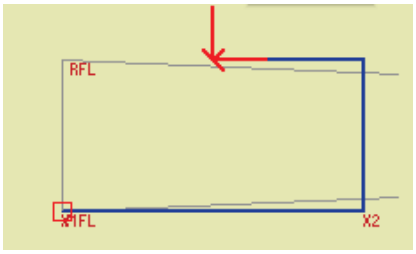


図 19 解析モデルの荷重と支持状態

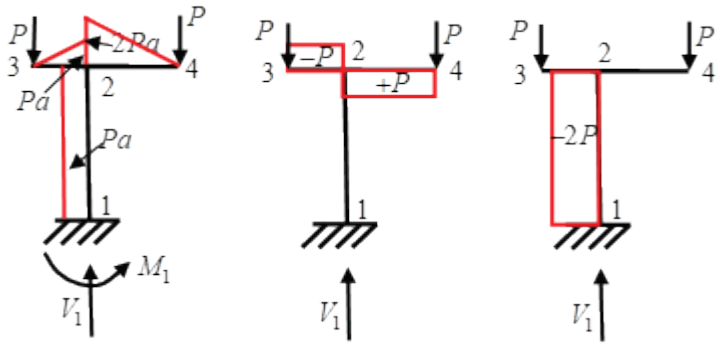
斜め荷重の角度は$\theta=45$度、代表的な曲げモーメントとせん断力は

$$M_3 = Pa/\sqrt{2} = 10\cdot 2/1.4142 = 14.14kNm; M_4 = 2Pa/\sqrt{2} = 28.28kNm$$

$$Q = P/\sqrt{2} = 7.071kN; N = -P/\sqrt{2} = -7.071kN$$

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**-7.0711**	0.0000	**-7.0711**	0.0000	**0.0119**	0.0000
		-7.0711	0.0000	-7.0711	0.0000	-707.0982	0.0000
2	1	-7.0711	0.0000	-7.0711	0.0000	-707.0982	0.0000
		-7.0711	0.0000	-7.0711	0.0000	-1414.2082	0.0000
3	1	-7.0711	0.0000	-7.0711	0.0000	-1414.2082	0.0000
		-7.0711	0.0000	-7.0711	0.0000	-2121.3182	0.0000
4	1	-7.0711	0.0000	-7.0711	0.0000	-2121.3182	0.0000
		-7.0711	0.0000	-7.0711	0.0000	**-2828.4283**	0.0000
5	1	-7.0712	0.0000	7.0710	0.0000	**-2828.4283**	0.0000
		-7.0712	0.0000	7.0710	0.0000	-2121.3242	0.0000
6	1	-7.0712	0.0000	7.0710	0.0000	-2121.3242	0.0000
		-7.0712	0.0000	7.0710	0.0000	**-1414.2201**	0.0000
7	1	7.0711	0.0000	7.0711	0.0000	0.0000	0.0000
		7.0711	0.0000	7.0711	0.0000	1414.2201	0.0000

4：図 11(d)の片持ち梁拡張型その 3(ex35_4)



(a) 曲げモーメント図　(b) せん断力図　(c) 軸力図

図 21 片持ち梁の拡張型構造 3 の断面力図

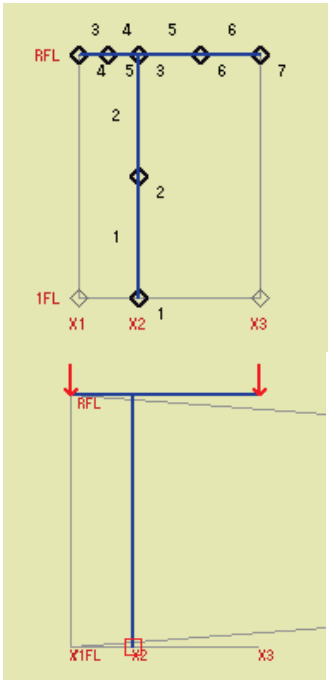


図 22 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

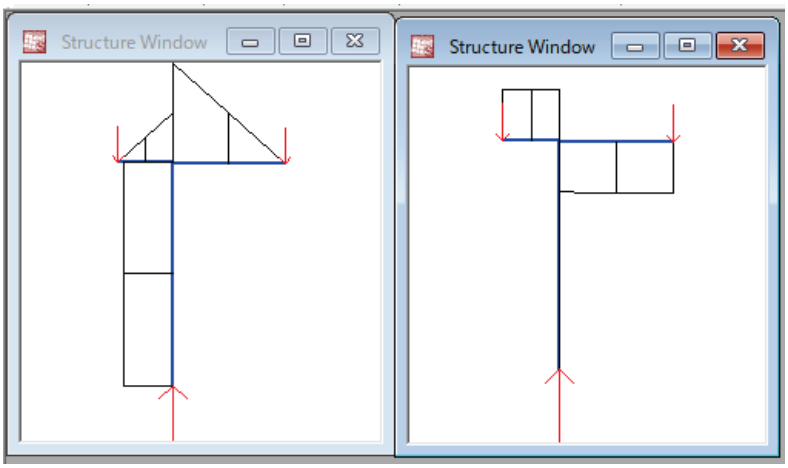


図 23 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

梁の形状は高さ $h=4m$ で、左片持ち部が $a=1m$、右片持ち部 $2a=2m$ とする。理論解である代表的な曲げモーメントとせん断力は次のとおりである。

$$M_{2L}=-Pa=-10\cdot 1=-10kNm;M_{2R}=-2Pa=-2\cdot 10\cdot 1=-20kNm;M_1=-Pa=-10kNm$$

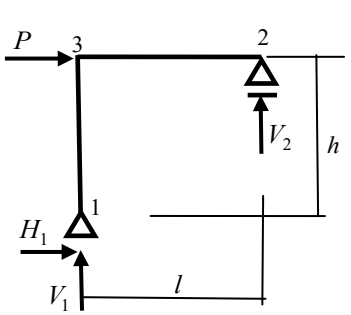
$$Q=P=10kN;N=-2P=-20kN$$

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**-20.0000**	0.0000	-0.0002	0.0000	**1000.0672**	0.0000
		-20.0000	0.0000	-0.0002	0.0000	1000.0336	0.0000
2	1	-20.0000	0.0000	-0.0002	0.0000	1000.0336	0.0000
		-20.0000	0.0000	-0.0002	0.0000	1000.0000	0.0000
3	1	0.0000	0.0000	**10.0000**	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	10.0000	0.0000	500.0000	0.0000
4	1	0.0000	0.0000	10.0000	0.0000	500.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	10.0000	0.0000	**1000.0000**	0.0000
5	1	0.0000	0.0000	**-10.0000**	0.0000	**2000.0000**	0.0000
		0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	1000.0000	0.0000
6	1	0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	1000.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	0.0000	0.0000

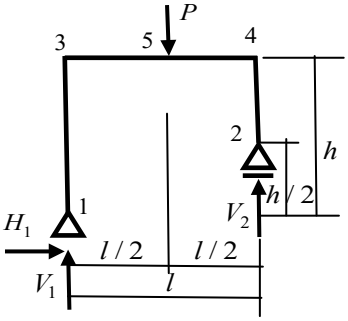
付７話　基本構造の応用による応力解析
単純支持門型ラーメン(基礎３６話)

ex36_1 ~ ex36_4

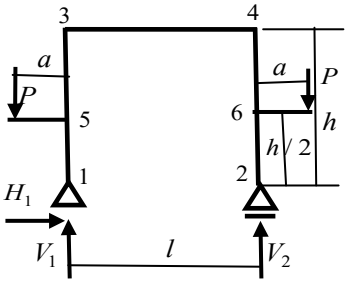
今回は基本構造を少し変更した単純支持門型ラーメンの応力解析を行う。次の４つ例題を用いて解析解と比較する。



(a) 門型ラーメン１



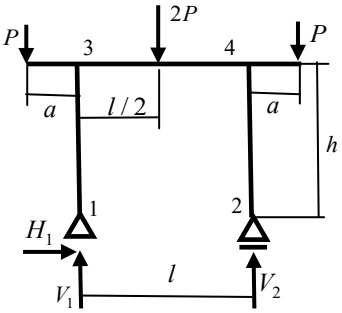
(b) 門型ラーメン２



(c) 門型ラーメン３

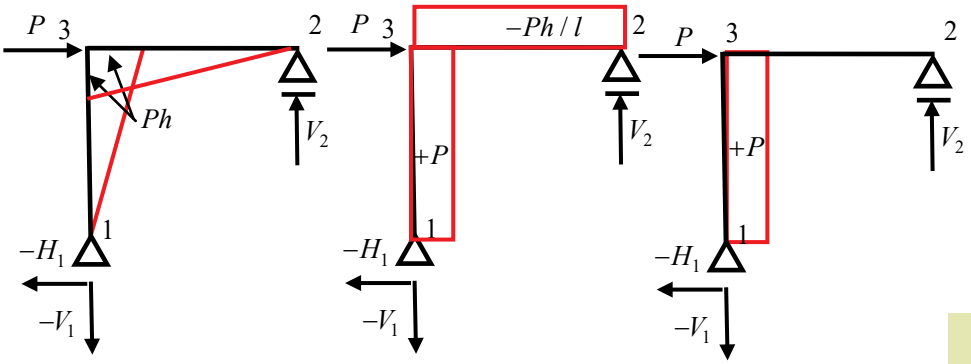
数値解析では、門型ラーメンの形状はスパン $l=4m$ 、階高 $h=4m$ 、また、片持ち長さは $a=1m$ とする。集中荷重は $P=10kN$ である。

1：図１(a)の門型ラーメン１(ex36_1)



(d) 門型ラーメン４

図１ 門型ラーメン拡張型構造



(a) 曲げモーメント図　　(b) せん断力図　　(c) 軸力図

図２ 単純支持門型ラーメンの拡張型１

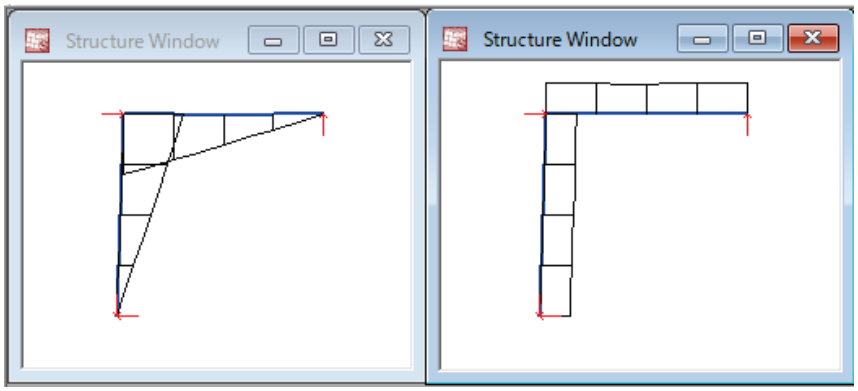


図４ SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

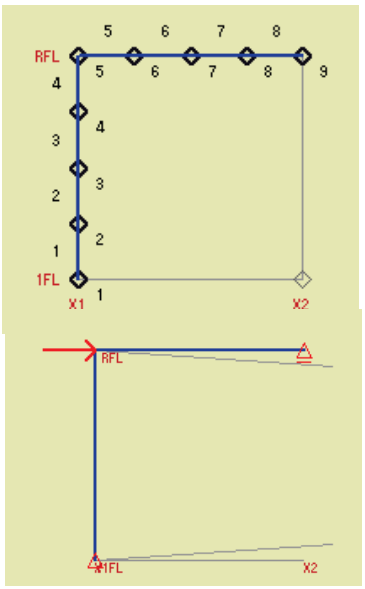


図３解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

理論解から求めた最大曲げモーメントとせん断力は次式で与えられる。

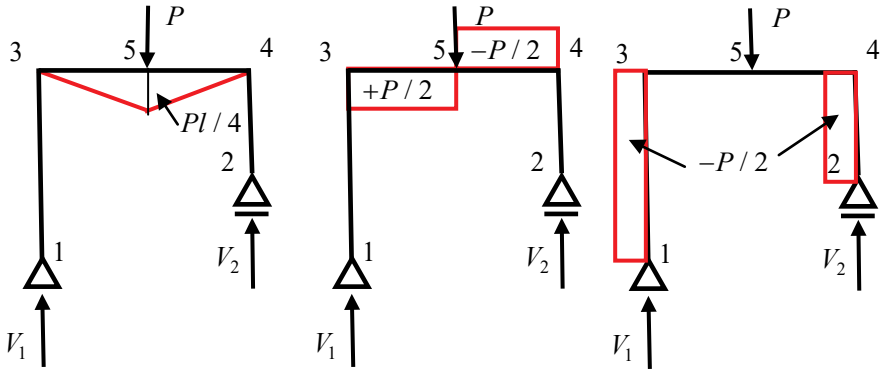
$$M_3 = Ph = 10 \cdot 4 = 40kNm$$

$$Q_c = P = 10kN; Q_b = Ph / l = -10kN; N = P = 10kN$$

SPACE による数値解析結果を以下に示す。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**10.0000**	0.0000	**-9.9999**	0.0000	0.0000	0.0000
		10.0000	0.0000	-9.9999	0.0000	-999.9916	0.0000
2	1	10.0000	0.0000	-9.9999	0.0000	-999.9916	0.0000
		10.0000	0.0000	-9.9999	0.0000	-1999.9832	0.0000
3	1	10.0000	0.0000	-9.9999	0.0000	-1999.9832	0.0000
		10.0000	0.0000	-9.9999	0.0000	-2999.9749	0.0000
4	1	10.0000	0.0000	-9.9999	0.0000	-2999.9749	0.0000
		10.0000	0.0000	-9.9999	0.0000	**-3999.9665**	0.0000
5	1	0.0000	0.0000	**9.9999**	0.0000	-3999.9665	0.0000
		0.0000	0.0000	9.9999	0.0000	-2999.9749	0.0000
6	1	0.0000	0.0000	9.9999	0.0000	-2999.9749	0.0000
		0.0000	0.0000	9.9999	0.0000	-1999.9832	0.0000
7	1	0.0000	0.0000	9.9999	0.0000	-1999.9832	0.0000
		0.0000	0.0000	9.9999	0.0000	-999.9916	0.0000
8	1	0.0000	0.0000	9.9999	0.0000	-999.9916	0.0000
		0.0000	0.0000	9.9999	0.0000	0.0000	0.0000

2：図 1(b)の門型ラーメン 2(ex36_2)



(a) 曲げモーメント図　　(b) せん断力図　　(c) 軸力図

図 5 単純支持門型ラーメンの拡張型 2

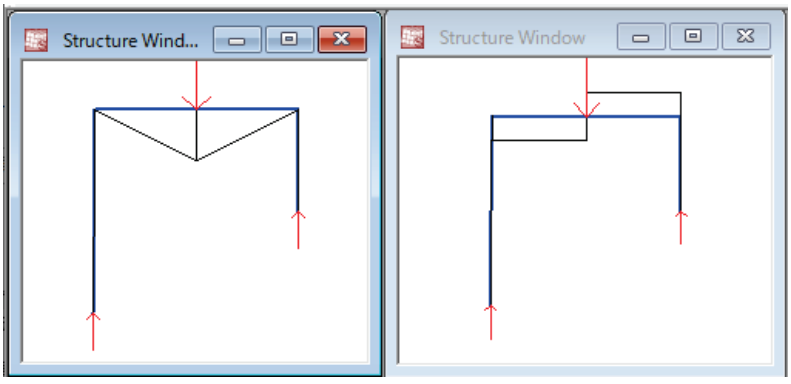


図 7 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

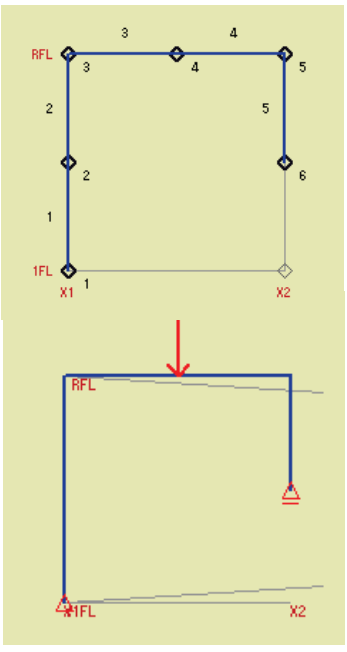


図 6 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

理論解から求めた最大曲げモーメントとせん断力は次式、

$$M_5 = Pl/4 = 10\cdot 4/4 = 10kNm$$

$$Q = P/2 = 5kN; N = -P/2 = -5kN$$

となり、また、SPACE で求めた結果を以下に示す。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**-5.0000**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-5.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0084	0.0000
2	1	-5.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0084	0.0000
		-5.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0168	0.0000
3	1	0.0000	0.0000	**-5.0000**	0.0000	-0.0168	0.0000
		0.0000	0.0000	-5.0000	0.0000	**-1000.0126**	0.0000
4	1	0.0000	0.0000	**5.0000**	0.0000	-1000.0126	0.0000
		0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	-0.0084	0.0000
5	1	-5.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0084	0.0000
		-5.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

3：図 1(c)の門型ラーメン 3(ex36_3)

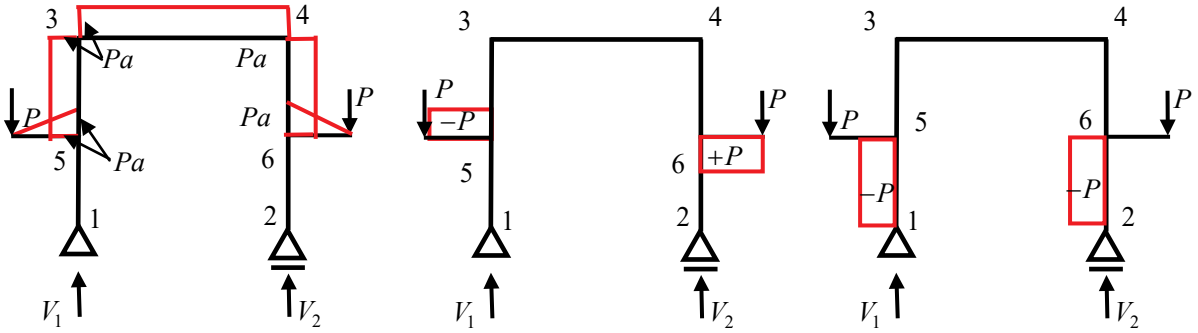


図 8 単純支持門型ラーメンの拡張型 3

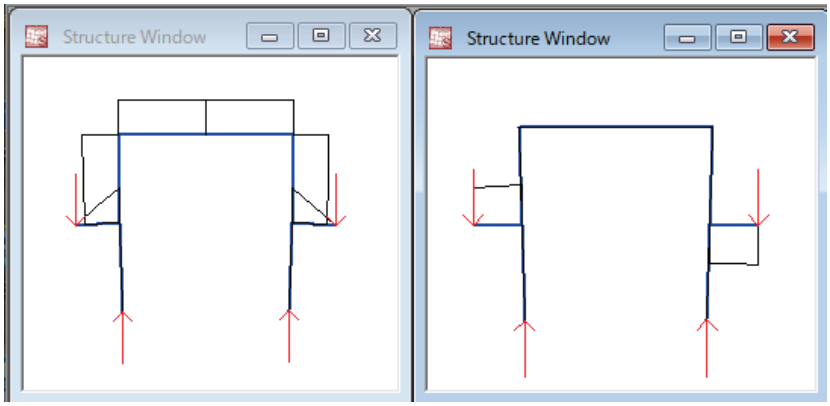


図 10 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

理論解から求めた最大曲げモーメントとせん断力：

$$M_5 = -Pa = -10\cdot 1 = -10kNm$$

$$Q = -P = -10kN; N = -P = -10kN$$

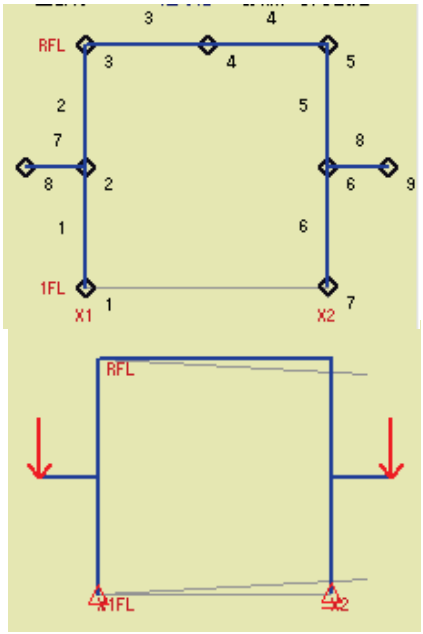
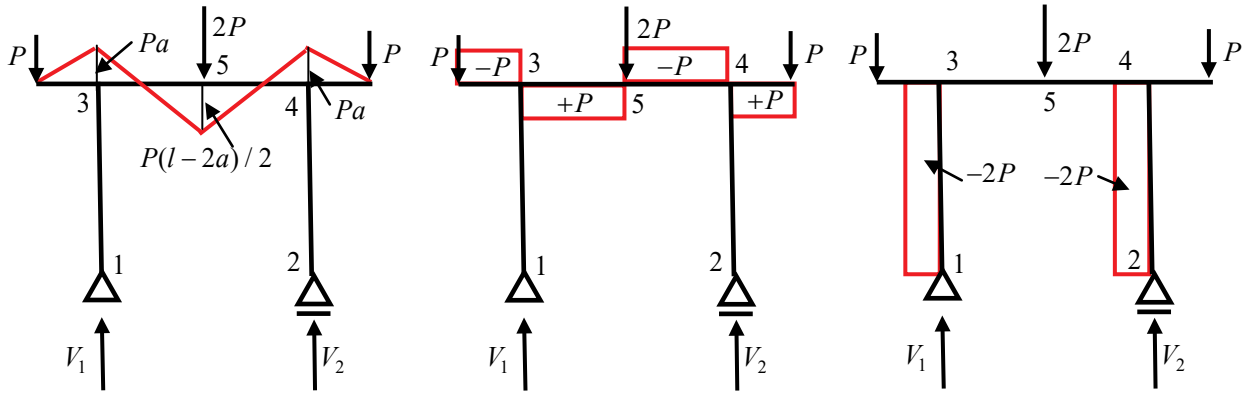


図 9 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**-10.0000**	0.0000	-0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
		-10.0000	0.0000	-0.0001	0.0000	-0.0168	0.0000
2	1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	999.9832	0.0000
		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	999.9832	0.0000
3	1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	999.9832	0.0000
		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	999.9833	0.0000
4	1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	999.9833	0.0000
		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	999.9834	0.0000
5	1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	999.9834	0.0000
		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	999.9834	0.0000
6	1	**-10.0000**	-0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0167
		-10.0000	-0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7	1	0.0000	0.0000	**10.0000**	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	10.0000	0.0000	**1000.0000**	0.0000
8	1	0.0000	0.0000	**-10.0000**	0.0000	**1000.0000**	0.0000
		0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	0.0000	0.00000

4：図 1(d)の門型ラーメン 4(ex36_4)



(a) 曲げモーメント図　　(b) せん断力図　　(c) 軸力図

図 10 単純支持門型ラーメンの拡張型 4

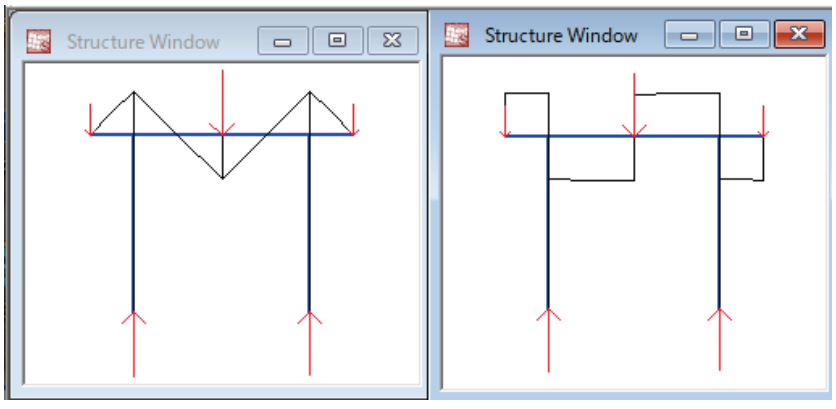


図 12 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

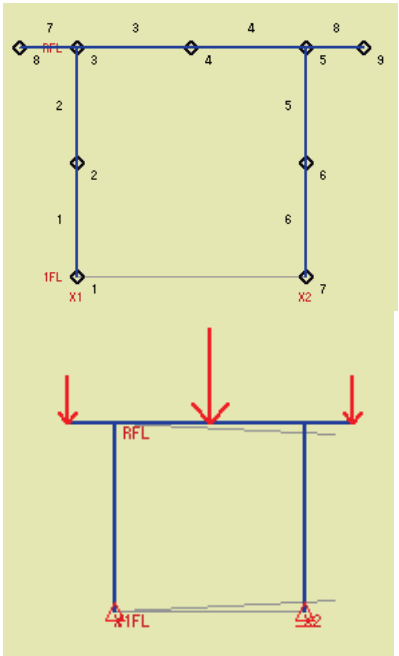


図 11 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

理論解から求めた最大曲げモーメントとせん断力：

$M_3 = -Pa = -10 \cdot 1 = -10kNm; M_5 = P(l-2a)/2 = 10(4-2)/2 = 10kNm$

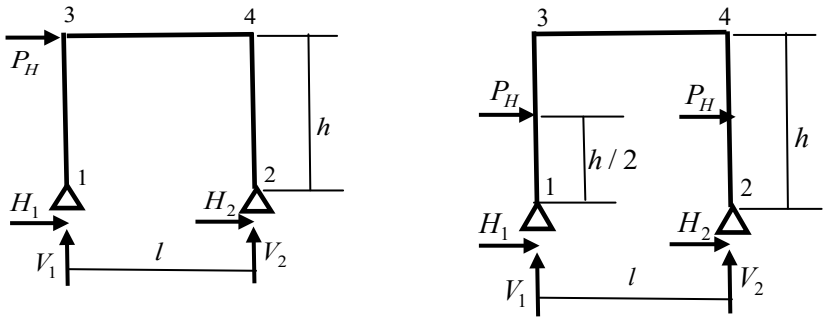
$Q = P = 10kN; N = -2P = -20kN$

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**-20.0000**	0.0000	-0.0002	0.0000	0.0000	0.0000
		-20.0000	0.0000	-0.0002	0.0000	-0.0336	0.0000
2	1	-20.0000	0.0000	-0.0002	0.0000	-0.0336	0.0000
		-20.0000	0.0000	-0.0002	0.0000	-0.0672	0.0000
3	1	0.0000	0.0000	**-10.0000**	0.0000	999.9329	0.0000
		0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	**-1000.0670**	0.0000
4	1	0.0000	0.0000	10.0000	0.0000	-1000.0670	0.0000
		0.0000	0.0000	10.0000	0.0000	999.9331	0.0000
5	1	-20.0000	0.0000	0.0002	0.0000	-0.0669	0.0000
		-20.0000	0.0000	0.0002	0.0000	-0.0333	0.0000
6	1	**-20.0000**	-0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0333
		-20.0000	-0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7	1	0.0000	0.0000	**10.0000**	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	10.0000	0.0000	**1000.0000**	0.0000
8	1	0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	**1000.0000**	0.0000
		0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	0.0000	0.0000

付８話　基本構造の応用による応力解析
逆対称条件による門型ラーメン(基礎３７話)

ex37_1;　ex37_2

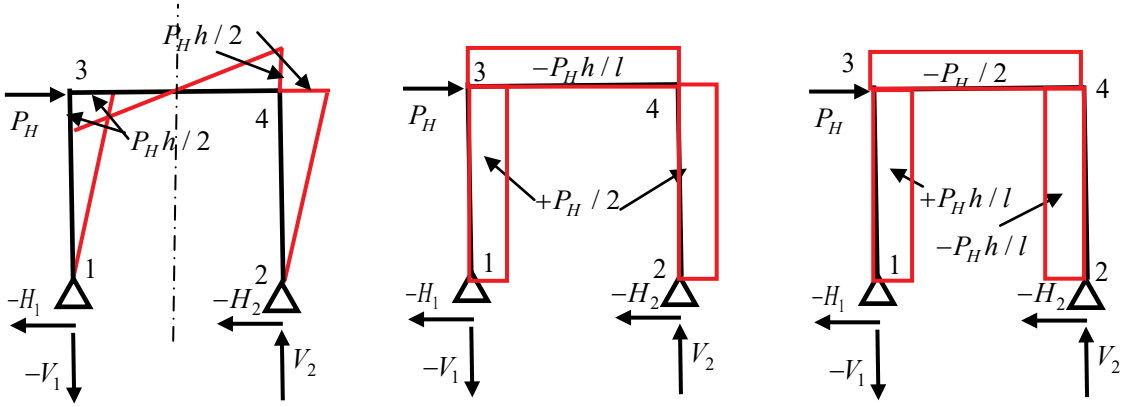
今回は基本構造を少し変更した両端ピン支持の門型ラーメンの応力解析を行い、2 つの例題を用いて解析解と比較する。



(a) 柱頭水平集中荷重　　(b) 柱中間水平集中荷重

図 1 両端ピン支持門型ラーメン

1：図 1(a)に示す逆対称条件を用いた門型ラーメン(ex37_1)



(a) 曲げモーメント図　　(b) せん断力図　　(c) 軸力図

図 2 逆対称荷重を受ける門型ラーメンの断面力図

骨組の形状は、スパン $l=6m$、階高 $h=3m$ で、柱頭水平荷重 $P=10kN$ とする。SPACE による解析結果を以下に示す。

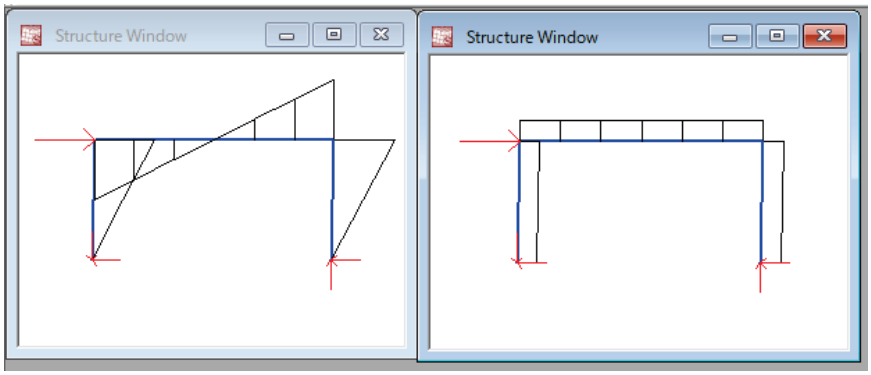


図 4 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

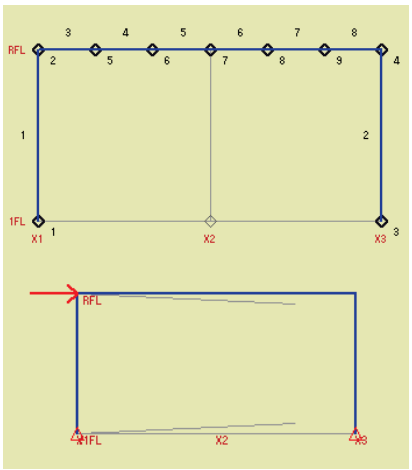


図 3 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

理論解である代表的な曲げモーメントとせん断力は次のとおりである。

$$M_3 = P_H h / 2 = 10 \cdot 3 / 2 = 15kNm; Q_c = P_H h / l = 10 \cdot 3 / 6 = 5kN$$

$$Q_b = -P_H h / l = -10 \cdot 3 / 6 = -5kN; N_c = P_H h / l = 5kN$$

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**5.0000**	0.0000	**-5.0000**	0.0000	0.0000	0.0000
		5.0000	0.0000	-5.0000	0.0000	**-1500.0014**	0.0000
2	1	-5.0000	0.0000	-5.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-5.0000	0.0000	-5.0000	0.0000	-1499.9986	0.0000
3	1	**-5.0000**	0.0000	**5.0000**	0.0000	-1500.0014	0.0000
		-5.0000	0.0000	5.0000	0.0000	-1000.0014	0.0000
4	1	-5.0000	0.0000	5.0000	0.0000	-1000.0014	0.0000
		-5.0000	0.0000	5.0000	0.0000	-500.0014	0.0000
5	1	-5.0000	0.0000	5.0000	0.0000	-500.0014	0.0000
		-5.0000	0.0000	5.0000	0.0000	-0.0014	0.0000
6	1	-5.0000	0.0000	5.0000	0.0000	-0.0014	0.0000
		-5.0000	0.0000	5.0000	0.0000	499.9986	0.0000
7	1	-5.0000	0.0000	5.0000	0.0000	499.9986	0.0000
		-5.0000	0.0000	5.0000	0.0000	999.9986	0.0000
8	1	-5.0000	0.0000	5.0000	0.0000	999.9986	0.0000
		-5.0000	0.0000	5.0000	0.0000	1499.9986	0.0000

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.32968116E-02	0.00000000E+00
2	**0.68160313E+00**	0.00000000E+00	-0.44812382E-05	0.00000000E+00	0.22240821E-03	0.00000000E+00
3	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.32968046E-02	0.00000000E+00
4	0.68160158E+00	0.00000000E+00	-0.69615789E-05	0.00000000E+00	0.22240695E-03	0.00000000E+00
5	0.68160290E+00	0.00000000E+00	-0.12360694E-01	0.00000000E+00	0.37071793E-04	0.00000000E+00
6	0.68160266E+00	0.00000000E+00	-0.98899892E-02	0.00000000E+00	-0.74130134E-04	0.00000000E+00
7	0.68160236E+00	0.00000000E+00	-0.58159831E-05	0.00000000E+00	-0.11119759E-03	0.00000000E+00
8	0.68160212E+00	0.00000000E+00	0.98783784E-02	0.00000000E+00	-0.74130556E-04	0.00000000E+00
9	0.68160188E+00	0.00000000E+00	0.12349146E-01	0.00000000E+00	0.37070953E-04	0.00000000E+00

第 58 話で学ぶ「仮想仕事の原理　単位荷重法」を用いて、柱頭の水平変位を求めてみよう。この項は、第 58 話から 60 話を学んだあとから、再度、学習すると良い。

SPACE で用いた部材の断面特性は以下のようである。部材 1 が梁、部材 2 が柱の断面特性を表す。

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.9500E+05	0.4684E+02	**0.3290E+05**	0.1870E+04
2	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.5900E+05	0.5662E+04	**0.3570E+04**	0.3570E+04

柱の曲げモーメント関数は

$$M(x) = P \cdot x / 2; \quad \bar{M}(x) = x / 2$$

節点 5-4 間の梁の曲げモーメント関数は

$$M(x) = P \cdot xh / l; \quad \bar{M}(x) = xh / l$$

従って、柱頭の水平変位は、

$$\delta = 2\{\int_0^h \frac{M\bar{M}}{EI_c}dx + \int_0^{l/2} \frac{M\bar{M}}{EI_b}dx\} = 2\{\frac{P}{4EI_b}\int_0^h x^2dx + \frac{P}{EI_b}\left(\frac{h}{l}\right)^2 \int_0^{l/2} x^2dx\}$$

$$= 2\{\frac{P}{4EI_b}\frac{h^3}{3} + \frac{Ph^2}{EI_b}\frac{l}{3\cdot 8}\} = \frac{Ph^2}{3}(\frac{1}{K_c} + \frac{1}{2K_b}) \leftarrow K_c = \frac{2EI_c}{h}; K_b = \frac{2EI_b}{l}$$

まず、柱と梁の曲げ剛性は

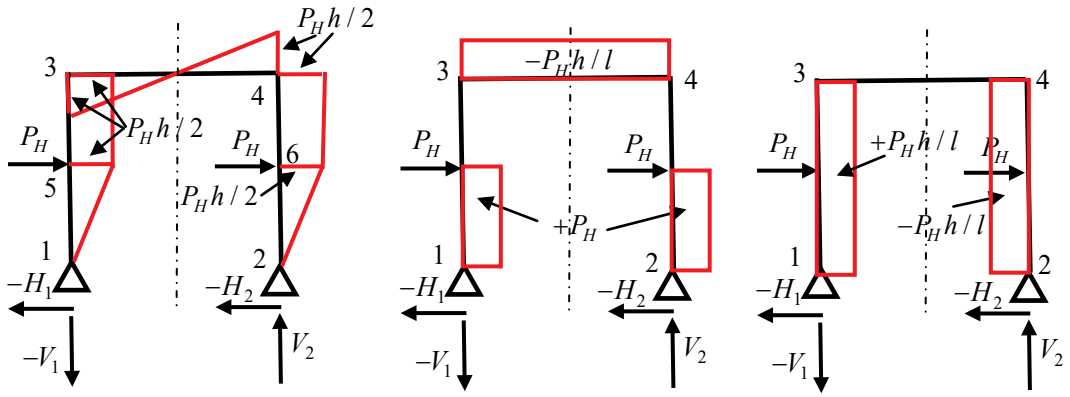
$$K_c = \frac{2EI_c}{h} = \frac{2\cdot 20500\cdot 3570}{300} = 487900; K_b = \frac{2EI_b}{l} = \frac{2\cdot 20500\cdot 32900}{600} = 2248167$$

となり、従って、柱頭の水平変位は次式となる。

$$\delta = \frac{Ph^2}{3}(\frac{1}{K_c} + \frac{1}{2K_b}) = \frac{10\cdot 300^2}{3}(\frac{1}{487900} + \frac{1}{2\cdot 2248167}) = 0.6816\text{cm}$$

2：図 1(b)に示す逆対称条件を用いた門型ラーメン(ex37_2)

柱の中間に水平荷重が加わった場合の応力解析について、数値計算により検証を行う。理論解による断面力図を以下に示す。



(a) 曲げモーメント図　(b) せん断力図　(c) 軸力図

図 5 柱中間部に逆対称荷重を受ける門型ラーメンの断面力図

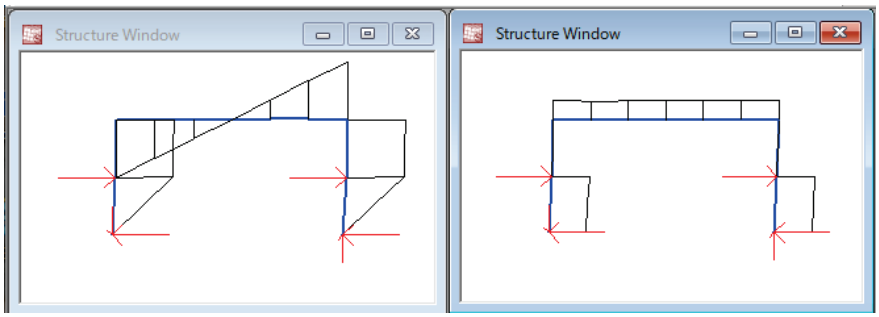


図 7 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

骨組の形状は、スパン $l=6m$ 、階高 $h=3m$ で、柱中間部水平荷重 $P=10kN$ とする。理論解の代表的な曲げモーメントとせん断力は次のとおりである。

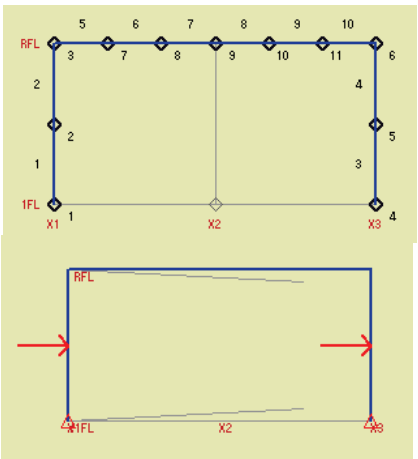


図 6 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

$$M_5 = P_H h / 2 = 10 \cdot 3 / 2 = 15kNm; Q_c = P_H = 10kN$$
$$Q_b = -P_H h / l = -10 \cdot 3 / 6 = -5kN; N_c = P_H h / l = 5kN$$

SPACE による解析結果を以下に示す。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**5.0001**	0.0000	**-10.0000**	0.0000	0.0000	0.0000
		5.0001	0.0000	-10.0000	0.0000	**-1500.0000**	0.0000
2	1	5.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1500.0000	0.0000
		5.0000	0.0000	0.0000	0.0000	**-1500.0000**	0.0000
3	1	**-4.9999**	0.0000	**-10.0000**	0.0000	0.0000	0.0000
		-4.9999	0.0000	-10.0000	0.0000	-1500.0000	0.0000
4	1	-5.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1500.0000	0.0000
		-5.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1500.0000	0.0000
5	1	0.0000	0.0000	**5.0000**	0.0000	-1500.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	-1000.0000	0.0000
6	1	0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	-1000.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	-500.0000	0.0000
7	1	0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	-500.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	0.0000	0.0000
8	1	0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	500.0000	0.0000
9	1	0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	500.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	1000.0000	0.0000
10	1	0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	1000.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	1500.0000	0.0000

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.56264554E-02	0.00000000E+00
2	0.76710832E+00	0.00000000E+00	-0.58190631E-05	0.00000000E+00	0.40892554E-02	0.00000000E+00
3	**0.11499165E+01**	0.00000000E+00	-0.84122939E-05	0.00000000E+00	0.10148548E-02	0.00000000E+00
4	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.56264554E-02	0.00000000E+00
5	0.76710832E+00	0.00000000E+00	-0.70592400E-05	0.00000000E+00	0.40892554E-02	0.00000000E+00
6	0.11499165E+01	0.00000000E+00	-0.10892648E-04	0.00000000E+00	0.10148548E-02	0.00000000E+00
7	0.11499165E+01	0.00000000E+00	-0.56389417E-01	0.00000000E+00	0.16914590E-03	0.00000000E+00
8	0.11499165E+01	0.00000000E+00	-0.45113713E-01	0.00000000E+00	-0.33827941E-03	0.00000000E+00
9	0.11499165E+01	0.00000000E+00	-0.96524645E-05	0.00000000E+00	-0.50742121E-03	0.00000000E+00
10	0.11499165E+01	0.00000000E+00	0.45094408E-01	0.00000000E+00	-0.33827941E-03	0.00000000E+00
11	0.11499165E+01	0.00000000E+00	0.56370113E-01	0.00000000E+00	0.16914592E-03	0.00000000E+00

SPACE で用いた部材の断面特性は以下のようである。部材 1 が梁、部材 2 が柱の断面特性を表す。

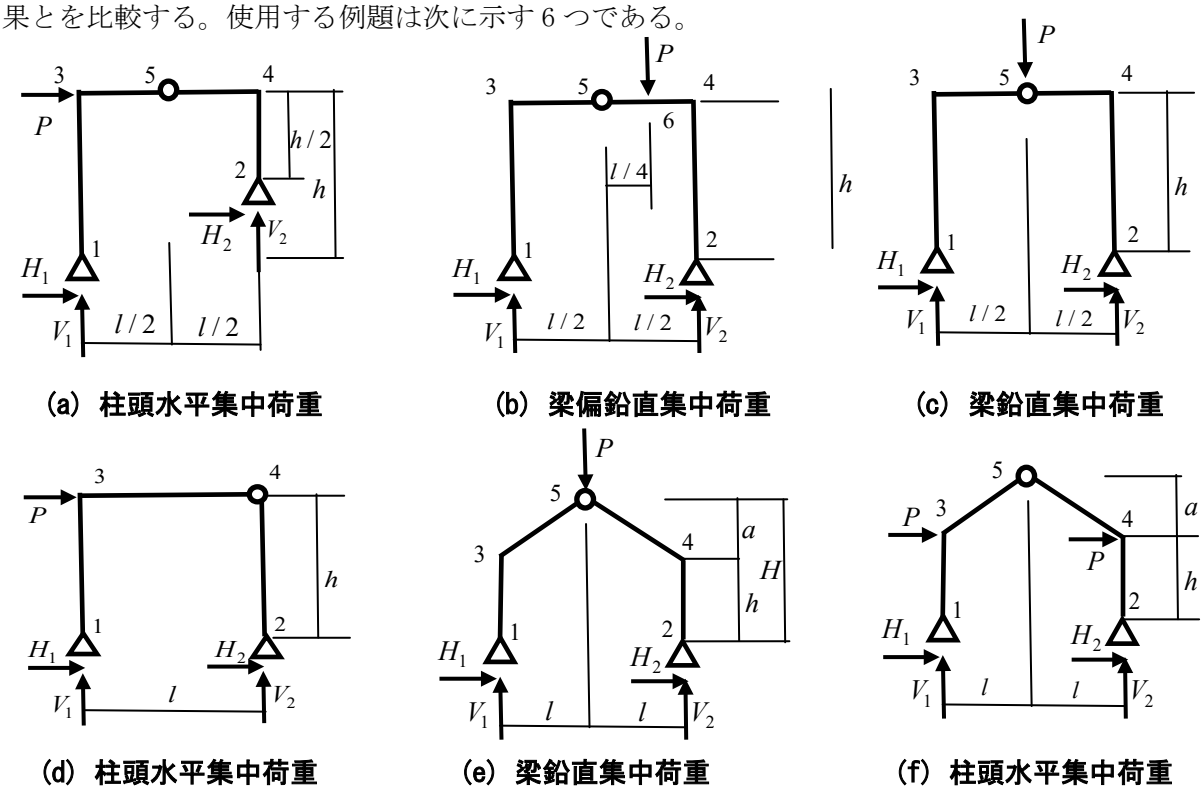
		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.4600E+05	0.9870E+01	**0.7210E+04**	0.5080E+03
2	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.5900E+05	0.5662E+04	**0.3570E+04**	0.3570E+04

読者は、図 1(a)の例に従って、「仮想仕事の原理　単位荷重法」を用いて、このモデルの柱頭の水平変位を求めてみよう。答えは上の節点 3 の水平変位として示されている。

付９話　基本構造の応用による応力解析
３ヒンジラーメン(基礎３８話)

ex38_1 ~ ex38_4
ex39_1;　ex39_2

今回は 3 ヒンジラーメンの応力解析を実施し、理論解と数値計算結果とを比較する。使用する例題は次に示す 6 つである。



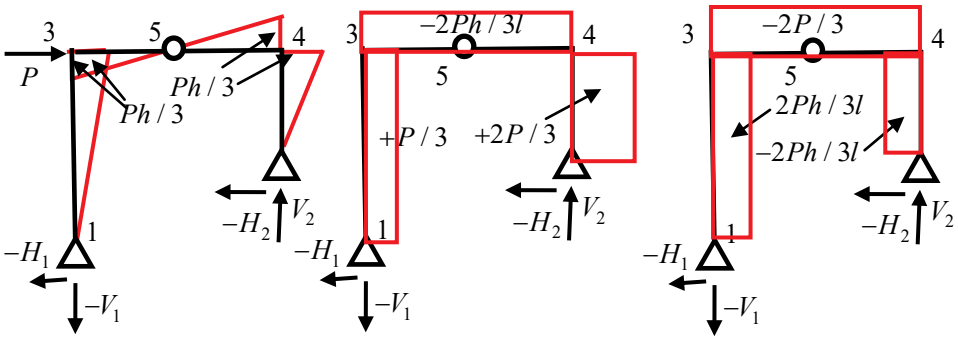
(a) 柱頭水平集中荷重　(b) 梁偏鉛直集中荷重　(c) 梁鉛直集中荷重

(d) 柱頭水平集中荷重　(e) 梁鉛直集中荷重　(f) 柱頭水平集中荷重

図 1 3 ヒンジ門型ラーメンと 3 ヒンジ山形ラーメン

骨組の形状はスパン $l=6m$、階高 $h=3m$ で、山形ラーメンでは、階高 $h=3m, a=1.5m; H=4.5m$ とする。柱頭水平荷重及び鉛直集中荷重は $P=10kN$ とする。

1：図 1(a)に示す柱頭水平集中荷重の 3 ヒンジ門型ラーメン(ex38_1)



(a) 曲げモーメント図　(b) せん断力図　(c) 軸力図

図 2 逆対称荷重を受ける 3 ヒンジ門型ラーメンの断面力図

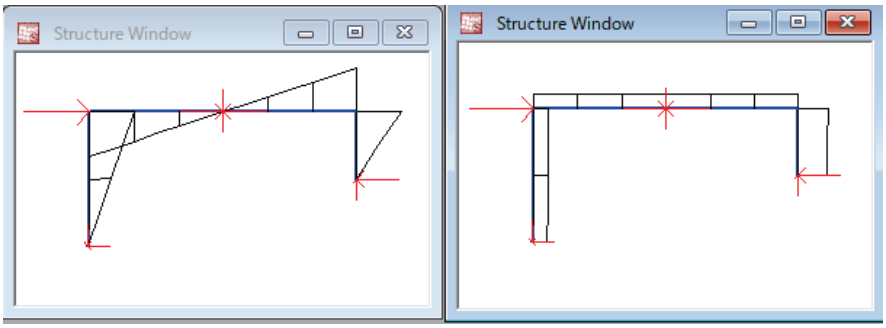


図 4 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

理論解である代表的な曲げモーメントとせん断力は次のとおりである。$M_3 = Ph/3 = 10 \cdot 3/3 = 10kNm;$

$Q_b = -2Ph/(3l) = -2 \cdot 10 \cdot 3/(3 \cdot 6) = -3.33kN; Q_{cL} = P/3 = 3.33kN$

$Q_{cR} = 2P/3 = 6.67kN; N_c = 2Ph/(3l) = 3.33kN; N_b = -2P/3 = -6.67kN$

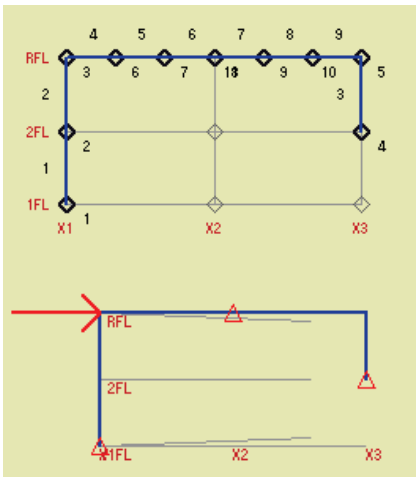
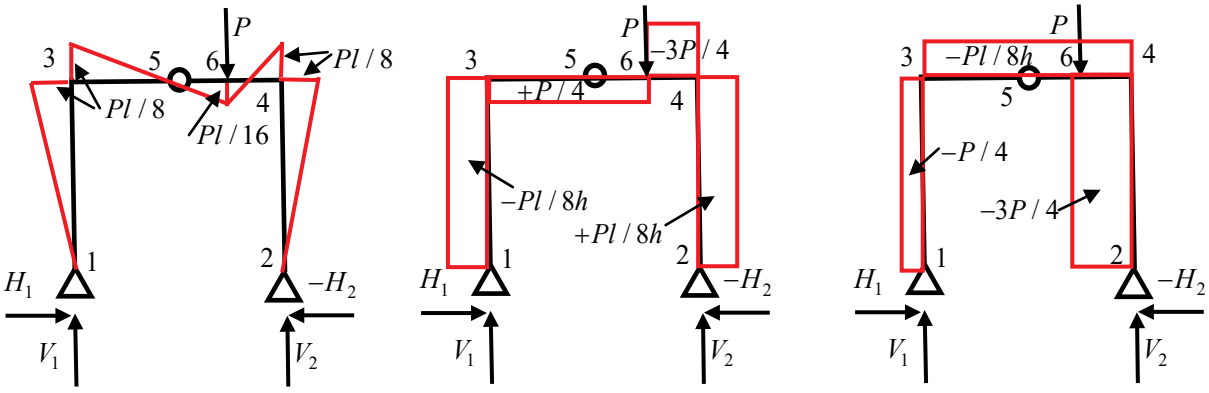


図 3 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	3.3334	0.0000	-3.3333	0.0000	0.0000	0.0000
		3.3334	0.0000	-3.3333	0.0000	-500.0000	0.0000
2	1	**3.3334**	0.0000	-3.3333	0.0000	-500.0000	0.0000
		3.3334	0.0000	**-3.3333**	0.0000	**-1000.0000**	0.0000
3	1	-3.3333	0.0000	**-6.6667**	0.0000	0.0000	0.0000
		-3.3333	0.0000	-6.6667	0.0000	-1000.0000	0.0000
4	1	**-6.6666**	0.0000	**3.3333**	0.0000	-1000.0000	0.0000
		-6.6666	0.0000	3.3333	0.0000	-666.6667	0.0000
5	1	-6.6666	0.0000	3.3333	0.0000	-666.6667	0.0000
		-6.6666	0.0000	3.3333	0.0000	-333.3333	0.0000
6	1	-6.6666	0.0000	3.3333	0.0000	-333.3333	0.0000
		-6.6666	0.0000	3.3333	0.0000	0.0000	0.0000
7	1	-6.6666	0.0000	3.3333	0.0000	0.0000	0.0000
		-6.6666	0.0000	3.3333	0.0000	333.3333	0.0000
8	1	-6.6666	0.0000	3.3333	0.0000	333.3333	0.0000
		-6.6666	0.0000	3.3333	0.0000	666.6667	0.0000
9	1	-6.6666	0.0000	3.3333	0.0000	666.6667	0.0000
		-6.6666	0.0000	3.3333	0.0000	1000.0000	0.0000

2：図 1(b)に示す梁偏鉛直集中荷重の 3 ヒンジ門型ラーメン(ex38_2)



(a) 曲げモーメント図　(b) せん断力図　(c) 軸力図

図 5 梁偏鉛直集中荷重を受ける 3 ヒンジ門型ラーメンの断面力図

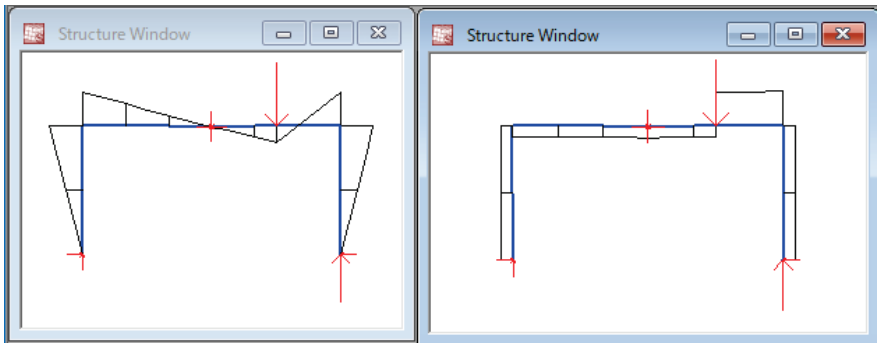


図 7 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

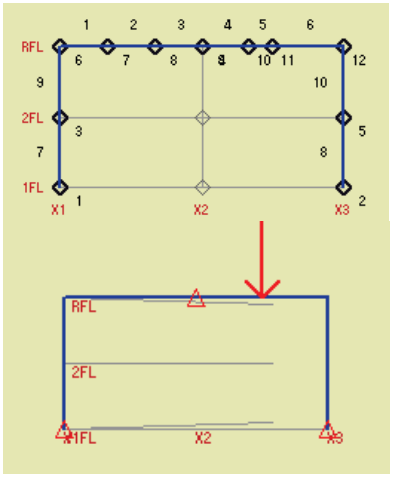


図 6 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

理論解である代表的な曲げモーメントとせん断力は次のとおりである。

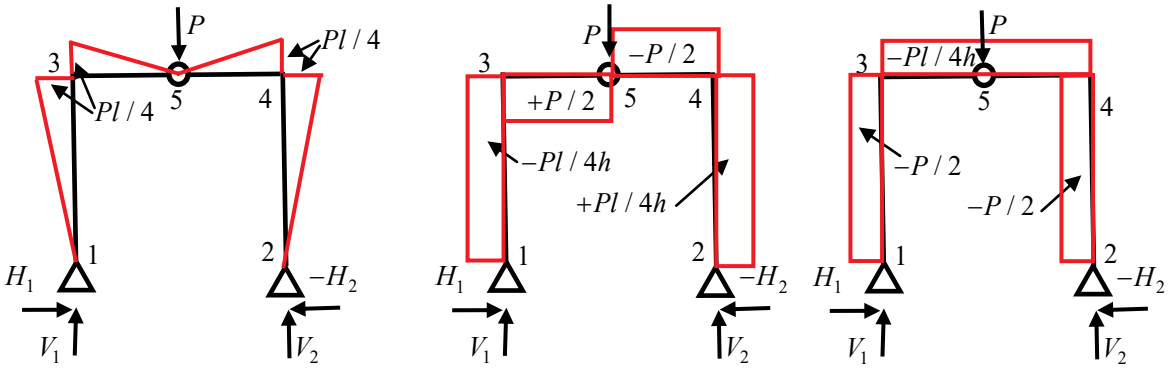
$M_3 = -Pl/8 = -10\cdot 6/8 = -7.5kNm; M_6 = -Pl/16 = -10\cdot 6/16 = -3.75kNm$

$Q_{bL} = P/4 = 10/4 = 2.5kN; Q_{bR} = -3P/4 = -7.5kN$

$Q_{cL} = Pl/(8h) = 10\cdot 6/(8\cdot 3) = 2.5kN; N_b = -Pl/(8h) = -2.5kN$

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**-2.5000**	0.0000	**-2.5000**	0.0000	749.9874	0.0000
		-2.5000	0.0000	-2.5000	0.0000	499.9916	0.0000
2	1	-2.5000	0.0000	-2.5000	0.0000	499.9916	0.0000
		-2.5000	0.0000	-2.5000	0.0000	249.9958	0.0000
3	1	-2.5000	0.0000	-2.5000	0.0000	249.9958	0.0000
		-2.5000	0.0000	-2.5000	0.0000	0.0000	0.0000
4	1	-2.5000	0.0000	-2.5000	0.0000	0.0000	0.0000
		-2.5000	0.0000	-2.5000	0.0000	-249.9958	0.0000
5	1	-2.5000	0.0000	-2.5000	0.0000	-249.9958	0.0000
		-2.5000	0.0000	-2.5000	0.0000	**-374.9937**	0.0000
6	1	-2.5000	0.0000	**7.5000**	0.0000	-374.9937	0.0000
		-2.5000	0.0000	7.5000	0.0000	**750.0126**	0.0000
7	1	**-2.5000**	0.0000	2.5000	0.0000	0.0000	0.0000
		-2.5000	0.0000	**2.5000**	0.0000	374.9937	0.0000
8	1	**-7.5000**	0.0000	**-2.5000**	0.0000	0.0000	0.0000
		-7.5000	0.0000	-2.5000	0.0000	-375.0063	0.0000
9	1	-2.5000	0.0000	2.5000	0.0000	374.9937	0.0000
		-2.5000	0.0000	2.5000	0.0000	749.9874	0.0000
10	1	-7.5000	0.0000	-2.5000	0.0000	-375.0063	0.0000
		-7.5000	0.0000	-2.5000	0.0000	-750.0126	0.0000

3：図 1(c)に示す梁鉛直集中荷重+3 ヒンジ門型ラーメン(ex38_3)



(a) 曲げモーメント図　(b) せん断力図　(c) 軸力図

図 8 梁鉛直集中荷重を受ける 3 ヒンジ門型ラーメンの断面力図

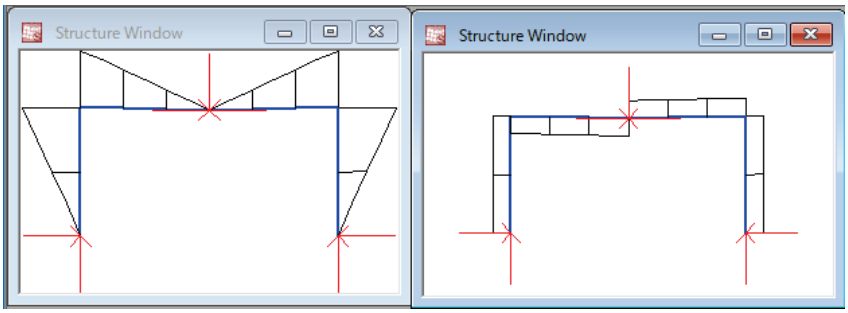


図 10 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

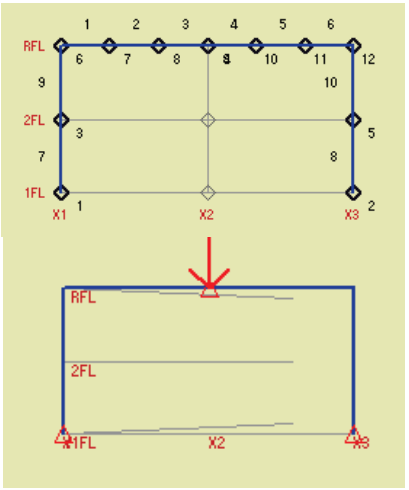


図 9 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

理論解である代表的な曲げモーメントとせん断力は次のとおりである。

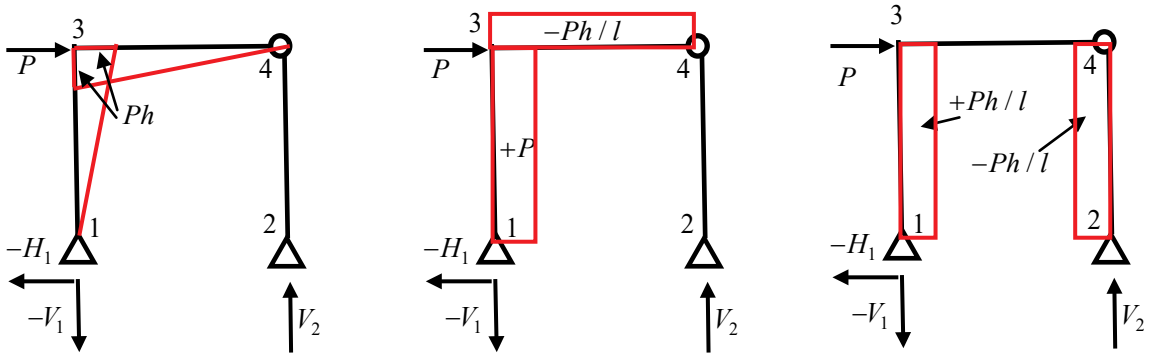
$$M_3 = -Pl/4 = -10\cdot 6/4 = -15kNm$$

$$Q_b = P/2 = 10/2 = 5kN$$

$$Q_c = -Pl/(4h) = -10\cdot 6/(4\cdot 3) = -5kN; N_c = -Pl/(4h) = -5kN$$

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	-5.0000	0.0000	**-5.0000**	0.0000	**1499.9874**	0.0000
		-5.0000	0.0000	-5.0000	0.0000	999.9916	0.0000
2	1	-5.0000	0.0000	-5.0000	0.0000	999.9916	0.0000
		-5.0000	0.0000	-5.0000	0.0000	499.9958	0.0000
3	1	-5.0000	0.0000	-5.0000	0.0000	499.9958	0.0000
		-5.0000	0.0000	-5.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4	1	-5.0000	0.0000	5.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-5.0000	0.0000	5.0000	0.0000	500.0042	0.0000
5	1	-5.0000	0.0000	5.0000	0.0000	500.0042	0.0000
		-5.0000	0.0000	5.0000	0.0000	1000.0084	0.0000
6	1	-5.0000	0.0000	5.0000	0.0000	1000.0084	0.0000
		-5.0000	0.0000	5.0000	0.0000	1500.0126	0.0000
7	1	**-5.0000**	0.0000	**5.0000**	0.0000	0.0000	0.0000
		-5.0000	0.0000	5.0000	0.0000	749.9937	0.0000
8	1	-5.0000	0.0000	**-5.0000**	0.0000	0.0000	0.0000
		-5.0000	0.0000	-5.0000	0.0000	-750.0063	0.0000
9	1	-5.0000	0.0000	5.0000	0.0000	749.9937	0.0000
		-5.0000	0.0000	5.0000	0.0000	1499.9874	0.0000
10	1	-5.0000	0.0000	-5.0000	0.0000	-750.0063	0.0000
		-5.0000	0.0000	-5.0000	0.0000	-1500.0126	0.0000

4：図 1(d)に示す柱頭水平集中荷重+3 ヒンジ門型ラーメン(ex38_4)



(a) 曲げモーメント図　(b) せん断力図　(c) 軸力図

図 11 柱頭水平集中荷重を受ける 3 ヒンジ門型ラーメンの断面力図

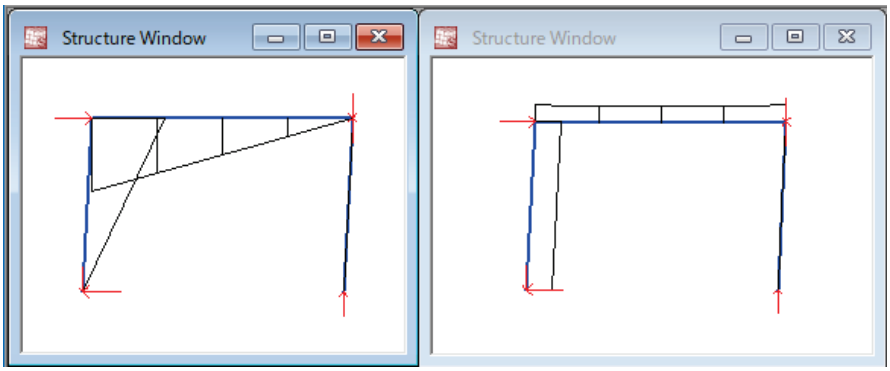


図 13 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

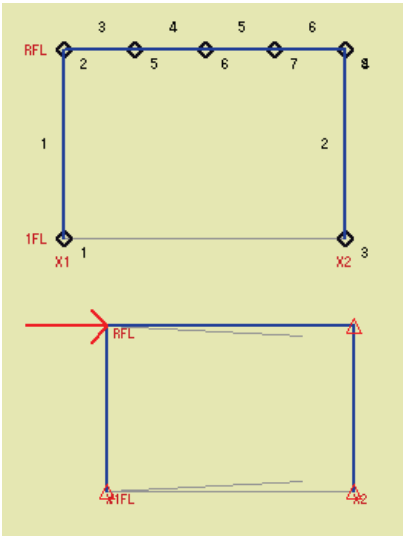


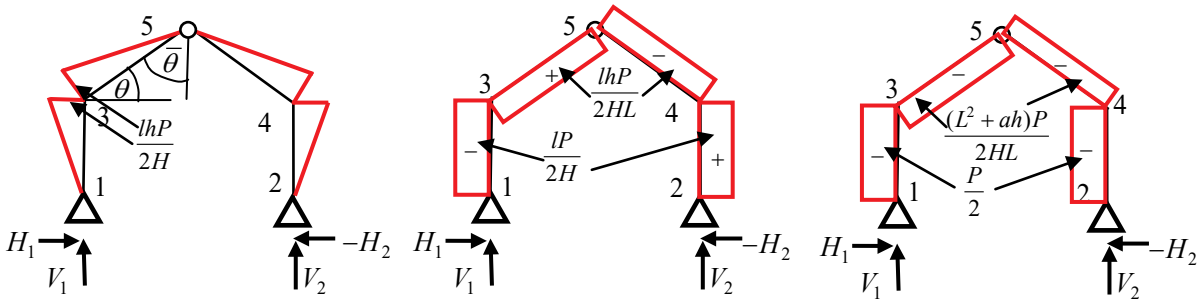
図 12 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

骨組の形状は、スパン $l=6m$ 、階高 $h=4m$ で、柱頭水平荷重 $P=10kN$ とする。理論解である代表的な曲げモーメントとせん断力は次のとおりである。

$$M_3 = Ph = 10 \cdot 4 = 40kNm$$
$$Q_b = -Ph/l = -10 \cdot 4/6 = -6.67kN; Q_c = P = 10kN$$
$$N_c = -Ph/l = -10 \cdot 4/6 = -6.67kN$$

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**6.6668**	0.0000	**-10.0000**	0.0000	0.0000	0.0000
		6.6668	0.0000	-10.0000	0.0000	**-4000.0001**	0.0000
2	1	**-6.6667**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-6.6667	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3	1	0.0001	0.0000	**6.6667**	0.0000	-4000.0001	0.0000
		0.0001	0.0000	6.6667	0.0000	-3000.0000	0.0000
4	1	0.0001	0.0000	6.6667	0.0000	-3000.0000	0.0000
		0.0001	0.0000	6.6667	0.0000	-2000.0000	0.0000
5	1	0.0001	0.0000	6.6667	0.0000	-2000.0000	0.0000
		0.0001	0.0000	6.6667	0.0000	-1000.0000	0.0000
6	1	0.0001	0.0000	6.6667	0.0000	-1000.0000	0.0000
		0.0001	0.0000	6.6667	0.0000	0.0000	0.0000

5：図 1(e)に示す梁鉛直集中荷重+3 ヒンジ山形ラーメン(ex39_1)



(a) 曲げモーメント図　(b) せん断力図　(c) 軸力図

図 14 梁鉛直集中荷重を受ける 3 ヒンジ山形ラーメンの断面力図

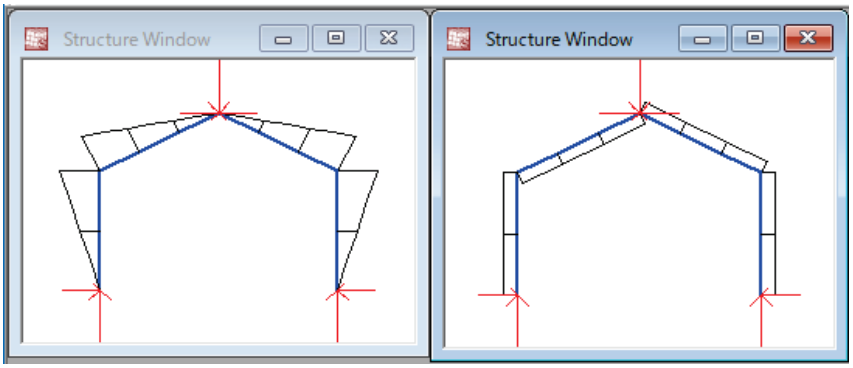


図 16 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

骨組の形状は、スパン $2l=6m$ 、階高 $h=3m, a=1.5m; H=4.5m$ で、柱頭水平荷重 $P=10kN$ とする。梁の長さは、$L=3.354m$ である。理論解である代表的な曲げモーメントとせん断力は次のとおりである。

$M_3=-lhP/(2H)=-3\cdot3\cdot10/(2\cdot4.5)=-10kNm$

$Q_b=lhP/(2HL)=3\cdot3\cdot10/(2\cdot4.5\cdot3.354)=2.982kN$

$Q_c=-lP/(2H)=-3\cdot10/(2\cdot4.5)=-3.333kN$

$N_b=-(L^2+ah)P/(2HL)=-(3.354^2+1.5\cdot3)10/(2\cdot4.5\cdot3.354)=-5.217kN$

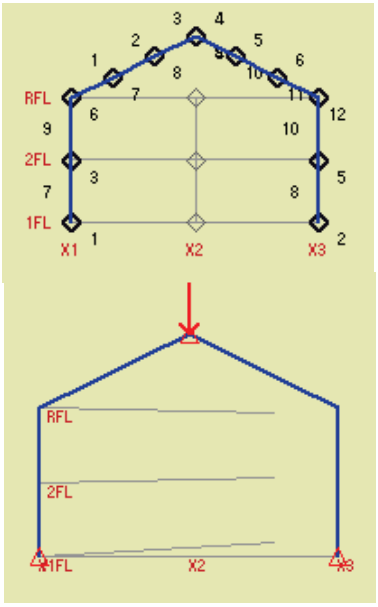
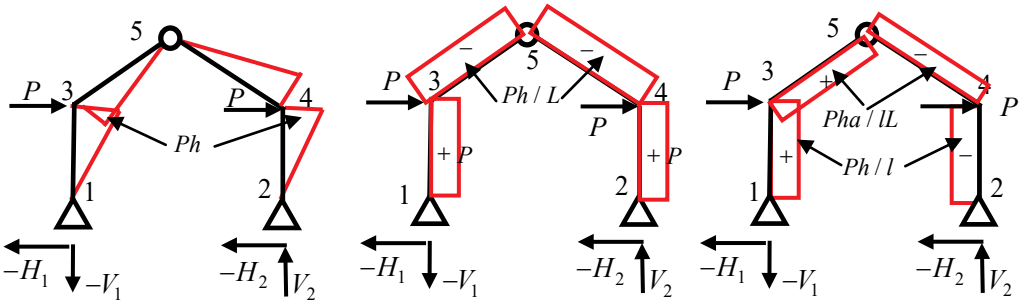


図 15 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**-5.2175**	0.0000	**-2.9814**	0.0000	**999.9903**	0.0000
		-5.2175	0.0000	-2.9814	0.0000	666.6602	0.0000
2	1	-5.2175	0.0000	-2.9814	0.0000	666.6602	0.0000
		-5.2175	0.0000	-2.9814	0.0000	333.3301	0.0000
3	1	-5.2175	0.0000	-2.9814	0.0000	333.3301	0.0000
		-5.2175	0.0000	-2.9814	0.0000	0.0000	0.0000
4	1	-5.2175	0.0000	2.9815	0.0000	0.0000	0.0000
		-5.2175	0.0000	2.9815	0.0000	333.3385	0.0000
5	1	-5.2175	0.0000	2.9815	0.0000	333.3385	0.0000
		-5.2175	0.0000	2.9815	0.0000	666.6770	0.0000
6	1	-5.2175	0.0000	2.9815	0.0000	666.6770	0.0000
		-5.2175	0.0000	2.9815	0.0000	1000.0155	0.0000
7	1	**-5.0000**	0.0000	**3.3333**	0.0000	0.0000	0.0000
		-5.0000	0.0000	3.3333	0.0000	499.9952	0.0000
8	1	-5.0000	0.0000	-3.3334	0.0000	0.0000	0.0000
		-5.0000	0.0000	-3.3334	0.0000	-500.0077	0.0000
9	1	-5.0000	0.0000	3.3333	0.0000	499.9952	0.0000
		-5.0000	0.0000	3.3333	0.0000	**999.9903**	0.0000
10	1	-5.0000	0.0000	-3.3334	0.0000	-500.0077	0.0000
		-5.0000	0.0000	-3.3334	0.0000	-1000.0155	0.0000

6：図 1(f)に示す柱頭水平集中荷重+3 ヒンジ山形ラーメン(ex39_2)



(a) 曲げモーメント図　(b) せん断力図　(c) 軸力図

図 17 柱頭水平集中荷重を受ける 3 ヒンジ山形ラーメンの断面力図

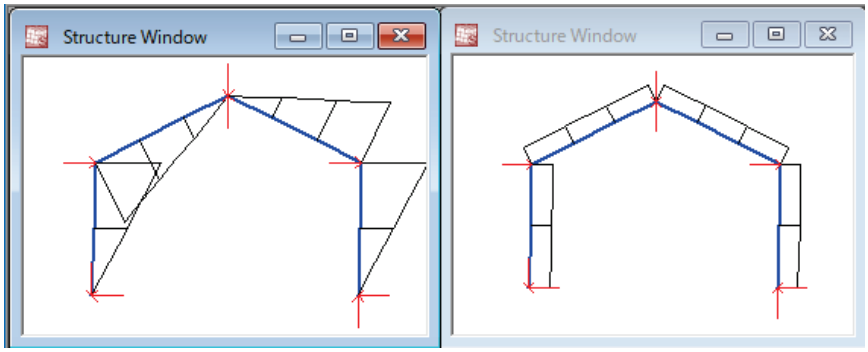


図 19 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

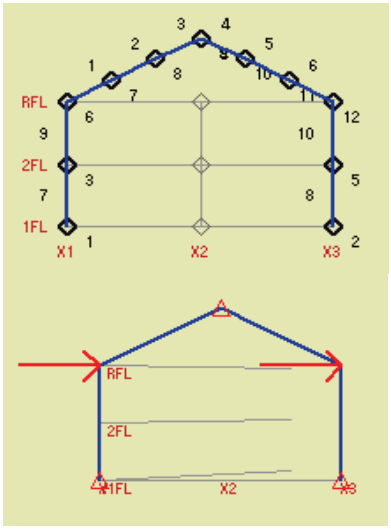


図 18 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

骨組の形状は、スパン $2l=6m$ 、階高 $h=3m, a=1.5m; H=4.5m$ で、柱頭水平荷重 $P=10kN$ とする。梁の長さは、$L=3.354m$ である。理論解である代表的な曲げモーメントとせん断力は次のとおりである。

$$M_3 = Ph = 10\cdot 3 = 30kNm$$
$$Q_b = -Ph / L = -10\cdot 3 / 3.354 = -8.945kN$$
$$N_b = Pha / (lL) = 10\cdot 3\cdot 1.5 / (3\cdot 3.354) = 4.472kN;$$
$$N_c = Ph / l = 10\cdot 3 / 3 = 10kN$$

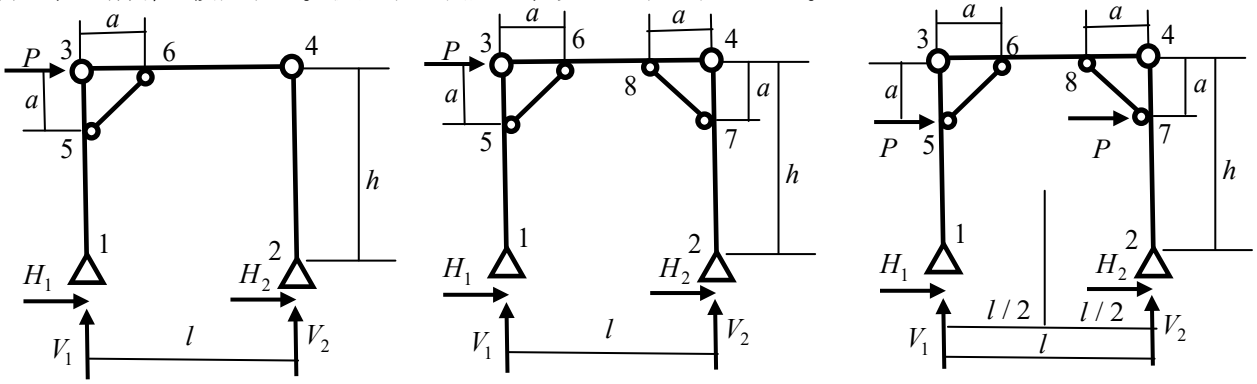
SPACE で求めた数値計算結果を以下に示す。上記の断面力と以下の数値結果を、特に符号と値に気を付けて比較してみよう。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**4.4722**	0.0000	**8.9442**	0.0000	**-2999.9917**	0.0000
		4.4722	0.0000	8.9442	0.0000	-1999.9944	0.0000
2	1	4.4722	0.0000	8.9442	0.0000	-1999.9944	0.0000
		4.4722	0.0000	8.9442	0.0000	-999.9972	0.0000
3	1	4.4722	0.0000	8.9442	0.0000	-999.9972	0.0000
		4.4722	0.0000	8.9442	0.0000	0.0000	0.0000
4	1	-4.4721	0.0000	8.9443	0.0000	0.0000	0.0000
		-4.4721	0.0000	8.9443	0.0000	1000.0028	0.0000
5	1	-4.4721	0.0000	8.9443	0.0000	1000.0028	0.0000
		-4.4721	0.0000	8.9443	0.0000	2000.0056	0.0000
6	1	-4.4721	0.0000	8.9443	0.0000	2000.0056	0.0000
		-4.4721	0.0000	8.9443	0.0000	3000.0084	0.0000
7	1	**10.0001**	0.0000	**-10.0000**	0.0000	0.0000	0.0000
		10.0001	0.0000	-10.0000	0.0000	-1499.9958	0.0000
8	1	-9.9999	0.0000	-10.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-9.9999	0.0000	-10.0000	0.0000	-1500.0042	0.0000
9	1	10.0001	0.0000	-10.0000	0.0000	-1499.9958	0.0000
		10.0001	0.0000	-10.0000	0.0000	**-2999.9917**	0.0000
10	1	-9.9999	0.0000	-10.0000	0.0000	-1500.0042	0.0000
		-9.9999	0.0000	-10.0000	0.0000	-3000.0084	0.0000

付１０話　基本構造の応用による応力解析
方杖付き骨組(基礎４１話)

ex41_1 ~ ex41_3

今回は、図 1 の方杖付きの門型ラーメンを、SPACE を用いて応力解析し、理論解を検証する。使用する例題は、次に示す 3 種である。

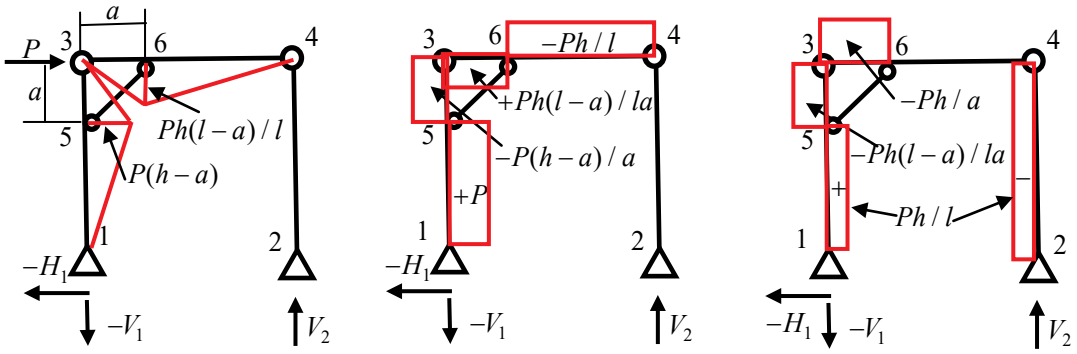


(a) 片側方杖モデル　(b) 両側方杖モデル　(c) 両側方杖モデル＋柱中間荷重

図 1 方杖を有する骨組

骨組の形状は、スパン $l=2.5m$ 、階高 $h=3m$ 、方杖 $a=0.5m$ で、集中荷重 $P=10kN$ とする。

1：図 1(a)に示す片側方杖を有する門型ラーメン(ex41_1)



(a) 曲げモーメント図　(b) せん断力図　(c) 軸力図

図 2 片側方杖を有する門型ラーメンの断面力図

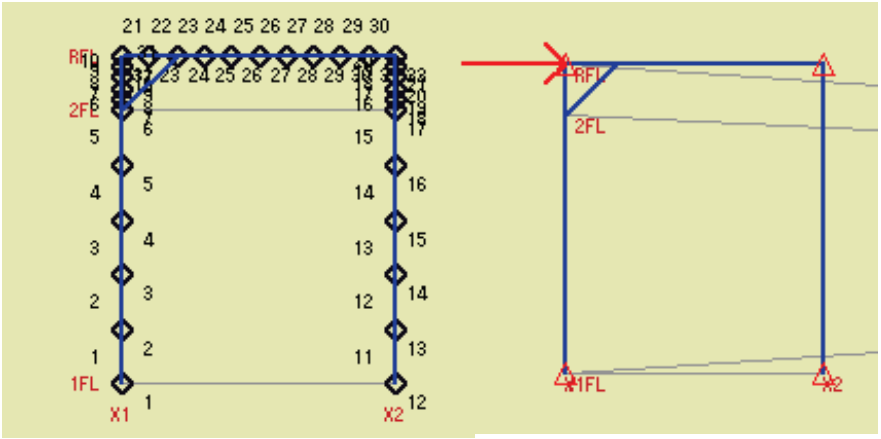


図 3 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

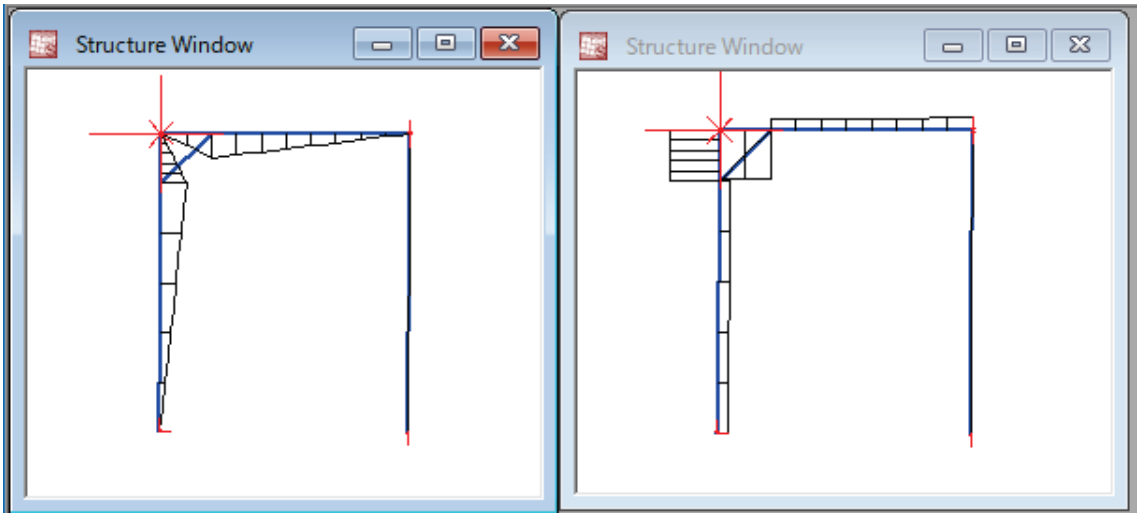


図 4 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

理論解である代表的な曲げモーメントとせん断力は次のとおりである。

$$M_5 = P(h-a) = 10(3-0.5) = 25kNm; M_6 = Ph(l-a)/l = 10\cdot 3\cdot(2.5-0.5)/2.5 = 24kNm$$
$$Q_{bL} = Ph(l-a)/(la) = 10\cdot 3(2.5-0.5)/(2.5\cdot 0.5) = 48kN; Q_{bR} = -Ph/l = -10\cdot 3/2.5 = -12kN$$
$$Q_{cD} = P = 10kN; Q_{cU} = -P(h-a)/a = -10(3-0.5)/0.5 = -50kN$$
$$N_b = -Ph/a = -10\cdot 3/0.5 = -60kN; N_{cD} = Ph/l = 10\cdot 3/2.5 = 12kN$$
$$N_{cU} = -Ph(l-a)/(la) = -10\cdot 3(2.5-0.5)/(2.5\cdot 0.5) = -48kN$$

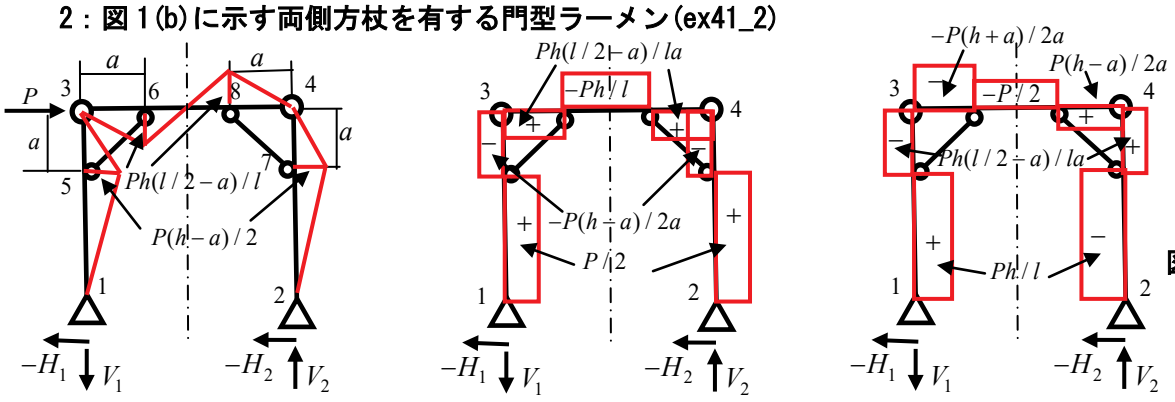
方杖の軸力は、次式となる。

$$N_B = Ph/(a\cos\theta) = 10\cdot 3\cdot\sqrt{2}/0.5 = 84.85kN$$

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**12.0001**	0.0000	-10.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		12.0001	0.0000	-10.0000	0.0000	-500.0000	0.0000
2	1	12.0001	0.0000	-10.0000	0.0000	-500.0000	0.0000
		12.0001	0.0000	-10.0000	0.0000	-1000.0000	0.0000
3	1	12.0001	0.0000	-10.0000	0.0000	-1000.0000	0.0000
		12.0001	0.0000	-10.0000	0.0000	-1500.0000	0.0000
4	1	12.0001	0.0000	-10.0000	0.0000	-1500.0000	0.0000
		12.0001	0.0000	-10.0000	0.0000	-2000.0000	0.0000
5	1	12.0001	0.0000	-10.0000	0.0000	-2000.0000	0.0000
		12.0001	0.0000	**-10.0000**	0.0000	**-2500.0000**	0.0000
6	1	**-48.0004**	0.0000	**50.0000**	0.0000	-2500.0000	0.0000
		-48.0004	0.0000	50.0000	0.0000	-2000.0000	0.0000
7	1	-48.0004	0.0000	50.0000	0.0000	-2000.0000	0.0000
		-48.0004	0.0000	50.0000	0.0000	-1500.0000	0.0000
8	1	-48.0004	0.0000	50.0000	0.0000	-1500.0000	0.0000
		-48.0004	0.0000	50.0000	0.0000	-1000.0000	0.0000
9	1	-48.0004	0.0000	50.0000	0.0000	-1000.0000	0.0000
		-48.0004	0.0000	50.0000	0.0000	-500.0000	0.0000
10	1	-48.0004	0.0000	50.0000	0.0000	-500.0000	0.0000
		-48.0004	0.0000	50.0000	0.0000	0.0000	0.0000
11	1	**-12.0000**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-12.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

12	1	-12.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-12.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
13	1	-12.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-12.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
14	1	-12.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-12.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
15	1	-12.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-12.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
16	1	-12.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-12.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
17	1	-12.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-12.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
18	1	-12.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-12.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
19	1	-12.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-12.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
20	1	-12.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-12.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
21	1	**-60.0004**	0.0000	-48.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-60.0004	0.0000	-48.0000	0.0000	-1200.0000	0.0000
22	1	-60.0004	0.0000	-48.0000	0.0000	-1200.0000	0.0000
		-60.0004	0.0000	**-48.0000**	0.0000	-2400.0000	0.0000
23	1	0.0001	0.0000	**12.0000**	0.0000	**-2400.0000**	0.0000
		0.0001	0.0000	12.0000	0.0000	-2100.0000	0.0000
24	1	0.0001	0.0000	12.0000	0.0000	-2100.0000	0.0000
		0.0001	0.0000	12.0000	0.0000	-1800.0000	0.0000
25	1	0.0001	0.0000	12.0000	0.0000	-1800.0000	0.0000
		0.0001	0.0000	12.0000	0.0000	-1500.0000	0.0000
26	1	0.0001	0.0000	12.0000	0.0000	-1500.0000	0.0000
		0.0001	0.0000	12.0000	0.0000	-1200.0000	0.0000
27	1	0.0001	0.0000	12.0000	0.0000	-1200.0000	0.0000
		0.0001	0.0000	12.0000	0.0000	-900.0000	0.0000
28	1	0.0001	0.0000	12.0000	0.0000	-900.0000	0.0000
		0.0001	0.0000	12.0000	0.0000	-600.0000	0.0000
29	1	0.0001	0.0000	12.0000	0.0000	-600.0000	0.0000
		0.0001	0.0000	12.0000	0.0000	-300.0000	0.0000
30	1	0.0001	0.0000	12.0000	0.0000	-300.0000	0.0000
		0.0001	0.0000	12.0000	0.0000	0.0000	0.0000
31	1	**84.8532**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		84.8532	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

2：図 1(b)に示す両側方杖を有する門型ラーメン(ex41_2)



(a) 曲げモーメント図　(b) せん断力図　(c) 軸力図

図 5 両側方杖を有する門型ラーメンの断面力図

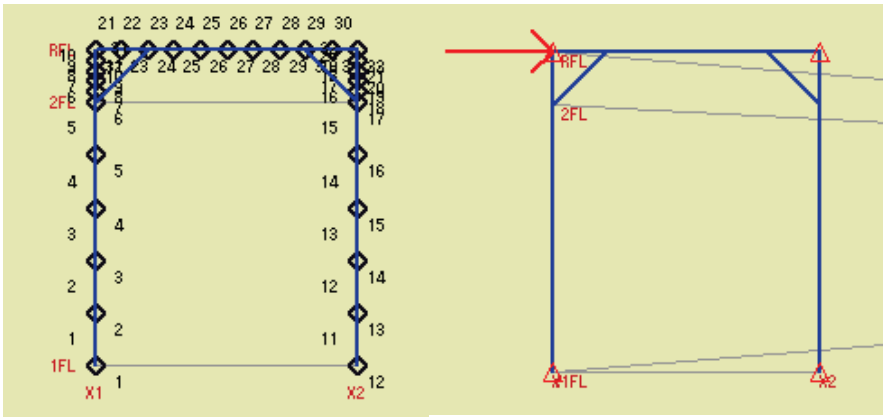


図 6 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

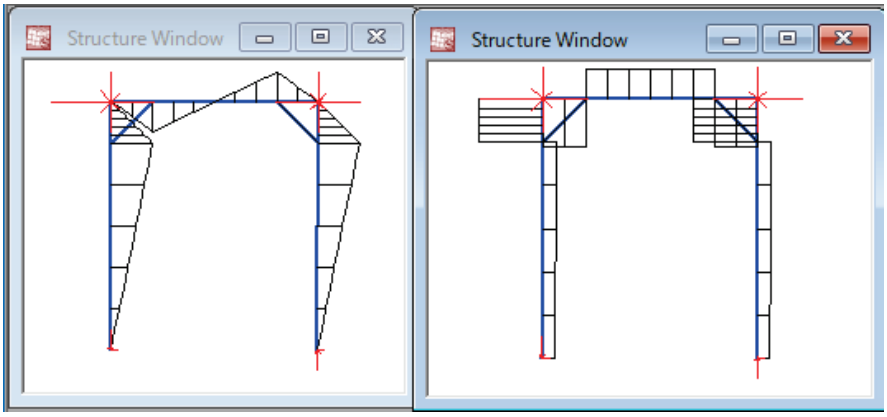


図 7 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

理論解である代表的な曲げモーメントとせん断力は次のとおりである。

$$M_5 = P(h-a)/2 = 10(3-0.5)/2 = 12.5kNm; M_6 = Ph(l/2-a)/l = 10\cdot 3\cdot(2.5/2-0.5)/2.5 = 9kNm$$
$$Q_{bL} = Ph(l/2-a)/(la) = 10\cdot 3(2.5/2-0.5)/(2.5\cdot 0.5) = 18kN; Q_{bC} = -Ph/l = -10\cdot 3/2.5 = -12kN$$
$$Q_{cD} = P/2 = 5kN; Q_{cU} = -P(h-a)/(2a) = -10(3-0.5)/(2\cdot 0.5) = -25kN$$
$$N_{bL} = -P(h+a)/(2a) = -10(3+0.5)/(2\cdot 0.5) = -35kN; N_{bC} = P/2 = -5kN;$$
$$N_{bR} = P(h-a)/(2a) = 10(3-0.5)/(2\cdot 0.5) = 25kN; N_{cD} = Ph/l = 10\cdot 3/2.5 = 12kN$$
$$N_{cU} = -Ph(l/2-a)/(la) = -10\cdot 3(2.5/2-0.5)/(2.5\cdot 0.5) = -18kN$$

方杖の軸力は、次式となる。

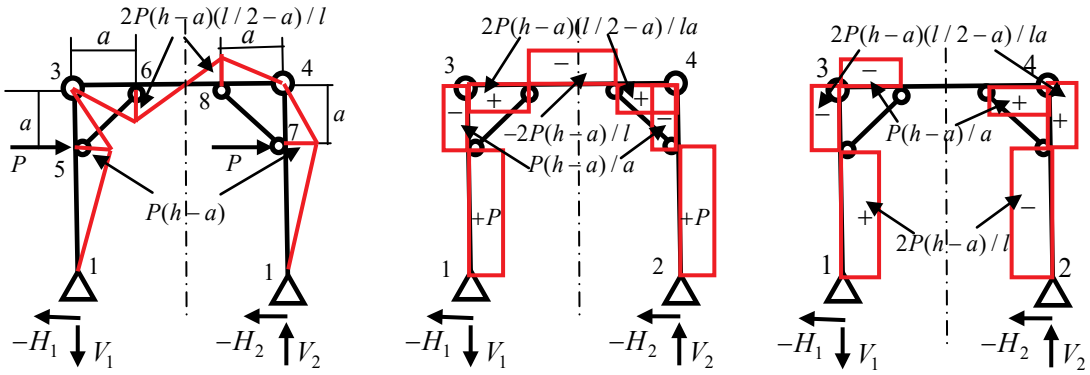
$$N_{BL} = Ph/(2a\cdot\cos\theta) = 10\cdot 3\cdot\sqrt{2}/(2\cdot 0.5) = 42.43kN; N_{BR} = -42.43kN$$

SPACE で求めた結果を以下に示す。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**11.9999**	0.0000	**-5.0000**	0.0000	0.0000	0.0000
		11.9999	0.0000	-5.0000	0.0000	-249.9985	0.0000
2	1	11.9999	0.0000	-5.0000	0.0000	-249.9985	0.0000
		11.9999	0.0000	-5.0000	0.0000	-499.9971	0.0000
3	1	11.9999	0.0000	-5.0000	0.0000	-499.9971	0.0000
		11.9999	0.0000	-5.0000	0.0000	-749.9956	0.0000
4	1	11.9999	0.0000	-5.0000	0.0000	-749.9956	0.0000
		11.9999	0.0000	-5.0000	0.0000	-999.9941	0.0000
5	1	11.9999	0.0000	-5.0000	0.0000	-999.9941	0.0000
		11.9999	0.0000	-5.0000	0.0000	**-1249.9927**	0.0000
6	1	**-18.0001**	0.0000	**24.9999**	0.0000	-1249.9927	0.0000

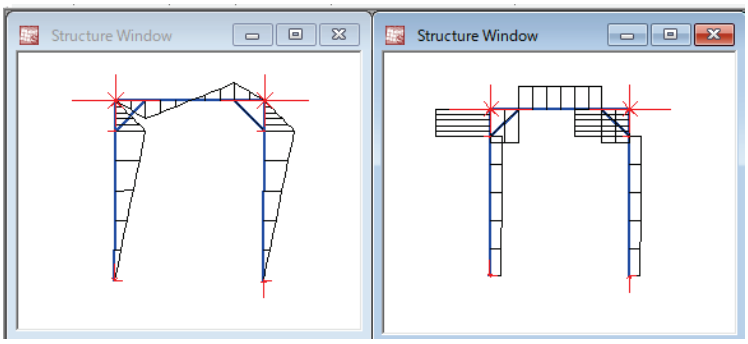
		-18.0001	0.0000	24.9999	0.0000	-999.9941	0.0000
7	1	-18.0001	0.0000	24.9999	0.0000	-999.9941	0.0000
		-18.0001	0.0000	24.9999	0.0000	-749.9956	0.0000
8	1	-18.0001	0.0000	24.9999	0.0000	-749.9956	0.0000
		-18.0001	0.0000	24.9999	0.0000	-499.9971	0.0000
9	1	-18.0001	0.0000	24.9999	0.0000	-499.9971	0.0000
		-18.0001	0.0000	24.9999	0.0000	-249.9985	0.0000
10	1	-18.0001	0.0000	24.9999	0.0000	-249.9985	0.0000
		-18.0001	0.0000	24.9999	0.0000	0.0000	0.0000
11	1	**-11.9999**	0.0000	-5.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-11.9999	0.0000	-5.0000	0.0000	-250.0015	0.0000
12	1	-11.9999	0.0000	-5.0000	0.0000	-250.0015	0.0000
		-11.9999	0.0000	-5.0000	0.0000	-500.0030	0.0000
13	1	-11.9999	0.0000	-5.0000	0.0000	-500.0030	0.0000
		-11.9999	0.0000	-5.0000	0.0000	-750.0044	0.0000
14	1	-11.9999	0.0000	-5.0000	0.0000	-750.0044	0.0000
		-11.9999	0.0000	-5.0000	0.0000	-1000.0059	0.0000
15	1	-11.9999	0.0000	-5.0000	0.0000	-1000.0059	0.0000
		-11.9999	0.0000	-5.0000	0.0000	-1250.0074	0.0000
16	1	**17.9996**	0.0000	**25.0001**	0.0000	-1250.0074	0.0000
		17.9996	0.0000	25.0001	0.0000	-1000.0059	0.0000
17	1	17.9996	0.0000	25.0001	0.0000	-1000.0059	0.0000
		17.9996	0.0000	25.0001	0.0000	-750.0044	0.0000
18	1	17.9996	0.0000	25.0001	0.0000	-750.0044	0.0000
		17.9996	0.0000	25.0001	0.0000	-500.0030	0.0000
19	1	17.9996	0.0000	25.0001	0.0000	-500.0030	0.0000
		17.9996	0.0000	25.0001	0.0000	-250.0015	0.0000
20	1	17.9996	0.0000	25.0001	0.0000	-250.0015	0.0000
		17.9996	0.0000	25.0001	0.0000	0.0000	0.0000
21	1	**-35.0000**	0.0000	**-17.9999**	0.0000	0.0000	0.0000
		-35.0000	0.0000	-17.9999	0.0000	-449.9981	0.0000
22	1	-35.0000	0.0000	-17.9999	0.0000	-449.9981	0.0000
		-35.0000	0.0000	-17.9999	0.0000	-899.9962	0.0000
23	1	**-4.9999**	0.0000	11.9999	0.0000	**-899.9962**	0.0000
		-4.9999	0.0000	11.9999	0.0000	-599.9987	0.0000
24	1	-4.9999	0.0000	11.9999	0.0000	-599.9987	0.0000
		-4.9999	0.0000	11.9999	0.0000	-300.0012	0.0000
25	1	-4.9999	0.0000	**11.9999**	0.0000	-300.0012	0.0000
		-4.9999	0.0000	11.9999	0.0000	-0.0037	0.0000
26	1	-4.9999	0.0000	11.9999	0.0000	-0.0037	0.0000
		-4.9999	0.0000	11.9999	0.0000	299.9937	0.0000
27	1	-4.9999	0.0000	11.9999	0.0000	299.9937	0.0000
		-4.9999	0.0000	11.9999	0.0000	599.9912	0.0000
28	1	-4.9999	0.0000	11.9999	0.0000	599.9912	0.0000
		-4.9999	0.0000	11.9999	0.0000	899.9887	0.0000
29	1	**25.0000**	0.0000	**-17.9998**	0.0000	899.9887	0.0000
		25.0000	0.0000	-17.9998	0.0000	449.9944	0.0000
30	1	25.0000	0.0000	-17.9998	0.0000	449.9944	0.0000
		25.0000	0.0000	-17.9998	0.0000	0.0000	0.0000
31	1	**42.4263**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		42.4263	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
32	1	**-42.4261**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-42.4261	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

3：図 1(c)に示す片側方杖を有する門型ラーメン(ex41_3)



(a) 曲げモーメント図　　(b) せん断力図　　(c) 軸力図

図 8 両側方杖を有する門型ラーメンの断面力図その２



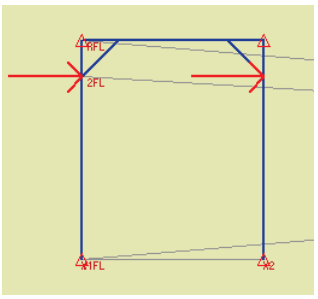


図 9 解析モデルの荷重と支持状態

図 10 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

理論解である代表的な曲げモーメントとせん断力は次のとおりである。

$$M_5 = P(h-a) = 10(3-0.5) = 25kNm; M_6 = 2P(h-a)(l/2-a)/l = 2\cdot 10\cdot(3-0.5)(2.5/2-0.5)/2.5 = 15kNm$$

$$Q_{bL} = 2P(h-a)(l/2-a)/(la) = 2\cdot 10(3-0.5)(2.5/2-0.5)/(2.5\cdot 0.5) = 30kN$$

$$Q_{bC} = -2P(h-a)/l = -2\cdot 10\cdot 2.5/2.5 = -20kN; Q_{cD} = P = 10kN; Q_{cU} = -P(h-a)/a = -10(3-0.5)/0.5 = -50kN$$

$$N_b = -P(h-a)/a = -10(3-0.5)/0.5 = -50kN; N_{bC} = 0;$$

$$N_{cD} = 2P(h-a)/l = 2\cdot 10(3-0.5)/2.5 = 20kN$$

$$N_{cU} = -2P(h-a)(l/2-a)/(la) = -2\cdot 10(3-0.5)(2.5/2-0.5)/(2.5\cdot 0.5) = -30kN$$

方杖の軸力は、次式となる。

$$N_{BL} = P(h-a)/(a\cdot\cos\theta) = 10\cdot 2.5\cdot\sqrt{2}/0.5 = 70.71kN; N_{BR} = -70.71kN$$

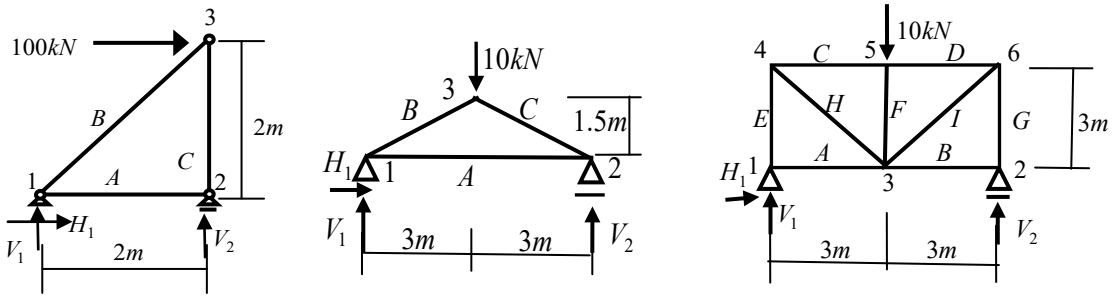
部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**19.9999**	0.0000	**-10.0000**	0.0000	0.0000	0.0000
		19.9999	0.0000	-10.0000	0.0000	-499.9976	0.0000
2	1	19.9999	0.0000	-10.0000	0.0000	-499.9976	0.0000
		19.9999	0.0000	-10.0000	0.0000	-999.9953	0.0000
3	1	19.9999	0.0000	-10.0000	0.0000	-999.9953	0.0000
		19.9999	0.0000	-10.0000	0.0000	-1499.9929	0.0000
4	1	19.9999	0.0000	-10.0000	0.0000	-1499.9929	0.0000
		19.9999	0.0000	-10.0000	0.0000	-1999.9906	0.0000
5	1	19.9999	0.0000	-10.0000	0.0000	-1999.9906	0.0000
		19.9999	0.0000	-10.0000	0.0000	**-2499.9882**	0.0000

6	1	**-30.0003**	0.0000	**49.9998**	0.0000	-2499.9882	0.0000
		-30.0003	0.0000	49.9998	0.0000	-1999.9906	0.0000
7	1	-30.0003	0.0000	49.9998	0.0000	-1999.9906	0.0000
		-30.0003	0.0000	49.9998	0.0000	-1499.9929	0.0000
8	1	-30.0003	0.0000	49.9998	0.0000	-1499.9929	0.0000
		-30.0003	0.0000	49.9998	0.0000	-999.9953	0.0000
9	1	-30.0003	0.0000	49.9998	0.0000	-999.9953	0.0000
		-30.0003	0.0000	49.9998	0.0000	-499.9976	0.0000
10	1	-30.0003	0.0000	49.9998	0.0000	-499.9976	0.0000
		-30.0003	0.0000	49.9998	0.0000	0.0000	0.0000
11	1	-19.9997	0.0000	-10.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-19.9997	0.0000	-10.0000	0.0000	-500.0024	0.0000
12	1	-19.9997	0.0000	-10.0000	0.0000	-500.0024	0.0000
		-19.9997	0.0000	-10.0000	0.0000	-1000.0048	0.0000
13	1	-19.9997	0.0000	-10.0000	0.0000	-1000.0048	0.0000
		-19.9997	0.0000	-10.0000	0.0000	-1500.0071	0.0000
14	1	-19.9997	0.0000	-10.0000	0.0000	-1500.0071	0.0000
		-19.9997	0.0000	-10.0000	0.0000	-2000.0095	0.0000
15	1	-19.9997	0.0000	-10.0000	0.0000	-2000.0095	0.0000
		-19.9997	0.0000	-10.0000	0.0000	-2500.0119	0.0000
16	1	29.9992	0.0000	50.0002	0.0000	-2500.0119	0.0000
		29.9992	0.0000	50.0002	0.0000	-2000.0095	0.0000
17	1	29.9992	0.0000	50.0002	0.0000	-2000.0095	0.0000
		29.9992	0.0000	50.0002	0.0000	-1500.0071	0.0000
18	1	29.9992	0.0000	50.0002	0.0000	-1500.0071	0.0000
		29.9992	0.0000	50.0002	0.0000	-1000.0048	0.0000
19	1	29.9992	0.0000	50.0002	0.0000	-1000.0048	0.0000
		29.9992	0.0000	50.0002	0.0000	-500.0024	0.0000
20	1	29.9992	0.0000	50.0002	0.0000	-500.0024	0.0000
		29.9992	0.0000	50.0002	0.0000	0.0000	0.0000
21	1	**-50.0000**	0.0000	**-29.9999**	0.0000	0.0000	0.0000
		-50.0000	0.0000	-29.9999	0.0000	-749.9971	0.0000
22	1	-50.0000	0.0000	-29.9999	0.0000	-749.9971	0.0000
		-50.0000	0.0000	-29.9999	0.0000	-1499.9942	0.0000
23	1	**0.0001**	0.0000	**19.9998**	0.0000	**-1499.9942**	0.0000
		0.0001	0.0000	19.9998	0.0000	-999.9984	0.0000
24	1	0.0001	0.0000	19.9998	0.0000	-999.9984	0.0000
		0.0001	0.0000	19.9998	0.0000	-500.0026	0.0000
25	1	0.0001	0.0000	19.9998	0.0000	-500.0026	0.0000
		0.0001	0.0000	19.9998	0.0000	-0.0068	0.0000
26	1	0.0001	0.0000	19.9998	0.0000	-0.0068	0.0000
		0.0001	0.0000	19.9998	0.0000	499.9890	0.0000
27	1	0.0001	0.0000	19.9998	0.0000	499.9890	0.0000
		0.0001	0.0000	19.9998	0.0000	999.9848	0.0000
28	1	0.0001	0.0000	19.9998	0.0000	999.9848	0.0000
		0.0001	0.0000	19.9998	0.0000	1499.9807	0.0000
29	1	50.0000	0.0000	**-29.9996**	0.0000	1499.9807	0.0000
		50.0000	0.0000	-29.9996	0.0000	749.9903	0.0000
30	1	50.0000	0.0000	-29.9996	0.0000	749.9903	0.0000
		50.0000	0.0000	-29.9996	0.0000	0.0000	0.0000
31	1	**70.7106**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		70.7106	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
32	1	**-70.7102**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-70.7102	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

付１１話　トラス基本構造の応力解析（基礎４３話）

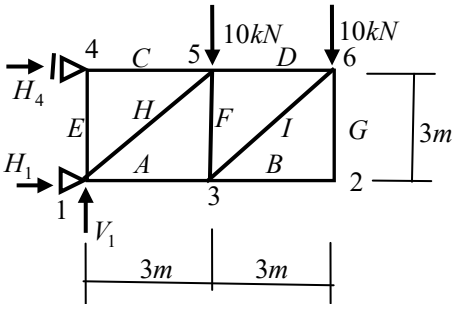
ex43_1
ex44_1 ~ ex44_3

今回は、図１のトラス基本構造を、SPACE を用いて応力解析する。使用する例題は、次に示す４つである。モデル作成は付１話を参照されたい。数値解析結果の軸力は、解析モデルと座標系が異なっても数値解析結果と同一符号となり、正が引張、負が圧縮となる。



(a) トラス基本構造　　(b) 山型トラス　　(c) 単純梁型トラス

図１ トラス基本構造の応力解析



(d) 片持ち梁型トラス

1：図１(a)に示すトラス基本構造(ex43_1)

節点法による解は次のようである。

$$N_A = 0; \quad N_B = 100\sqrt{2}kN = 141.4kN; \quad N_C = -100kN$$

SPACE で使用した解析モデルを次図に示す。

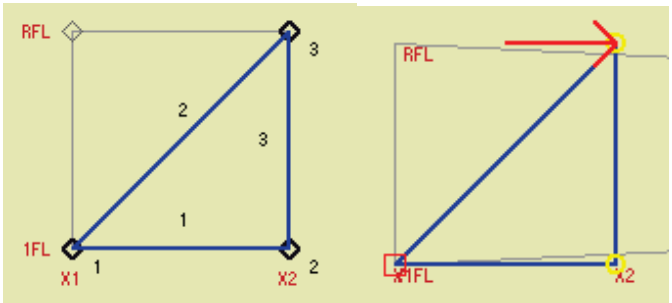


図２解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

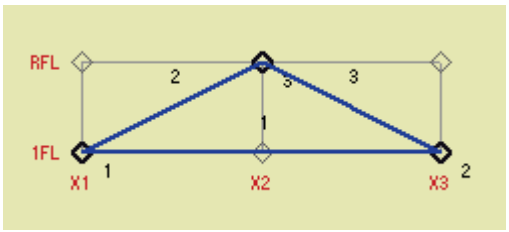
SPACE による数値計算結果は、以下に示すとおりである。節点法で求めた結果と比較されたい。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1(A)	1	-0.0008	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-0.0008	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2(B)	1	141.4220	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		141.4220	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3(C)	1	-100.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-100.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

2：図 1(b)に示す山形トラス（ex44_1)

節点法による解は次のようである。

$$N_A = 5\sqrt{5}\cdot 2/\sqrt{5} = 10kN; \quad N_B = N_C = -5\sqrt{5} = -11.18kN;$$



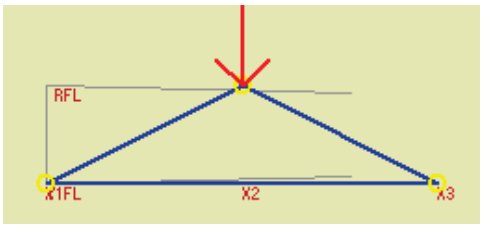


図 3 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

SPACE による数値計算結果は、以下に示すとおりである。

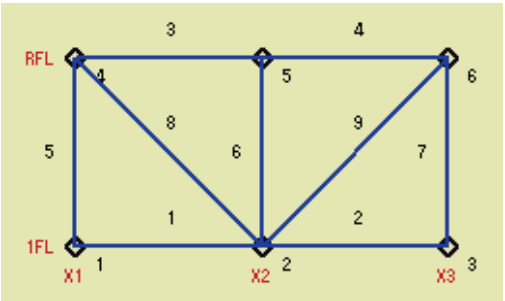
部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1 (A)	1	**10. 0001**	0. 0000	0. 0000	0. 0000	0. 0000	0. 0000
		10. 0001	0. 0000	0. 0000	0. 0000	0. 0000	0. 0000
2 (B)	1	**-11. 1804**	0. 0000	0. 0000	0. 0000	0. 0000	0. 0000
		-11. 1804	0. 0000	0. 0000	0. 0000	0. 0000	0. 0000
3 (C)	1	**-11. 1804**	0. 0000	0. 0000	0. 0000	0. 0000	0. 0000
		-11. 1804	0. 0000	0. 0000	0. 0000	0. 0000	0. 0000

3：図 1(c)に示す単純梁型トラス（ex44_2)

切断法による解は次のようである。

$$N_A = 0; N_B = 0; N_C = -5kN; N_D = -5kN; N_E = -5kN$$

$$N_F = -10kN; N_G = -5kN; N_H = 5\sqrt{2} = 7.071kN; N_I = 5\sqrt{2} = 7.071kN$$



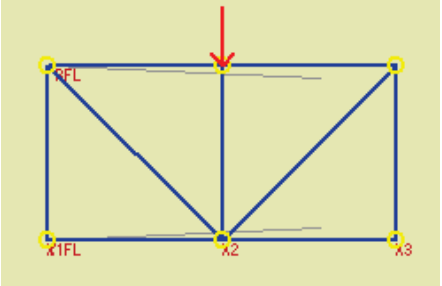


図 4 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

SPACE による数値計算結果は、以下に示すとおりである。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1 (A)	1	**0. 0000**	0. 0000	0. 0000	0. 0000	0. 0000	0. 0000
		0. 0000	0. 0000	0. 0000	0. 0000	0. 0000	0. 0000
2 (B)	1	**0. 0000**	0. 0000	0. 0000	0. 0000	0. 0000	0. 0000
		0. 0000	0. 0000	0. 0000	0. 0000	0. 0000	0. 0000
3 (C)	1	**-5. 0000**	0. 0000	0. 0000	0. 0000	0. 0000	0. 0000
		-5. 0000	0. 0000	0. 0000	0. 0000	0. 0000	0. 0000
4 (D)	1	**-5. 0001**	0. 0000	0. 0000	0. 0000	0. 0000	0. 0000
		-5. 0001	0. 0000	0. 0000	0. 0000	0. 0000	0. 0000
5 (E)	1	**-4. 9999**	0. 0000	0. 0000	0. 0000	0. 0000	0. 0000

		-4.9999	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6(F)	1	**-10.0000**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7(G)	1	**-5.0001**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-5.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
8(H)	1	**7.0710**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		7.0710	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
9(I)	1	**7.0712**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		7.0712	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

4：図 1(c)に示す片持ち梁型トラス （ex44_3)

切断法による解は次のようである。

$$N_A=-10kN;N_B=0kN;N_C=30kN;N_D=10kN;N_E=0kN$$
$$N_F=10kN;N_G=0kN;N_H=-20\sqrt{2}=-28.28kN;N_I=-10\sqrt{2}=-14.14kN$$

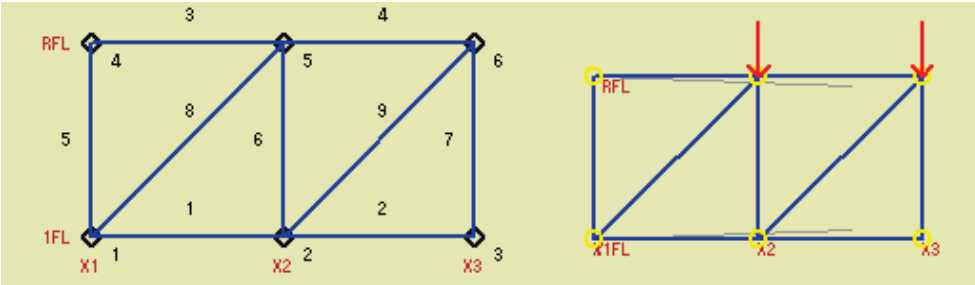


図 5 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

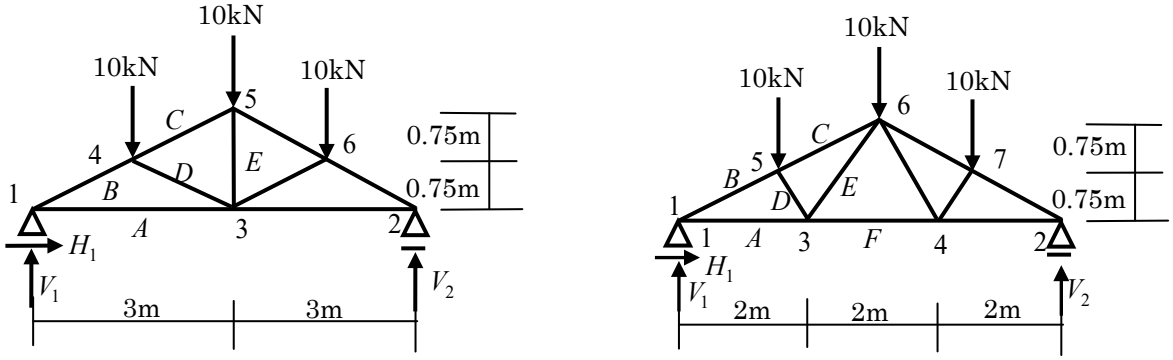
SPACE による数値計算結果は、以下に示すとおりである。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1(A)	1	**-10.0000**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2(B)	1	**0.0000**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3(C)	1	**30.0002**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		30.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4(D)	1	**10.0001**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		10.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5(E)	1	**0.0000**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6(F)	1	**10.0000**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7(G)	1	**0.0000**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
8(H)	1	**-28.2844**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-28.2844	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
9(I)	1	**-14.1422**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-14.1422	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

付１２話　トラス構造の応力解析（基礎４５話）

ex45_1 ~ ex45_5

今回は、代表的なトラス構造を、SPACE を用いて応力解析し、理論解と比較する。使用する例題は、次に示す５つである。



(a) 山型トラス１　　(b) 山型トラス２

図１ 山形トラス

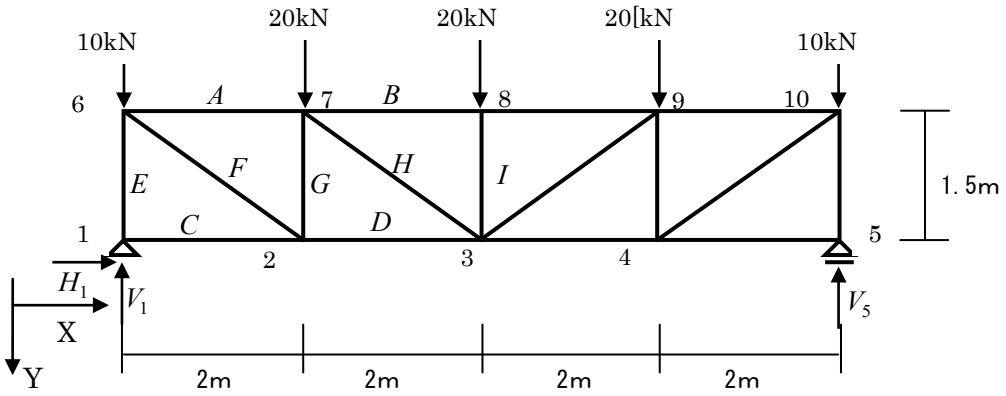


図２　単純梁型のトラス

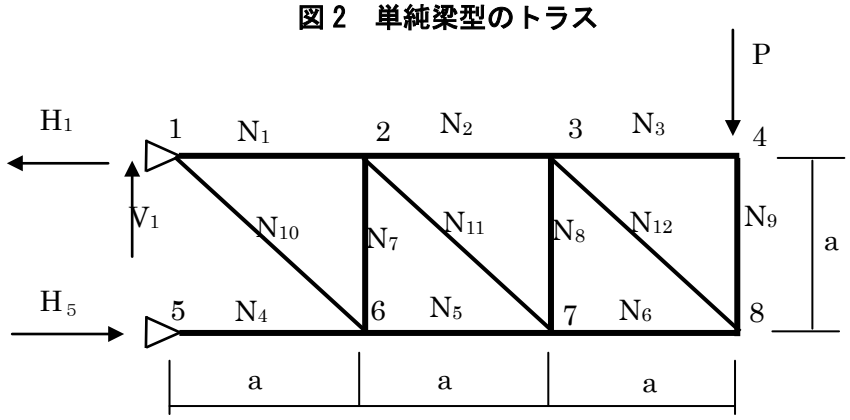


図３　先端に集中荷重が加わった片持ち梁型トラス１

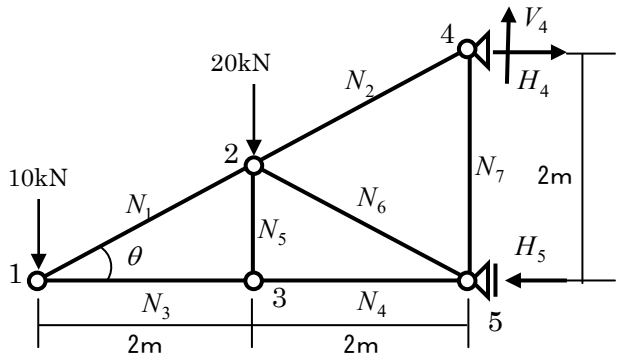


図４　片持ち梁型トラス２

１：図１(a)に示す山形トラス１(ex45_1)

理論解析で求めた軸力を表１に示す。

表１ 山形トラス１の軸力

断面名	断面力	断面名	断面力	断面名	断面力
N_A	$30kN$	N_B	$-15\sqrt{5}=-33.54kN$	N_C	$-10\sqrt{5}=-22.36kN$
N_D	$-5\sqrt{5}=-11.18kN$	N_E	$10kN$		

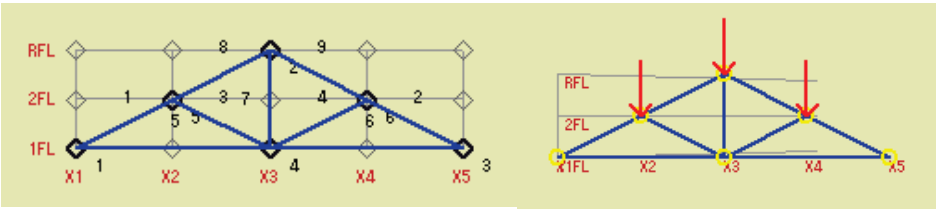


図５解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

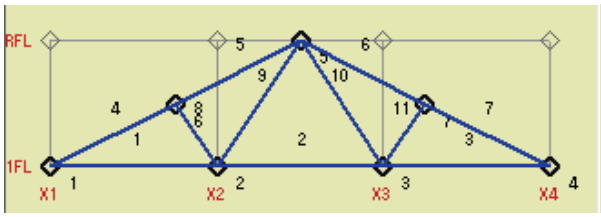
SPACE で求めた数値計算結果を以下に示す。理論解と比較してみよう。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1(B)	1	**-33.5411**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-33.5411	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	1	-33.5412	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-33.5412	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3(D)	1	**-11.1804**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-11.1804	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4	1	-11.1804	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-11.1804	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5(A)	1	**30.0001**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		30.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6	1	30.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		30.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7(E)	1	**10.0000**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
8(C)	1	**-22.3607**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-22.3607	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
9	1	-22.3608	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-22.3608	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

2：図 1(b)に示す山形トラス 2(ex45_2)

表 2 山形トラス 2 の軸力

断面名	断面力	断面名	断面力	断面名	断面力
N_A	$30kN$	N_B	$-15\sqrt{5}=-33.54kN$	N_C	$-12.5\sqrt{5}=-27.95kN$
N_D	$-2.5\sqrt{13}=-9.013kN$	N_E	$2.5\sqrt{13}=9.013kN$	N_F	$20kN$



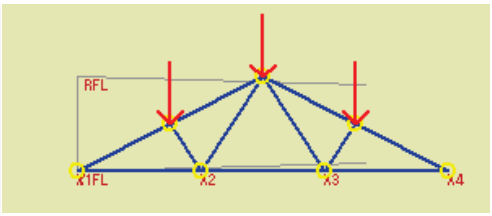


図 6 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

SPACE で求めた数値計算結果を以下に示す。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1(A)	1	**30.0002**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		30.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2(F)	1	**20.0001**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		20.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3	1	30.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		30.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4(B)	1	**-33.5412**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-33.5412	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5(C)	1	**-27.9510**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-27.9510	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6	1	-27.9510	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-27.9510	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7	1	-33.5412	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-33.5412	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
8(D)	1	**-9.0139**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-9.0139	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
9(E)	1	**9.0139**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		9.0139	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
10	1	9.0139	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		9.0139	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
11	1	-9.0139	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-9.0139	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

3：図 2 に示す単純梁型トラス(ex45_3)

表 3 単純梁型トラスの軸力

断面名	断面力	断面名	断面力	断面名	断面力
N_A	$-40kN$	N_B	$-160/3=-53.33kN$	N_C	$0kN$
N_D	$40kN$	N_E	$-40kN$	N_F	$50kN$
N_G	$-30kN$	N_H	$50/3=16.67kN$	N_I	$-20kN$

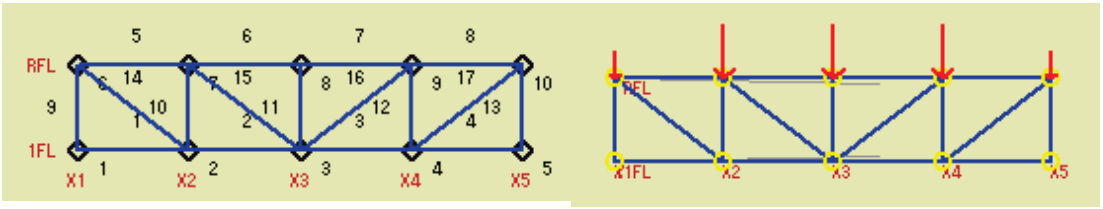


図 7 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

SPACE で求めた数値計算結果を以下に示す。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1 (C)	1	**0.0003**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2 (D)	1	**40.0005**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		40.0005	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3	1	40.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		40.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4	1	−0.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		−0.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5 (A)	1	**−40.0003**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		−40.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6 (B)	1	**−53.3336**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		−53.3336	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7	1	−53.3338	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		−53.3338	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
8	1	−40.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		−40.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
9 (E)	1	**−39.9997**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		−39.9997	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
10 (G)	1	**−29.9997**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		−29.9997	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
11 (I)	1	**−20.0000**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		−20.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
12	1	−30.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		−30.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
13	1	−40.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		−40.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
14 (F)	1	**49.9998**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		49.9998	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
15 (H)	1	**16.6663**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		16.6663	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
16	1	16.6672	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		16.6672	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
17	1	50.0006	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		50.0006	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

4：図 3 に示す片持ち梁型トラス 1(ex45_4)

先端集中荷重は、$P=10kN$ とする。理論解及び数値解析結果を以下に示す。

表 4 片持ち梁型トラスの軸力

断面名	断面力	断面名	断面力	断面名	断面力
H_1	$3P=30kN$	V_1	$P=10kN$	H_5	$3P=30kN$
N_1	$2P=20kN$	N_2	$P=10kN$	N_3	0
N_4	$-3P=-30kN$	N_5	$-2P=-20kN$	N_6	$-P=-10kN$
N_7	$-P=-10kN$	N_8	$-P=-10kN$	N_9	$-P=-10kN$
N_{10}	$\sqrt{2}P=14.14kN$	N_{11}	$\sqrt{2}P=14.14kN$	N_{12}	$\sqrt{2}P=14.14kN$

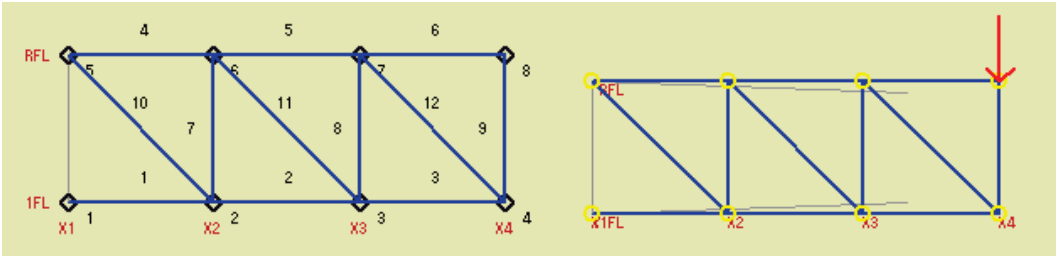


図 8 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

SPACE で求めた数値計算結果を以下に示す。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1 (N4)	1	**-30.0005**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-30.0005	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2 (N5)	1	**-20.0003**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-20.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3 (N6)	1	**-10.0002**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-10.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4 (N1)	1	**20.0004**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		20.0004	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5 (N2)	1	**10.0003**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		10.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6 (N3)	1	**0.0001**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7 (N7)	1	**-10.0000**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
8 (N8)	1	**-10.0000**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
9 (N9)	1	**-10.0000**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
10 (N10)	1	**14.1422**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		14.1422	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
11 (N11)	1	**14.1422**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		14.1422	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
12 (N12)	1	**14.1422**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		14.1422	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

5：図 4 に示す片持ち梁型トラス 2(ex45_5)

表 5 片持ち梁型トラスの軸力

断面名	断面力	断面名	断面力	断面名	断面力
N_1	$10\sqrt{5}=22.36kN$	N_2	$20\sqrt{5}=44.72kN$	N_3	$-20kN$
N_4	$-20kN$	N_5	$0kN$	N_6	$-10\sqrt{5}=-22.36kN$
N_7	$10kN$				

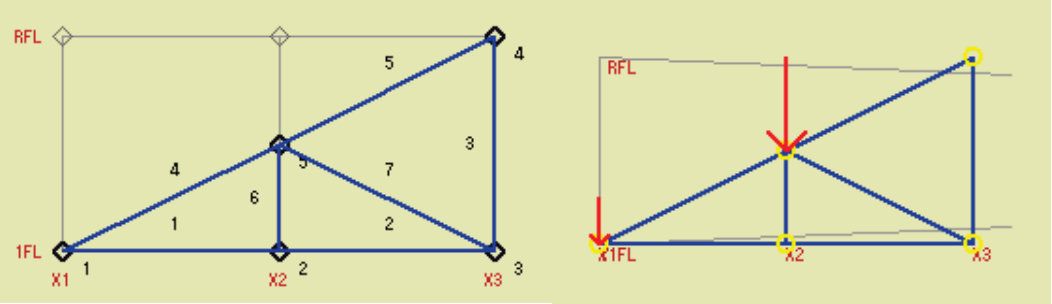


図 9 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

SPACE で求めた数値計算結果を以下に示す。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1 (N3)	1	**-20.0001**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-20.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2 (N4)	1	**-20.0001**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-20.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3 (N7)	1	**10.0000**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4 (N1)	1	**22.3608**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		22.3608	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5 (N2)	1	**44.7216**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		44.7216	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6 (N5)	1	**0.0000**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7 (N6)	1	**-22.3608**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-22.3608	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

付１３話　基本構造のたわみを求める（基礎５２話）

ex52_1; ex53_1

今回から、理論解である梁のたわみや骨組の変位を、SPACE を用いて検証する。静定基本構造の変位は既に、付２話で確認した。ここでは、次の２つの例題を用いて、数値計算結果と理論解とを比較する。

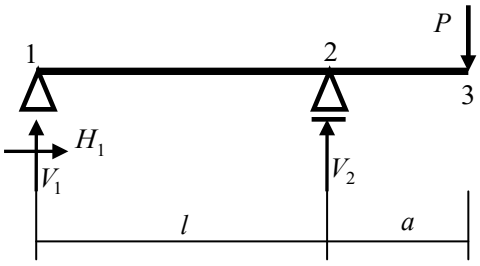


図１ 単純梁＋片持ち梁

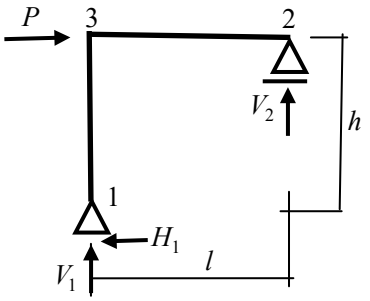
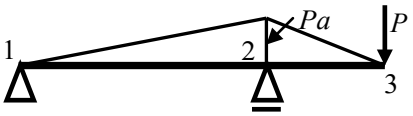


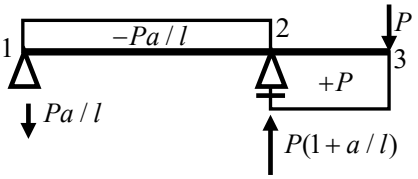
図２ ひじ型骨組＋水平荷重

1：図１に示す単純梁+片持ち梁(ex52_1)

数値解析で用いた骨組の形状と荷重は、$l=4m, a=2m$ で、先端集中荷重は $P=10kN$ である。理論解より得られた断面力図は以下のようである。



(a) 曲げモーメント図



(b) せん断力図

図３ 単純梁＋片持ち梁モデルの断面力図

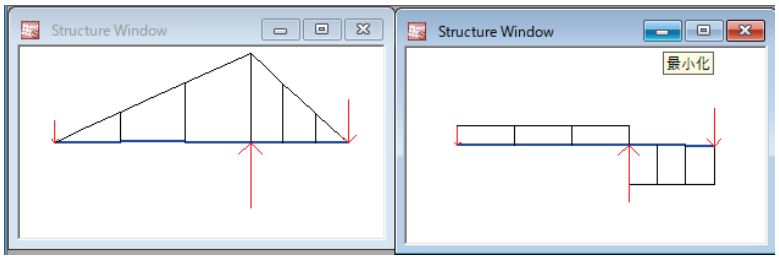


図５ SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

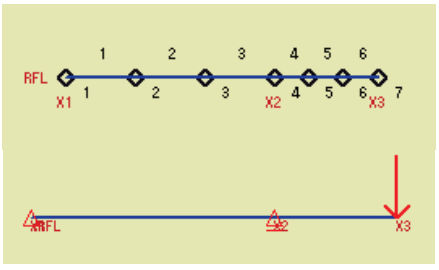


図４ 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

理論解である代表的な曲げモーメントとせん断力は

$$M_2 = -Pa = -10 \cdot 2 = -20kNm$$

$$Q_{bL} = -Pa / l = -10 \cdot 2 / 4 = -5kN; Q_{bR} = P = 10kN$$

であり、SPACE で計算した応力は以下のとおりである。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	0.0000	0.0000	**5.0000**	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	666.6665	0.0000

2	1	0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	666.6665	0.0000
		0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	1333.3335	0.0000
3	1	0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	1333.3335	0.0000
		0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	**2000.0000**	0.0000
4	1	0.0000	0.0000	**-10.0000**	0.0000	2000.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	1333.3330	0.0000
5	1	0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	1333.3330	0.0000
		0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	666.6660	0.0000
6	1	0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	666.6660	0.0000
		0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	0.0000	0.0000

数値解析で用いた梁の断面特性は以下のようである。

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.8337E+02	0.3568E+02	**0.2350E+05**	0.1740E+04

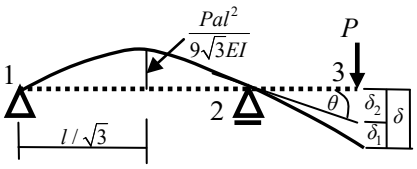


図 6 梁の変形形状

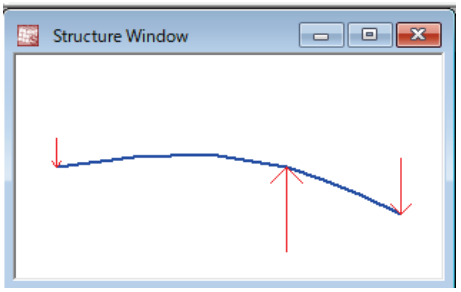


図 7 数値計算で求めた梁の変形形状（変形を拡大）

理論的に求めた片持ち梁先端の鉛直方向変位は次のようであり、数値計算の結果と一致する。ただし、座標系と荷重の方向の違いによって、SPACE で求めたたわみは負の値となる。

$$\delta = \frac{Pa^3}{3EI}\left(1+\frac{l}{a}\right) = \frac{10\cdot 200^3}{3\cdot 20500\cdot 23500}\left(1+\frac{4}{2}\right) = 0.166cm$$

単純梁部の最大たわみは、
$x = 0.577l$ の位置で、

$\delta = Pal/(9\sqrt{3}EI)$

$= 10\cdot 2\cdot 4^2\cdot 10^6/(15.58\cdot 20500\cdot 23500)$

$= 0.0426cm$

となる。SPACE では、$x = 0.6l$ の位置のたわみが下のように得られている。

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.27676873E-03	0.00000000E+00
2	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.32802213E-01	0.00000000E+00	-0.18451254E-03	0.00000000E+00
3	0.00000000E+00	0.00000000E+00	**0.41002773E-01**	0.00000000E+00	0.92256334E-04	0.00000000E+00
4	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.55353745E-03	0.00000000E+00
5	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.45103077E-01	0.00000000E+00	0.78417815E-03	0.00000000E+00
6	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.10250700E+00	0.00000000E+00	0.92256250E-03	0.00000000E+00
7	0.00000000E+00	0.00000000E+00	**-0.16606124E+00**	0.00000000E+00	0.96869055E-03	0.00000000E+00

2：図 2 に示す水平荷重＋ひじ型骨組(ex53_1)

数値解析で用いた骨組の形状と荷重は、$l = 4m, h = 3m$ で、柱頭水平荷重は $P = 10kN$ である。使用した部材の断面特性は、次のとおりである。

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.2600E+05	0.4430E+01	**0.1810E+04**	0.1340E+03
2	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.5900E+05	0.5662E+04	**0.3570E+04**	0.3570E+04

上記の 1 が梁、2 が柱である。軸方向変位を生じさせないため、断面積を 1000 倍に変更している。

解析的に求めた骨組の断面力分布を図 8 に示す。

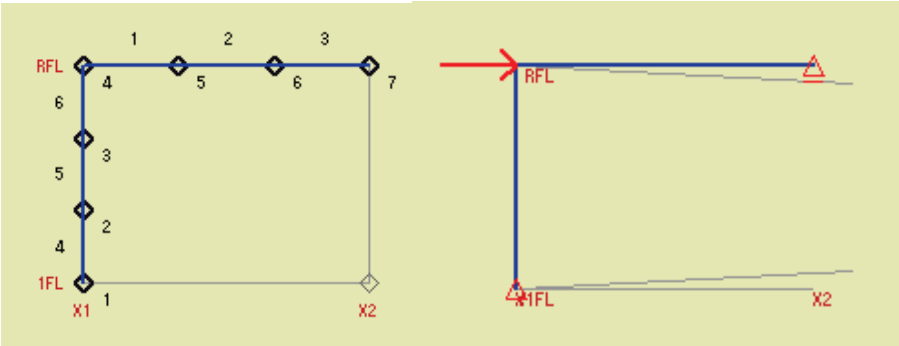


図 9 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

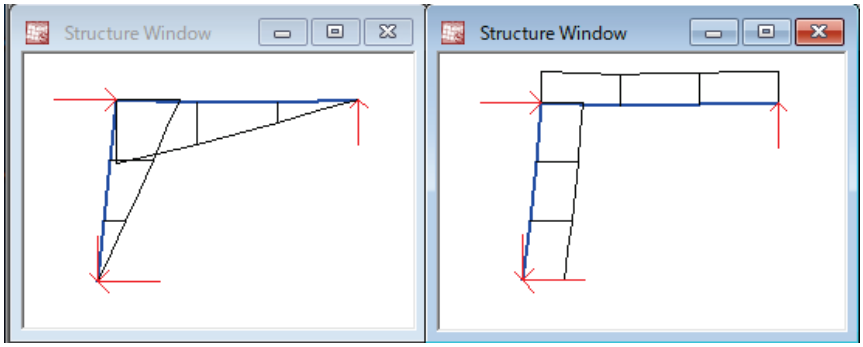
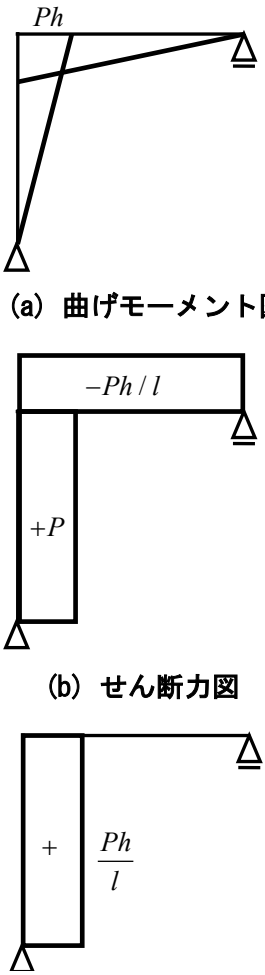


図 10 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図



(a) 曲げモーメント図

(b) せん断力図

(c) 軸力図

図 8 骨組の断面力図

理論解である代表的な曲げモーメントとせん断力は

$$M_4 = Ph = 10 \cdot 3 = 30kNm$$

$$Q_c = P = 10kN; Q_b = -Ph / l = -10 \cdot 3 / 4 = -7.5kN; N_c = Ph / l = 7.5kN$$

であり、SPACE で計算した断面力は以下のとおりである。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	0.0000	0.0000	**7.5000**	0.0000	**-2999.9812**	0.0000
		0.0000	0.0000	7.5000	0.0000	-1999.9877	0.0000
2	1	0.0000	0.0000	7.5000	0.0000	-1999.9877	0.0000
		0.0000	0.0000	7.5000	0.0000	-999.9935	0.0000
3	1	0.0000	0.0000	7.5000	0.0000	-999.9935	0.0000
		0.0000	0.0000	7.5000	0.0000	0.0000	0.0000
4	1	**7.5000**	0.0000	**-9.9999**	0.0000	0.0000	0.0000
		7.5000	0.0000	-9.9999	0.0000	-999.9937	0.0000
5	1	7.5000	0.0000	-9.9999	0.0000	-999.9937	0.0000
		7.5000	0.0000	-9.9999	0.0000	-1999.9874	0.0000
6	1	7.5000	0.0000	-9.9999	0.0000	-1999.9874	0.0000
		7.5000	0.0000	-9.9999	0.0000	-2999.9812	0.0000

骨組の変形状態は図11であり、実際に数値計算で求めた変形状態は図12に示される。ここでは、変形を拡大して表示する。

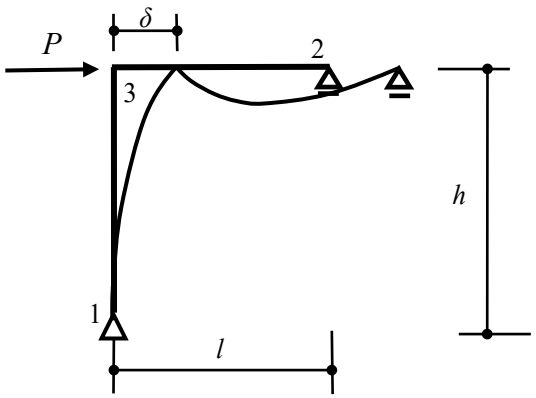


図 11　骨組の変形状態

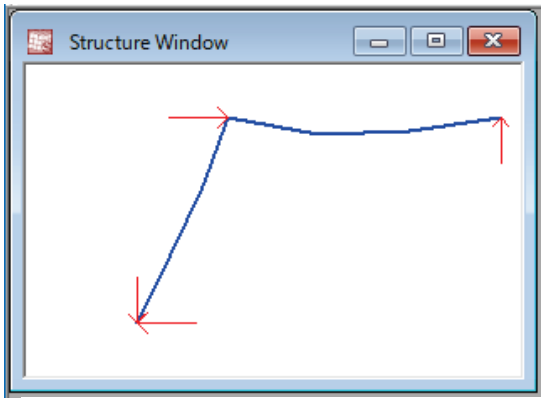


図 12　数値計算で求めた梁の変形形状
(変形を拡大)

解析解における柱頭の水平変位δは、

$$\delta = \frac{Ph^2}{3E}\left(\frac{h}{I_c}+\frac{l}{I_b}\right)$$

であり、柱と梁の曲げ剛性を次のようにK_c, K_bで表し、

$$K_c = \frac{2EI_c}{h};\quad K_b = \frac{2EI_b}{l}$$

$$K_c = \frac{2EI_c}{h} = \frac{2\cdot 20500\cdot 3570}{300} = 487900$$

$$K_b = \frac{2EI_b}{l} = \frac{2\cdot 20500\cdot 1810}{400} = 185525$$

水平変位δは次式で与えられる。

$$\delta = \frac{2Ph^2}{3}\left(\frac{1}{K_c}+\frac{1}{K_b}\right)\rightarrow$$

$$\delta = \frac{2\cdot 10\cdot 300^2}{3}\left(\frac{1}{487900}+\frac{1}{185525}\right)$$

$$= 0.6\cdot 10^6\cdot(2.0496+5.3901)\cdot 10^{-6} = 4.463cm$$

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.16928824E-01	0.00000000E+00
2	0.16701092E+01	0.00000000E+00	-0.13398924E-04	0.00000000E+00	0.16245628E-01	0.00000000E+00
3	0.32035792E+01	0.00000000E+00	-0.25650888E-04	0.00000000E+00	0.14196041E-01	0.00000000E+00
4	0.44637709E+01	0.00000000E+00	-0.35608937E-04	0.00000000E+00	0.10780062E-01	0.00000000E+00
5	0.44637709E+01	0.00000000E+00	-0.79855335E+00	0.00000000E+00	0.17966045E-02	0.00000000E+00
6	0.44637709E+01	0.00000000E+00	-0.63883549E+00	0.00000000E+00	-0.35934735E-02	0.00000000E+00
7	0.44637709E+01	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.53901644E-02	0.00000000E+00

付１４話　モールの定理でたわみを求める（基礎５６話）

ex56_1

ここでは、モールの定理で求めた骨組の変位を、SPACE を用いて検証する。静定基本構造の変位は既に、付２話で確認した。ここでは、次の２つの例題を用いて、数値計算と理論解の比較を行う。ただし、図２の例は前回お話ししたので、ここでは省略する。

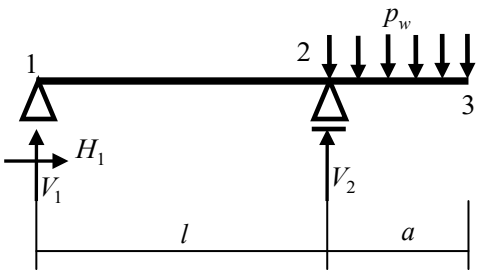


図１ 単純梁＋片持ち梁

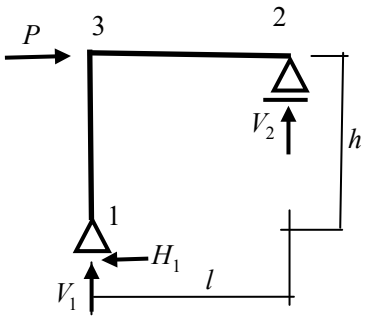
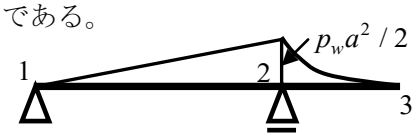


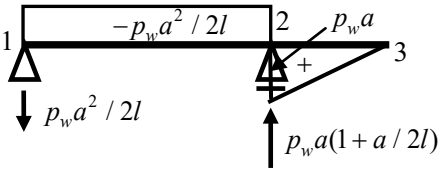
図２ 水平荷重＋ひじ型骨組

1：図１に示す単純梁+片持ち梁（ex56_1）

数値解析で用いた骨組の形状と荷重は、$l=4m, a=2m$ で、片持ち梁部の等分布荷重は $p_w=5kN/m$ である。理論的に求めた断面力図は以下のようである。



（a）曲げモーメント図



（b）せん断力図

図３ 単純梁＋片持ち梁モデルの断面力図

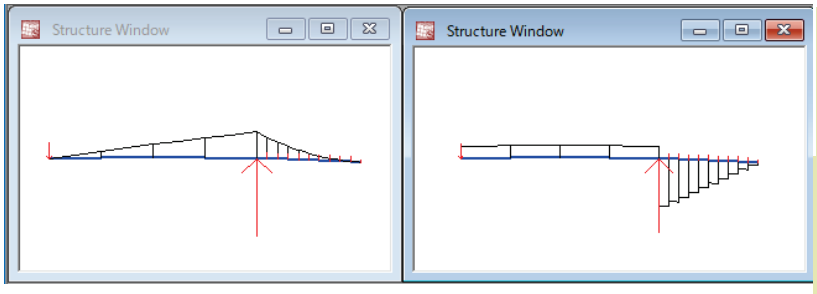


図５ SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

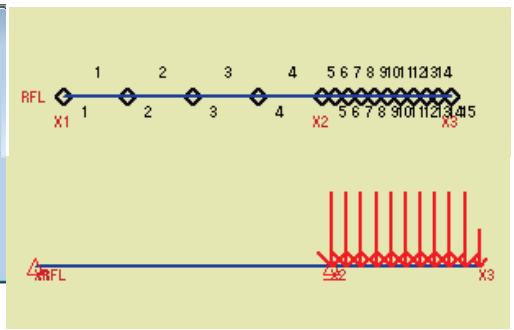


図４解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

理論解である代表的な曲げモーメントとせん断力は

$$M_2=-p_w a^2/2=-5\cdot 2^2/2=-10kNm$$

$$Q_{bL}=-p_w a^2/(2l)=-5\cdot 2^2/(2\cdot 4)=-2.5kN; Q_{bR}=p_w a=10kN$$

であり、SPACE で計算した断面力は以下のとおりである。ただし、こ

こでは等分布荷重の領域を 10 に分割して、集中荷重に変換する。従って、数値解には多少の誤差が含まれる。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	0.0000	0.0000	2.5000	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	2.5000	0.0000	250.0000	0.0000
2	1	0.0000	0.0000	2.5000	0.0000	250.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	2.5000	0.0000	500.0000	0.0000
3	1	0.0000	0.0000	2.5000	0.0000	500.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	2.5000	0.0000	750.0000	0.0000
4	1	0.0000	0.0000	**2.5000**	0.0000	750.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	2.5000	0.0000	**1000.0000**	0.0000
5	1	0.0000	0.0000	**-9.5000**	0.0000	1000.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-9.5000	0.0000	810.0000	0.0000
6	1	0.0000	0.0000	-8.5000	0.0000	810.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-8.5000	0.0000	640.0000	0.0000
7	1	0.0000	0.0000	-7.5000	0.0000	640.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-7.5000	0.0000	490.0000	0.0000
8	1	0.0000	0.0000	-6.5000	0.0000	490.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-6.5000	0.0000	360.0000	0.0000
9	1	0.0000	0.0000	-5.5000	0.0000	360.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-5.5000	0.0000	250.0000	0.0000
10	1	0.0000	0.0000	-4.5000	0.0000	250.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-4.5000	0.0000	160.0000	0.0000
11	1	0.0000	0.0000	-3.5000	0.0000	160.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-3.5000	0.0000	90.0000	0.0000
12	1	0.0000	0.0000	-2.5000	0.0000	90.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-2.5000	0.0000	40.0000	0.0000
13	1	0.0000	0.0000	-1.5000	0.0000	40.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-1.5000	0.0000	10.0000	0.0000
14	1	0.0000	0.0000	-0.5000	0.0000	10.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-0.5000	0.0000	0.0000	0.0000

梁の断面性能は以下のようである。

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.2290E+02	0.3730E+01	**0.1210E+04**	0.9750E+02

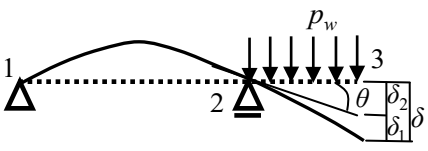


図 6 片持ち梁先端のたわみ

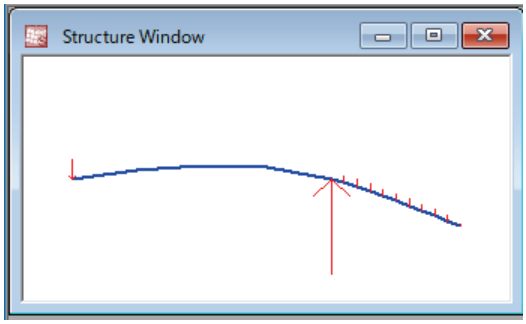


図 7 数値計算で求めた梁の変形形状(変形を拡大)

モールの定理を用いて理論的に求めた片持ち梁先端の鉛直方向変位は次のようである。数値計算の結果と比較すると、等分布荷重を分割し

て集中荷重に変換したにも関わらず、良い一致を示す。

$$\delta = \frac{p_w a^4}{24EI}(3+4\frac{l}{a}) = \frac{0.05\cdot 200^4}{24\cdot 20500\cdot 1210}(3+4\cdot\frac{4}{2}) = 1.478cm$$

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.26876302E-02	0.00000000E+00
2	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.25196534E+00	0.00000000E+00	-0.21836995E-02	0.00000000E+00
3	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.40314454E+00	0.00000000E+00	-0.67190756E-03	0.00000000E+00
4	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.35275146E+00	0.00000000E+00	0.18477457E-02	0.00000000E+00
5	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.53752605E-02	0.00000000E+00
6	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.11505745E+00	0.00000000E+00	0.61049522E-02	0.00000000E+00
7	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.24323054E+00	0.00000000E+00	0.66895117E-02	0.00000000E+00
8	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.38177788E+00	0.00000000E+00	0.71450649E-02	0.00000000E+00
9	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.52828062E+00	0.00000000E+00	0.74877376E-02	0.00000000E+00
10	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.68064237E+00	0.00000000E+00	0.77336561E-02	0.00000000E+00
11	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.83708930E+00	0.00000000E+00	0.78989454E-02	0.00000000E+00
12	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.99617016E+00	0.00000000E+00	0.79997312E-02	0.00000000E+00
13	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.11567560E+01	0.00000000E+00	0.80521405E-02	0.00000000E+00
14	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.13180407E+01	0.00000000E+00	0.80722971E-02	0.00000000E+00
15	0.00000000E+00	0.00000000E+00	**-0.14795405E+01**	0.00000000E+00	0.80763288E-02	0.00000000E+00

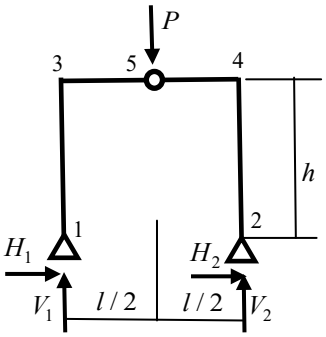
付１５話　仮想仕事の原理で骨組変位を求める（基礎６０話）

ex38_2 ; ex38_3; ex43_1
ex44_1; ex44_2; ex45_4

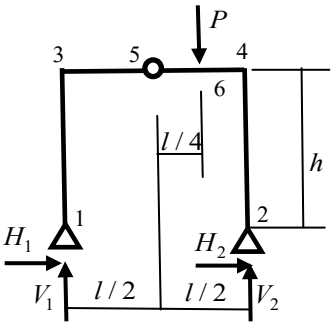
単位荷重法により求めた基本的な骨組の変位は、既にこれまでの回でお話しした。ここでは、次の 3 ヒンジ門型ラーメンとトラスを SPACE で数値解析し、理論解と比較・検証を行う。

Ⅰ：3 ヒンジ門型ラーメン

この例題は付 9 話で断面力について解の比較を行っている。ここでは、その続きとして節点変位の検証を行う。骨組の形状は、スパン $l=6m$ 、階高 $h=3m$ で、鉛直集中荷重は $P=10kN$ とする。



(a) 梁中央鉛直集中荷重



(b) 梁偏位置鉛直集中荷重

図 1 3 ヒンジ型門型ラーメン

1：図 1(a)に示す梁中央鉛直荷重＋3 ヒンジ門型ラーメン(ex38_3)

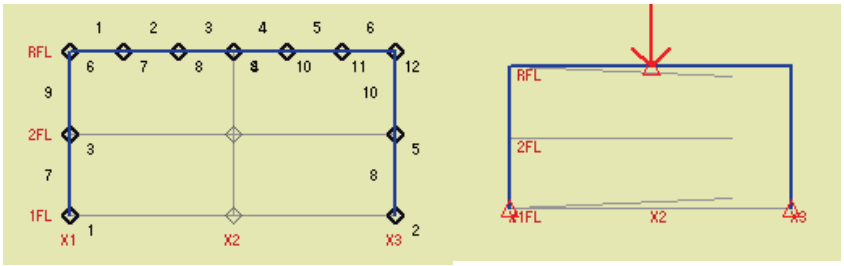
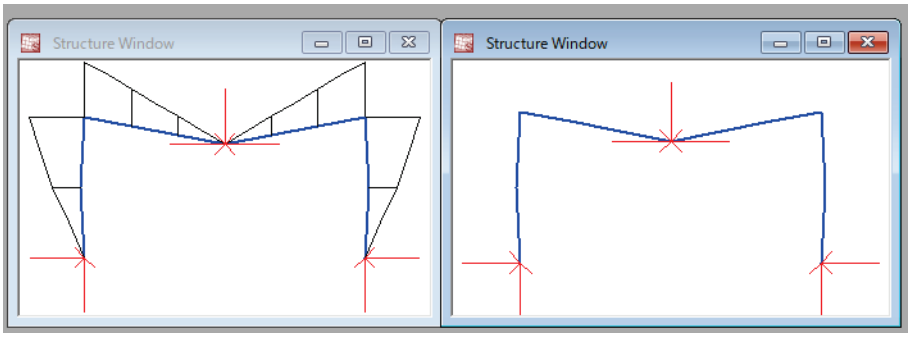
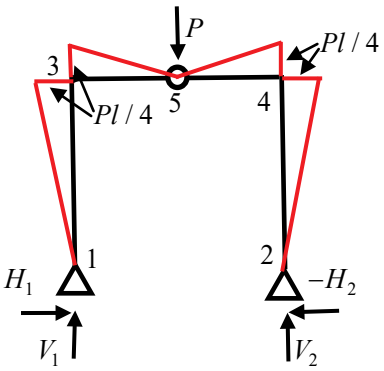
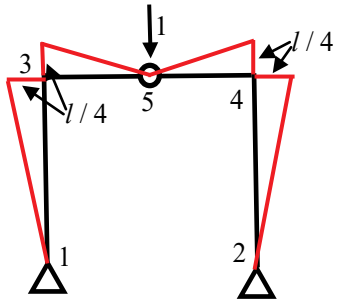


図 3 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態





(a) 曲げモーメント図



(b) 仮想曲げモーメント図

図 2 中央鉛直荷重＋3 ヒンジ門型ラーメン

図 4 SPACE で求めた曲げモーメント図と変形状態

使用した部材の断面特性は次の通りであり、1 が梁、2 が柱である。

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.8300E+05	0.3568E+02	**0.2350E+05**	0.1740E+04
2	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.5900E+05	0.5662E+04	**0.3570E+04**	0.3570E+04

ここでは、仮想仕事の原理を応用した単位荷重法により、梁中央の鉛直方向変位を求める。このモデルは対称形状、対称荷重であることから、応力と変位も対称となる。曲げモーメント図と仮想曲げモーメント図を図 2 に示す。柱部材 1-3 間の曲げモーメントと仮想曲げモーメントは以下のようであり、

$$M_c(x) = -\frac{Pl}{4}(x/h); \quad \bar{M}_c(x) = -\frac{l}{4}(x/h);$$

また、梁部材 3-5 間の曲げモーメントと仮想曲げモーメントは、

$$M_{b1}(x) = \frac{Pl}{4}(-1+2x/l); \quad \bar{M}_{b1}(x) = \frac{l}{4}(-1+2x/l)$$

となる。上記の関数を用いると、節点 5 の鉛直方向変位は次のように与えられる。対称応力であることから、柱と梁共に片方のみ求め、2 倍して全部材の値を求める。

$$1\cdot\delta = \frac{2Pl^2}{16EI_ch^2}\int_0^h x^2dx + \frac{2P}{16EI_b}\int_0^{l/2}(-l+2x)^2dx \rightarrow$$

$$\delta = \frac{2Pl^2}{16EI_ch^2}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^h + \frac{2P}{16EI_b}\left[\frac{1}{6}(-l+2x)^3\right]_0^{l/2} = \frac{Pl^2h}{24EI_c} + \frac{Pl^3}{48EI_b} = \frac{Pl^2}{12}\left(\frac{1}{2EI_c/h} + \frac{1}{4EI_b/l}\right)$$

$$= \frac{Pl^2}{12}\left(\frac{1}{K_c} + \frac{1}{2K_b}\right) \leftarrow \quad K_c = \frac{2EI_c}{h}; K_b = \frac{2EI_b}{l}$$

柱・梁の曲げ剛性を計算し、梁中央の鉛直変位を具体的に求める。

SPACE で求めた変位と理論解とを比較する。

$$K_c = \frac{2EI_c}{h} = \frac{2\cdot 20500\cdot 3570}{300} = 487900; \quad K_b = \frac{2EI_b}{l} = \frac{2\cdot 20500\cdot 23500}{600} = 1605833$$

$$\delta = \frac{Pl^2}{12}\left(\frac{1}{K_c} + \frac{1}{2K_b}\right) = \frac{10\cdot 600^2}{12}\left(\frac{1}{487900} + \frac{1}{2\cdot 1605833}\right) = 0.7083cm$$

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.10247688E-02	0.00000000E+00
2	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.10248256E-02	0.00000000E+00
3	-0.11528564E+00	0.00000000E+00	0.34762741E-06	0.00000000E+00	-0.25617515E-03	0.00000000E+00
4	0.59454151E-05	0.00000000E+00	**-0.70829165E+00**	0.00000000E+00	-0.25166518E-02	0.00000000E+00
5	0.11529352E+00	0.00000000E+00	-0.15878704E-05	0.00000000E+00	0.25621906E-03	0.00000000E+00
6	0.68269865E-05	0.00000000E+00	-0.12402343E-05	0.00000000E+00	0.20496058E-02	0.00000000E+00
7	0.65331292E-05	0.00000000E+00	-0.21880016E+00	0.00000000E+00	0.23090744E-02	0.00000000E+00
8	0.62392724E-05	0.00000000E+00	-0.45835653E+00	0.00000000E+00	0.24647554E-02	0.00000000E+00
9	0.59454151E-05	0.00000000E+00	-0.70829165E+00	0.00000000E+00	0.25166492E-02	0.00000000E+00
10	0.56515582E-05	0.00000000E+00	-0.45835632E+00	0.00000000E+00	-0.24647573E-02	0.00000000E+00
11	0.53577010E-05	0.00000000E+00	-0.21879986E+00	0.00000000E+00	-0.23090735E-02	0.00000000E+00
12	0.50638437E-05	0.00000000E+00	-0.12402194E-05	0.00000000E+00	-0.20496007E-02	0.00000000E+00

2：図 1(b)に示す梁偏位置鉛直荷重＋3 ヒンジ門型ラーメン（ex38_2)

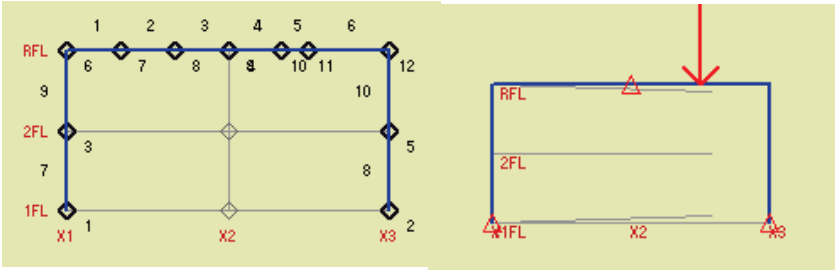


図 6 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

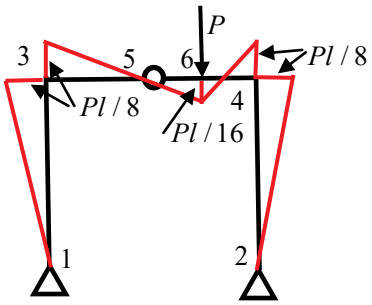


図 5 曲げモーメント図

骨組の形状は、$l=6m, h=3m$ で梁中央にヒンジがある。荷重は鉛直荷重 $P=10kN$ とする。使用した部材の断面特性は、以下のようであり、1 が梁、2 が柱である。

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	0.2050E+05	0.7900E+04	0.8337E+02	0.3568E+02	0.2350E+05	0.1740E+04
2	1	0.2050E+05	0.7900E+04	0.5924E+02	0.5662E+04	0.3570E+04	0.3570E+04

単位荷重法による梁中央の鉛直方向変位は、基礎 60 話より、次式で与えられる。

$$\delta=\frac{Pl^2}{24}\left(\frac{1}{K_c}+\frac{5}{16K_b}\right) \leftarrow \quad K_c=\frac{2EI_c}{h}; K_b=\frac{2EI_b}{l}$$

従って、

$$K_c=\frac{2EI_c}{h}=\frac{2\cdot 20500\cdot 3570}{300}=487900; \quad K_b=\frac{2EI_b}{l}=\frac{2\cdot 20500\cdot 23500}{600}=1605833$$

$$\delta=\frac{Pl^2}{24}\left(\frac{1}{K_c}+\frac{5}{16K_b}\right)=\frac{10\cdot 600^2}{24}\left(\frac{1}{487900}+\frac{5}{16\cdot 1605833}\right)=0.3366cm$$

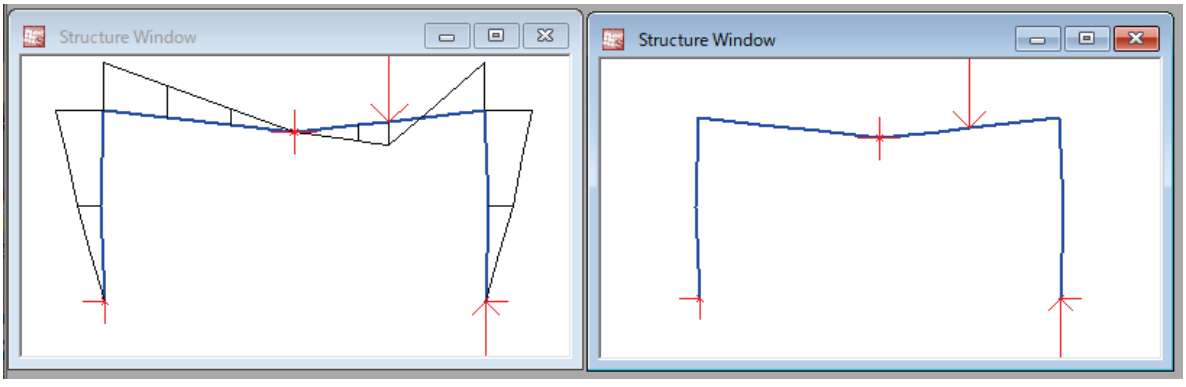


図 7 SPACE で求めた曲げモーメント図と変形状態

SPACE で数値計算した結果を以下に示す。

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.57077658E-03	0.00000000E+00

2	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.45401099E-03	0.00000000E+00
3	-0.66401564E-01	0.00000000E+00	0.24733390E-06	0.00000000E+00	-0.18647811E-03	0.00000000E+00
4	-0.17514026E-01	0.00000000E+00	**-0.33663017E+00**	0.00000000E+00	-0.10831774E-02	0.00000000E+00
5	0.48887052E-01	0.00000000E+00	-0.51977520E-06	0.00000000E+00	0.69719004E-04	0.00000000E+00
6	-0.17513586E-01	0.00000000E+00	-0.47308077E-06	0.00000000E+00	0.96641725E-03	0.00000000E+00
7	-0.17513733E-01	0.00000000E+00	-0.10356139E+00	0.00000000E+00	0.10961520E-02	0.00000000E+00
8	-0.17513881E-01	0.00000000E+00	-0.21750109E+00	0.00000000E+00	0.11739930E-02	0.00000000E+00
9	-0.17514026E-01	0.00000000E+00	**-0.33663017E+00**	0.00000000E+00	0.11999399E-02	0.00000000E+00
10	-0.17514173E-01	0.00000000E+00	-0.22744754E+00	0.00000000E+00	-0.11091243E-02	0.00000000E+00
11	-0.17514247E-01	0.00000000E+00	-0.17123455E+00	0.00000000E+00	-0.11415581E-02	0.00000000E+00
12	-0.17514467E-01	0.00000000E+00	-0.89252751E-06	0.00000000E+00	-0.10831764E-02	0.00000000E+00

ここでは、図 1(a)の例題を、たわみ角法を用いて解いてみよう。たわみ角法を学んでいない読者は同法を学習した後、この箇所を読んでほしい。たわみ角法は、骨組の中にヒンジ結合を有する部材があると、解析が結構面倒であり、教科書には記述されることはあまりない。

対称条件より図 8(a)のようにモデル化し、例題を半分の骨組として解析する。対称骨組であるため、柱には部材角は生じないが、梁には部材角が生じる。2 つの部材の基本式は、他端がピンであることから

$$M_{12}=0;\quad M_{21}=\frac{2EI_c}{h}(1.5\theta_2)=K_c(1.5\theta_2)\leftarrow K_c=\frac{2EI_c}{h}$$

$$M_{23}=\frac{2EI_b}{l'}(1.5\theta_2-1.5R)=K_b(1.5\theta_2-1.5R);\quad M_{32}=0\leftarrow K_b=\frac{2EI_b}{l'}$$

となり、未知変数は、節点 2 の回転角 θ_2 と梁の部材角 R の 2 つである。

節点 2 でのモーメント釣合は

$$M_{21}+M_{23}=0\rightarrow K_c(1.5\theta_2)+K_b(1.5\theta_2-1.5R)=0$$

となり、また、節点 3 での外力とせん断力の釣合より、次式

$$Q(l')=\frac{P}{2}\rightarrow\frac{M_{23}}{l'}+\frac{P}{2}=0\rightarrow K_b(1.5\theta_2-1.5R)=-Pl'/2$$

が成立する。2 つの方程式を整理すると次の釣合式が得られる。

$$(K_c+K_b)\theta_2-K_bR=0$$
$$K_b\theta_2-K_bR=-Pl'/3$$

上式から下式を引くと、θ_2 が次のように得られる。

$$(K_c+K_b)\theta_2-K_b\theta_2=Pl'/3\rightarrow\theta_2=\frac{Pl'}{3K_c}$$

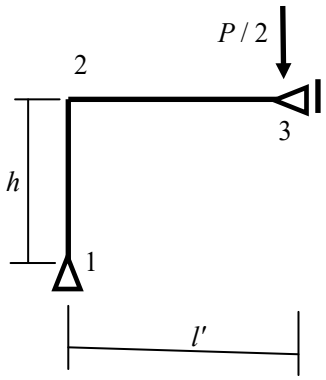
上の θ_2 を釣合式の上に代入すると、部材角 R が得られる。

$$(K_c+K_b)\frac{Pl'}{3K_c}-K_bR=0\rightarrow$$

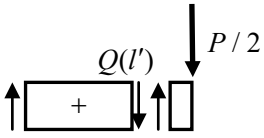
$$K_bR=(K_c+K_b)\frac{Pl'}{3K_c}\rightarrow R=\frac{Pl'}{3}(\frac{1}{K_b}+\frac{1}{K_c})=\frac{Pl'}{3}(\frac{1}{2\bar{K}_b}+\frac{1}{K_c})\leftarrow K_b=\frac{2EI_b}{l'}=\frac{2EI_b}{l/2}=2\bar{K}_b$$

梁中央の鉛直方向変位は以下となり、単位荷重法の解と一致する。

$$\delta=Rl'=\frac{Pl'^2}{3}(\frac{1}{2\bar{K}_b}+\frac{1}{K_c})=\frac{Pl^2}{12}(\frac{1}{2\bar{K}_b}+\frac{1}{K_c})\leftarrow l=2l'$$



(a) 図 1(a)の骨組で対称条件を用いた半分のモデル



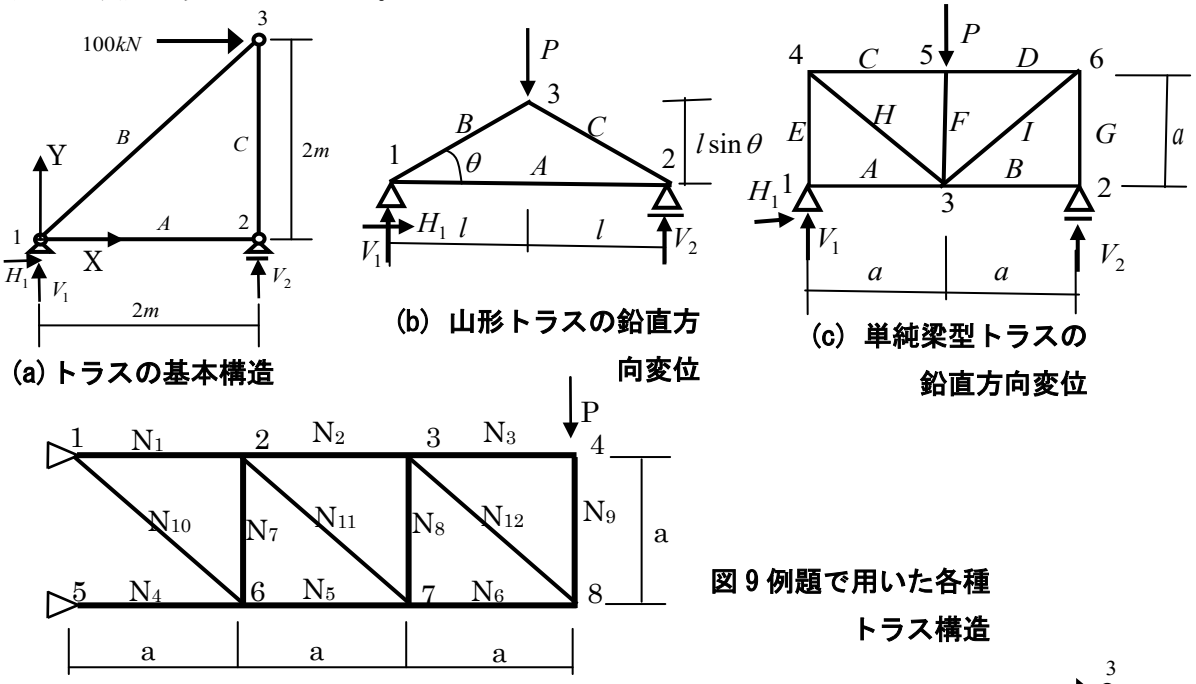
$$Q(l')=-M_{23}/l'$$

(b) 節点 3 におけるせん断力と外力の釣合

図 8 たわみ角法用のモデル

Ⅱ：静定トラスの節点変位

ここで用いる例題は次の 4 つである。



(a) トラスの基本構造　(b) 山形トラスの鉛直方向変位　(c) 単純梁型トラスの鉛直方向変位

(d) 先端に集中荷重＋片持ち型トラス

図 9 例題で用いた各種トラス構造

3：図 9(a)のトラス基本構造（ex43_1）

図 9(a)のトラス応力解析の検証は、既に付１１話で行い、従って、ここでは、節点 3 の水平方向変位の検証を行う。単位荷重法で求めた節点 3 の水平変位δは、次のようである。

$$\delta = \frac{P\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{k_1} + \frac{P\cdot 1}{k_2} = P(\frac{2}{k_1} + \frac{1}{k_2}) \leftarrow \quad k_1 = \frac{EA_1}{\sqrt{2}l};\quad k_2 = \frac{EA_2}{l}$$

また、節点法で求めた各部材の軸力は、次式で与えられる。

$$N_A = 0;\quad N_B = \sqrt{2}P;\quad N_C = P$$

$$N_A = 0;\quad N_B = 100\sqrt{2} = 141.4kN;\quad N_C = -100kN$$

数値解析で用いた部材断面は、

		E	G	A
1	1	0.2050E+05	0.7900E+04	0.1463E+03

であり、軸方向剛性は、

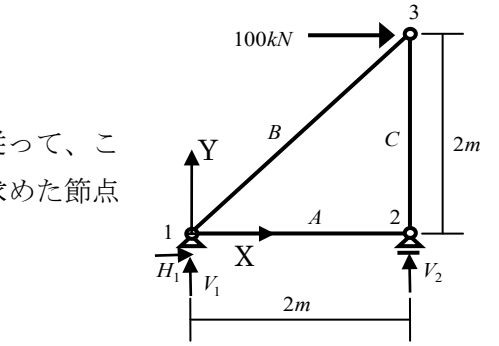
$$k_1 = 20500\cdot 146.3/(\sqrt{2}\cdot 200) = 10603.6$$

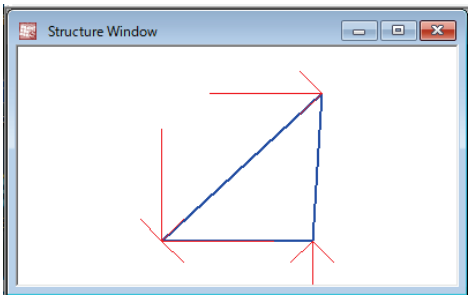
$$k_2 = 20500\cdot 146.3/(200) = 14995.75$$

となる。従って、節点 3 の水平方向変位は、次式で与えられる。

$$\delta = P(\frac{2}{k_1} + \frac{1}{k_2}) = 100(\frac{2}{10603.6} + \frac{1}{14995.75}) = 0.0255cm$$

SPACE で求めた各部材の軸力と節点変位は以下のようであり、





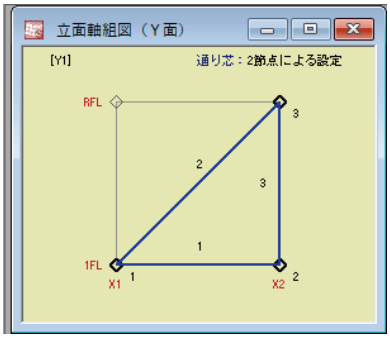


図 10 トラスの基本構造

節点 3 の水平変位は理論解と良い一致を示している。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1(A)	1	**-0.0008**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-0.0008	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2(B)	1	**141.4220**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		141.4220	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3(C)	1	**-100.0000**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-100.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
2	-0.55976336E-07	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
3	**0.25530240E-01**	0.00000000E+00	-0.66687707E-02	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00

4：図 9(b)に示す山形トラス(ex44_1)

図 9(b)の山形トラスにおける頂点の鉛直変位を検証する。まず、各部材の軸力は

$$N_A = P\cos\theta / 2\sin\theta;\quad N_B = -P/2\sin\theta;\quad N_C = -P/2\sin\theta$$

$$N_A = 10kN;\quad N_B = -5\sqrt{5}kN = -11.18kN;\quad N_C = -5\sqrt{5}kN$$

であり、節点 3 の鉛直方向変位は、次式となる。

$$\delta = \frac{P}{4\sin^2\theta}\left(\frac{\cos^2\theta}{k_1} + \frac{2}{k_2}\right) \leftarrow \quad k_1 = \frac{EA_2}{2l};k_2 = \frac{EA_1}{l/\cos\theta}$$

ここで、$\cos\theta = 2/\sqrt{5};\sin\theta = 1/\sqrt{5}$ であり、$l = 3m$ である。

数値解析で用いた部材断面は、

		E	G	A
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	**0.1463E+03**

であり、軸方向剛性は、

$$k_1 = 20500\cdot 146.3/(2\cdot 300) = 4998.58$$

$$k_2 = 20500\cdot 146.3/(\sqrt{5}\cdot 300/2) = 8941.74$$

となる。従って、節点 3 の鉛直方向変位は、次式で与えられる。

$$\delta = \frac{P}{4\sin^2\theta}\left(\frac{\cos^2\theta}{k_1} + \frac{2}{k_2}\right) = \frac{10\cdot 5}{4}\left(\frac{4}{4998.58\cdot 5} + \frac{2}{8941.74}\right) = 0.4796\times 10^{-2}$$

数値解析結果を以下に示す。ここでは、軸力分布と節点 3 の鉛直方向変位が一致することが示される。

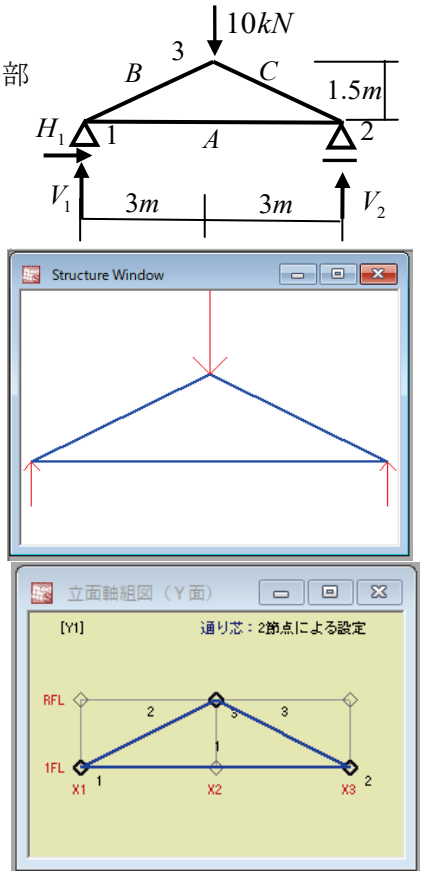


図 11 山形トラスの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1(C)	1	**10.0001**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		10.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2(A)	1	**-11.1804**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-11.1804	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3(B)	1	**-11.1804**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-11.1804	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

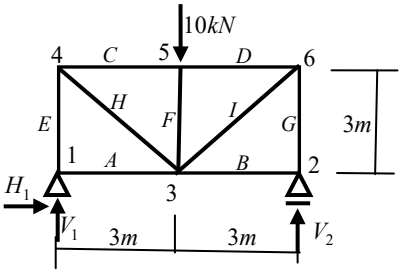
節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00

2	0.20005791E-02	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
3	0.10002896E-02	0.00000000E+00	**-0.47964966E-02**	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00

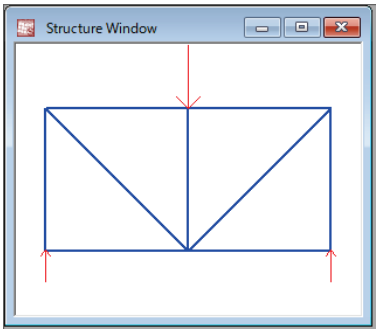
5：図 9(c)に示す単純梁型トラス（ex44_2）

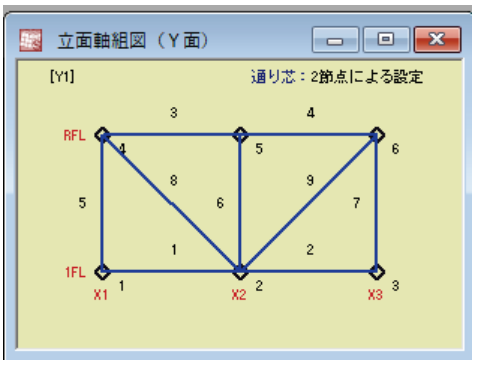
図 9(c)の単純梁型トラスの中央鉛直変位を、SPACE により求め、理論解と比較する。対称形状で対称荷重であることより、対称応力状態となる。また、断面は全て同一とする。骨組左半分の軸力を求める。反力は、$H_1=0; V_1=V_2=P/2$ であり、軸力は、表 1 にまとめる。単位集中荷重による仮想軸力 $\bar{N}_i$ も同様であり、表 1 の荷重 P を 1 に変えると仮想軸力となる。節点 4 の鉛直方向変位は、表 1 を用いると次式となる。

$$\delta=\frac{P}{\bar{k}}(4\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+2\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{2}+1\cdot 1)=\frac{P(2+\sqrt{2})}{\bar{k}}\leftarrow\bar{k}=\frac{EA}{a};k_s=\frac{EA}{\sqrt{2}a}=\frac{\bar{k}}{\sqrt{2}}$$



(a) 単純梁型トラス





(b) 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

図 12 単純梁型トラス

表 1 単純梁型トラスの軸力一覧

断面名	断面力	断面名	断面力	断面名	断面力
N_A	0	N_C	$-P/2$	N_E	$-P/2$
N_F	$-P$	N_H	$\sqrt{2}P/2$		

形状は図 12(a)に示されており、$a=3m, P=10kN$ である。軸力分布は次のようである。

$$N_A=0;\quad N_C=-5kN;\quad N_E=0;\quad N_F=-10kN;\quad N_H=7.071kN$$

数値解析で用いた部材断面は次のようであり、

		E	G	A
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	**0.1463E+03**

軸方向剛性は、

$$\bar{k}=20500\cdot 146.3/300=9997.17$$

となる。従って、節点 5 の鉛直方向変位は、次式で与えられる。

$$\delta=\frac{P(2+\sqrt{2})}{\bar{k}}=\frac{10(2+\sqrt{2})}{9997.17}=0.3415\times 10^{-2}cm$$

SPACE による数値解析結果を以下に示す。軸力分布や節点 5 の鉛直方向変位について、両者一致することが分かる。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1(A)	1	**0.0000**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2(B)	1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3(C)	1	**-5.0000**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-5.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4(D)	1	-5.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-5.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5(E)	1	**-4.9999**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-4.9999	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

6(F)	1	**-10.0000**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7(G)	1	-5.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-5.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
8(H)	1	**7.0710**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		7.0710	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
9(I)	1	7.0712	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		7.0712	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
2	0.41981547E-08	0.00000000E+00	-0.24149180E-02	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
3	-0.14095916E-12	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
4	0.50017808E-03	0.00000000E+00	-0.50013751E-03	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
5	0.36342911E-07	0.00000000E+00	**-0.34152016E-02**	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
6	-0.50011376E-03	0.00000000E+00	-0.50014589E-03	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00

6：図 9(d)に示す片持ち型トラス（ex45_4)

図(d)に示す片持ち型トラスの先端に鉛直方向の力 P が加わった時の荷重点の鉛直方向変位を求める。このトラスの断面は斜材のみ A_s で、あとは全て同一とする。また、斜材の長さは $\sqrt{2}a$ である。部材の軸方向剛性は、$\bar{k}=EA/a$ であるが、斜材のそれは $\bar{k}_s=EA_s/(\sqrt{2}a)$ となる。各部材の軸力は既に求められており、表 1 にまとめられている。

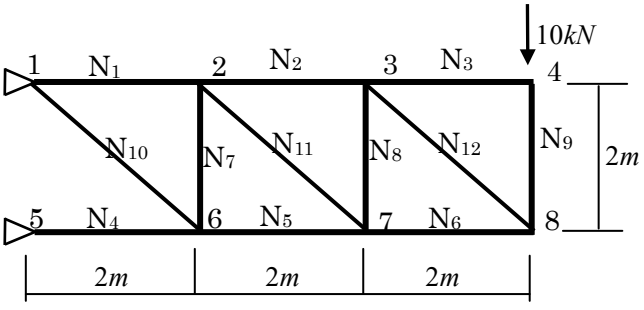
表 2 片持ち型トラスの軸力一覧

部材断面名	断面力	部材断面名	断面力	部材断面名	断面力
N_1	$2P$	N_2	P	N_3	0
N_4	$-3P$	N_5	$-2P$	N_6	$-P$
N_7	$-P$	N_8	$-P$	N_9	$-P$
N_{10}	$\sqrt{2}P$	N_{11}	$\sqrt{2}P$	N_{12}	$\sqrt{2}P$

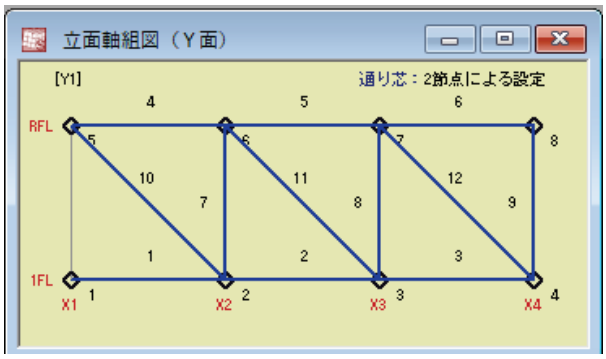
節点 4 の鉛直方向変位は、上の表を用いると次式となる。

$$\delta=\frac{P}{\bar{k}}(2\cdot2+1\cdot1+0+3\cdot3+2\cdot2+4\cdot1\cdot1)+\frac{P}{k_s}(3\sqrt{2}\cdot\sqrt{2})=P(\frac{22}{\bar{k}}+\frac{6}{k_s})$$

形状は図 13(a)に示されており、$a=2m, P=10kN$ である。



(a)　先端集中荷重＋片持ち型トラス



数値解析で用いた部材断面は、

		E	G	A
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	**0.1463E+03**

であり、軸方向剛性は、

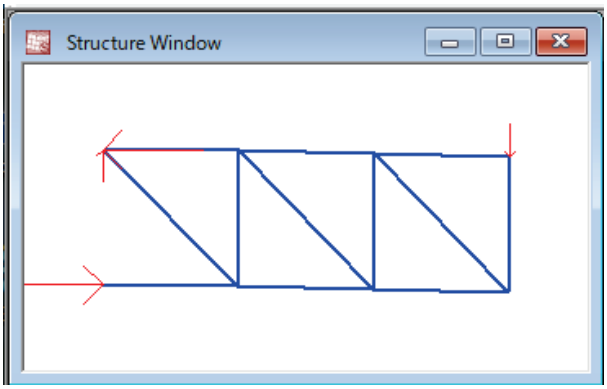
$$\bar{k} = 20500 \cdot 146.3 / 200 = 14995.75$$

$$k_S = 20500 \cdot 146.3 / (\sqrt{2} \cdot 200) = 10603.60$$

となる。従って、節点 4 の鉛直方向変位は次式で与えられる。

$$\delta = P(\frac{22}{\bar{k}} + \frac{6}{k_s}) = 10(\frac{22}{14995.75} + \frac{6}{10603.60}) = 0.02033cm$$

数値解析結果を以下に示す。軸力分布や節点 4 の鉛直方向変位について、両者一致することが分かる。



(b) 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

図 13 片持ち型トラス

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1 (N4)	1	**-30.0005**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-30.0005	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2 (N5)	1	**-20.0003**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-20.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3 (N6)	1	**-10.0002**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-10.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4 (N1)	1	**20.0004**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		20.0004	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
5 (N2)	1	**10.0003**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		10.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6 (N3)	1	**0.0001**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7 (N7)	1	**-10.0000**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
8 (N8)	1	**-10.0000**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
9 (N9)	1	**-10.0000**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-10.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
10 (N10)	1	**14.1422**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		14.1422	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
11 (N11)	1	**14.1422**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		14.1422	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
12 (N12)	1	**14.1422**	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		14.1422	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

節点番号	u (cm)	v (cm)	w (cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
2	-0.20006003E-02	0.00000000E+00	-0.38867856E-02	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
3	-0.33343341E-02	0.00000000E+00	-0.11107950E-01	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
4	-0.40012007E-02	0.00000000E+00	-0.19662881E-01	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
5	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
6	0.13337393E-02	0.00000000E+00	-0.45536691E-02	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
7	0.20006117E-02	0.00000000E+00	-0.11774850E-01	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
8	0.20006173E-02	0.00000000E+00	**-0.20329788E-01**	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00

付１６話　不静定構造のたわみと断面力（基礎６３話）

ex63_1; ex64_1; ex65_1
ex65_2; ex67_1;
ex68_1 ~ ex68_3

今回から、不静定構造である骨組の変位や断面力の理論解を、SPACE を用いて検証する。まず、不静定構造の基本である次の 2 つの例題を用いて、数値計算結果と理論解の比較を行う。

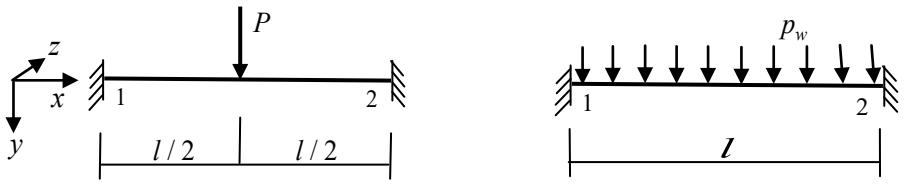
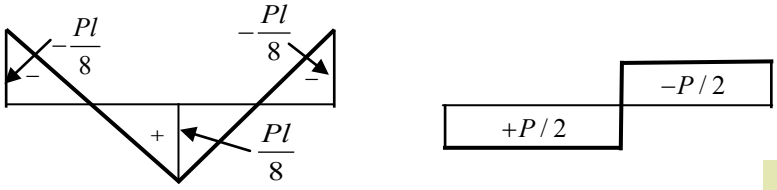


図１ 中央集中荷重　　(b) 等分布荷重

図 1 両端固定支持梁

1：図 1(a)に示す両端固定＋梁中央集中荷重(ex63_1)

数値解析で用いた両端固定梁の形状は $l=5m$ で、梁中央集中荷重は $P=10kN$ とする。理論的に求めた断面力図を以下に示す。



(a)曲げモーメント図　　(b) せん断力図

図 3 中央集中荷重＋両端固定梁の断面力図

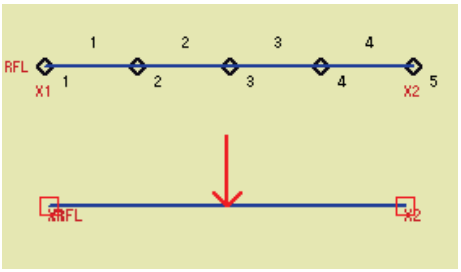


図 2 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

解析的に求めた断面力とたわみは以下のようであり、

$$M_e=-\frac{Pl}{8};\quad M_c=\frac{Pl}{8};\quad Q_{\max}=\frac{P}{2};\quad \theta_{\max}=\frac{Pl^2}{64EI};\quad v_{\max}=\frac{Pl^3}{192EI}$$

梁の形状と荷重の値を代入すると、断面力は、

$$M_e=-\frac{Pl}{8}=-10\cdot 5/8=-6.25kNm;\quad M_c=\frac{Pl}{8}=6.25kNm;\quad Q_{\max}=\frac{P}{2}=10/2=5kN$$

となる。数値計算で使用した梁の断面特性は、

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.2290E+02	0.3730E+01	**0.1210E+04**	0.9750E+02

であり、従って、最大たわみ等は次のようである。

$$\theta_{\max}=\frac{Pl^2}{64EI}=10\cdot 500^2/(64\cdot 20500\cdot 1210)=1.575\cdot 10^{-3}$$

$$v_{\max}=\frac{Pl^3}{192EI}=10\cdot 500^3/(192\cdot 20500\cdot 1210)=0.2624cm$$

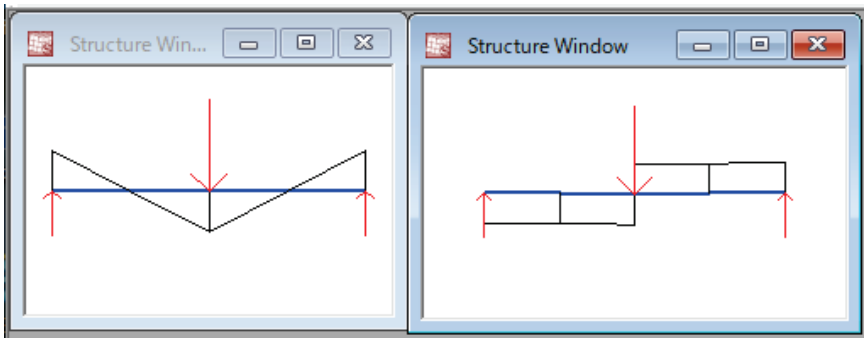


図 4 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力

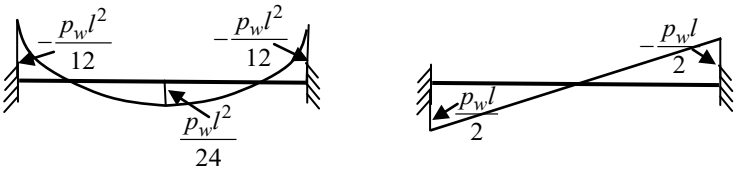
SPACE で求めた結果を以下に示す。理論解と比較しよう

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	0.0000	0.0000	**-5.0000**	0.0000	**625.0000**	0.0000
		0.0000	0.0000	-5.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	1	0.0000	0.0000	-5.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-5.0000	0.0000	**-625.0000**	0.0000
3	1	0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	-625.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4	1	0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	625.0000	0.0000

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
2	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.13123195E+00	0.00000000E+00	**0.15747834E-02**	0.00000000E+00
3	0.00000000E+00	0.00000000E+00	**-0.26246390E+00**	0.00000000E+00	-0.40657581E-19	0.00000000E+00
4	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.13123195E+00	0.00000000E+00	-0.15747834E-02	0.00000000E+00
5	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00

2：図 1(b)に示す両端固定＋等分布荷重(ex64_1)

両端固定梁の形状は $l = 5m$ で、等分布荷重は $p_w = 2kN/m$ である。



(a)曲げモーメント図　　**(b) せん断力図**

図 5 等分布荷重＋両端固定梁の断面力図

(a) たわみ曲線と最大変位　　**(b) 回転角分布**

図 6 等分布荷重＋両端固定梁のたわみと回転角

解析的に求めた断面力とたわみは以下のようであり、

$$M_e = -\frac{p_w l^2}{12};\quad M_c = \frac{p_w l^2}{24};\quad Q_{\max} = \frac{p_w l}{2};\quad \theta_{\max} = \frac{\sqrt{3} p_w l^3}{216EI};\quad v_{\max} = \frac{p_w l^4}{384EI}$$

梁の形状と荷重の値を代入すると、断面力は、

$$M_e = -\frac{p_w l^2}{12} = -2\cdot 5^2/12 = -4.167kNm;\quad M_c = \frac{p_w l^2}{24} = 2\cdot 5^2/24 = 2.083kNm;\quad Q_{\max} = \frac{p_w l}{2} = 2\cdot 5/2 = 5kN$$

となる。数値計算で使用した梁の断面特性は、

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.2290E+02	0.3730E+01	**0.1210E+04**	0.9750E+02

であり、最大たわみ等は以下のとおりである。

$$\theta_{\max} = \frac{\sqrt{3}p_w l^3}{216EI} = 1.732\cdot 0.02\cdot 500^3/(216\cdot 20500\cdot 1210) = 0.000808$$

$$v_{\max} = \frac{p_w l^4}{384EI} = 0.02\cdot 500^4/(384\cdot 20500\cdot 1210) = 0.1312cm$$

数値解析では等分布荷重を 10 分割して集中荷重に置き換える。従って、多少の誤差が生じることになる。

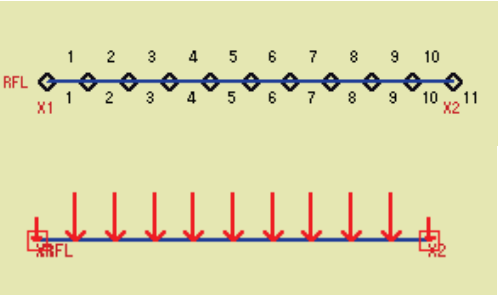


図 7 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

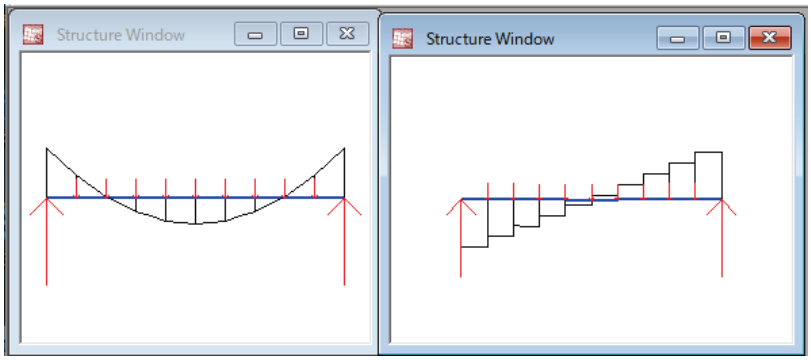
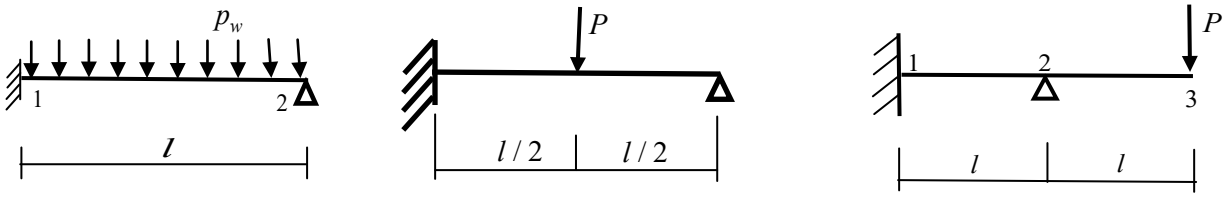


図 8 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	0.0000	0.0000	**-4.5000**	0.0000	**412.5000**	0.0000
		0.0000	0.0000	-4.5000	0.0000	187.5000	0.0000
2	1	0.0000	0.0000	-3.5000	0.0000	187.5000	0.0000
		0.0000	0.0000	-3.5000	0.0000	12.5000	0.0000
3	1	0.0000	0.0000	-2.5000	0.0000	12.5000	0.0000
		0.0000	0.0000	-2.5000	0.0000	-112.5000	0.0000
4	1	0.0000	0.0000	-1.5000	0.0000	-112.5000	0.0000
		0.0000	0.0000	-1.5000	0.0000	-187.5000	0.0000
5	1	0.0000	0.0000	-0.5000	0.0000	-187.5000	0.0000
		0.0000	0.0000	-0.5000	0.0000	**-212.5000**	0.0000
6	1	0.0000	0.0000	0.5000	0.0000	-212.5000	0.0000
		0.0000	0.0000	0.5000	0.0000	-187.5000	0.0000
7	1	0.0000	0.0000	1.5000	0.0000	-187.5000	0.0000
		0.0000	0.0000	1.5000	0.0000	-112.5000	0.0000
8	1	0.0000	0.0000	2.5000	0.0000	-112.5000	0.0000
		0.0000	0.0000	2.5000	0.0000	12.5000	0.0000
9	1	0.0000	0.0000	3.5000	0.0000	12.5000	0.0000
		0.0000	0.0000	3.5000	0.0000	187.5000	0.0000
10	1	0.0000	0.0000	4.5000	0.0000	187.5000	0.0000
		0.0000	0.0000	4.5000	0.0000	412.5000	0.0000

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
2	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.17007660E-01	0.00000000E+00	0.60471683E-03	0.00000000E+00
3	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.53752605E-01	0.00000000E+00	**0.80628908E-03**	0.00000000E+00
4	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.92597261E-01	0.00000000E+00	0.70550293E-03	0.00000000E+00
5	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.12094336E+00	0.00000000E+00	0.40314454E-03	0.00000000E+00
6	0.00000000E+00	0.00000000E+00	**-0.13123195E+00**	0.00000000E+00	-0.16940659E-18	0.00000000E+00
7	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.12094336E+00	0.00000000E+00	-0.40314454E-03	0.00000000E+00
8	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.92597261E-01	0.00000000E+00	-0.70550293E-03	0.00000000E+00
9	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.53752605E-01	0.00000000E+00	-0.80628908E-03	0.00000000E+00
10	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.17007660E-01	0.00000000E+00	-0.60471683E-03	0.00000000E+00
11	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00

次に、不静定で少し複雑な構造である次の５つの例題を用いて、数値計算結果と理論解の比較を行う。

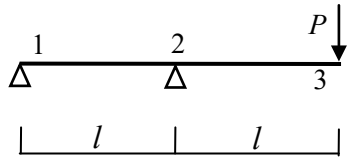


(a)等分布荷重＋一端固定・他端ピン支持梁　(b) 中央集中荷重　　(c) はね出し梁＋先端集中荷重

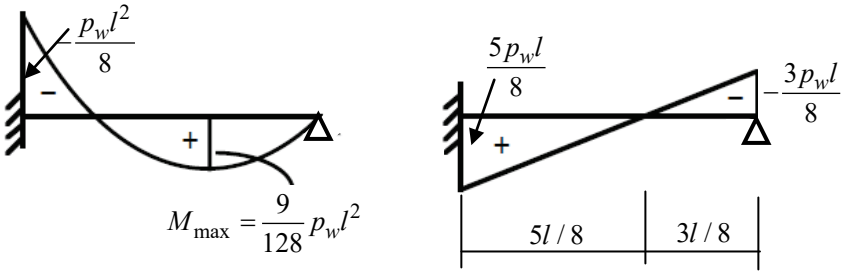
図 9 少し複雑な不静定構造

3：図 9(a)に示す一端固定・他端ピン支持＋等分布荷重(ex65_1)

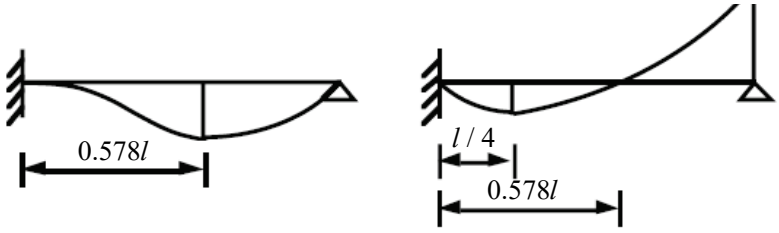
梁の形状は $l=5m$ で、等分布荷重は $p_w=2kN/m$ である。理論的に求めた断面力図を以下に示す。



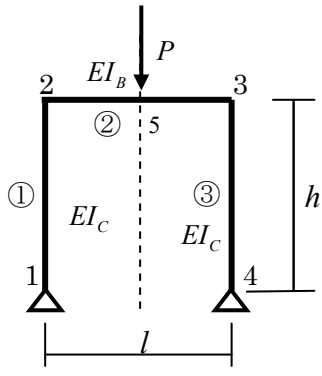
(d) 単純梁・はね出し＋先端集中荷重



(a) 曲げモーメント図　　(b) せん断力図



(c) たわみ曲線　　(d) 回転角分布



(e) 梁中央集中荷重の門型ラーメン

図 10 等分布荷重を受ける一端固定で他端ピン支持の不静定梁の断面力と変位

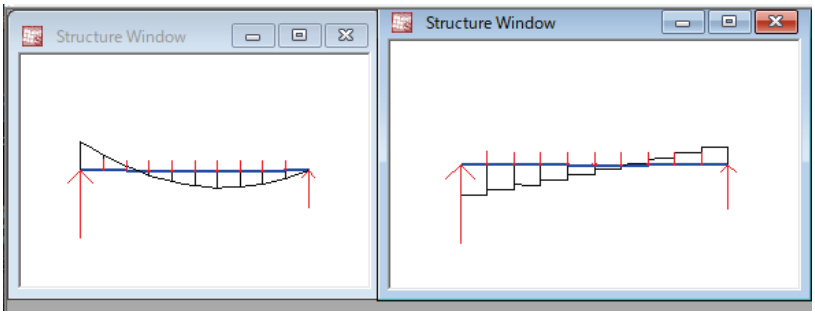


図 12 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

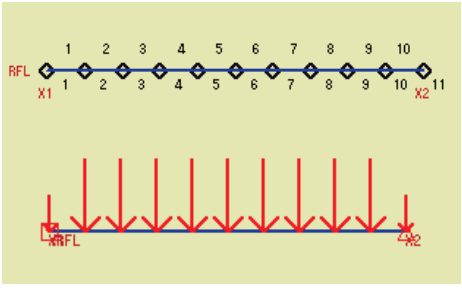


図 11 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

解析的に求めた断面力とたわみは以下のようであり、

$$M_1=\frac{1}{8}p_wl^2;\quad M_{\max}=\frac{9}{128}p_wl^2;\quad Q_L=\frac{5p_wl}{8};\quad Q_R=-\frac{3p_wl}{8};\quad \theta_R=\frac{p_wl^3}{48EI};\quad \theta(l/4)=\frac{11p_wl^3}{768EI};\quad v_{\max}=\frac{2.08p_wl^4}{384EI}$$

梁と荷重の値を代入すると、断面力は以下のとおりである。

$$M_1=-\frac{1}{8}p_wl^2=-2\cdot5^2/8=-6.25kNm;\quad M_{\max}=\frac{9}{128}p_wl^2=9\cdot2\cdot5^2/128=3.52kNm;$$

$$Q_L=\frac{5}{8}p_wl=5\cdot2\cdot5/8=6.25kN;\quad Q_R=-\frac{3}{8}p_wl=-3\cdot2\cdot5/8=-3.75kN$$

数値計算で使用した梁の断面特性は、

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.2290E+02	0.3730E+01	**0.1210E+04**	0.9750E+02

であり、最大たわみ等は、

$$\theta_R=\frac{p_wl^3}{48EI}=0.02\cdot500^3/(48\cdot20500\cdot1210)=0.002099$$

$$\theta(l/4)=\frac{11p_wl^3}{768EI}=11\cdot0.02\cdot500^3/(768\cdot20500\cdot1210)=0.001444$$

$$v_{\max}=v(0.578l)=\frac{2.08p_wl^4}{384EI}=2.08\cdot0.02\cdot500^4/(384\cdot20500\cdot1210)=0.2729cm$$

となる。数値解析では等分布荷重を 10 分割して集中荷重に置き換える。

従って、多少の誤差が見られることになる。

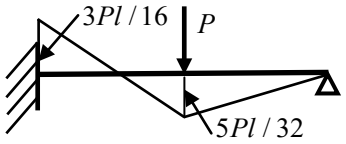
部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	0.0000	0.0000	**-5.7375**	0.0000	**618.7500**	0.0000
		0.0000	0.0000	-5.7375	0.0000	331.8750	0.0000
2	1	0.0000	0.0000	-4.7375	0.0000	331.8750	0.0000
		0.0000	0.0000	-4.7375	0.0000	95.0000	0.0000
3	1	0.0000	0.0000	-3.7375	0.0000	95.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-3.7375	0.0000	-91.8750	0.0000
4	1	0.0000	0.0000	-2.7375	0.0000	-91.8750	0.0000
		0.0000	0.0000	-2.7375	0.0000	-228.7500	0.0000
5	1	0.0000	0.0000	-1.7375	0.0000	-228.7500	0.0000
		0.0000	0.0000	-1.7375	0.0000	-315.6250	0.0000
6	1	0.0000	0.0000	-0.7375	0.0000	-315.6250	0.0000
		0.0000	0.0000	-0.7375	0.0000	**-352.5000**	0.0000
7	1	0.0000	0.0000	0.2625	0.0000	-352.5000	0.0000

		0.0000	0.0000	0.2625	0.0000	-339.3750	0.0000
8	1	0.0000	0.0000	1.2625	0.0000	-339.3750	0.0000
		0.0000	0.0000	1.2625	0.0000	-276.2500	0.0000
9	1	0.0000	0.0000	2.2625	0.0000	-276.2500	0.0000
		0.0000	0.0000	2.2625	0.0000	-163.1250	0.0000
10	1	0.0000	0.0000	3.2625	0.0000	-163.1250	0.0000
		0.0000	0.0000	**3.2625**	0.0000	0.0000	0.0000

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
2	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.26361873E-01	0.00000000E+00	0.95809816E-03	0.00000000E+00
3	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.87012030E-01	0.00000000E+00	**0.13883290E-02**	0.00000000E+00
4	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.15807675E+00	0.00000000E+00	0.13914786E-02	0.00000000E+00
5	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.22072163E+00	0.00000000E+00	0.10683330E-02	0.00000000E+00
6	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.26115158E+00	0.00000000E+00	0.51967852E-03	0.00000000E+00
7	0.00000000E+00	0.00000000E+00	**-0.27061078E+00**	0.00000000E+00	-0.15369886E-03	0.00000000E+00
8	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.24538274E+00	0.00000000E+00	-0.85101294E-03	0.00000000E+00
9	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.18679030E+00	0.00000000E+00	-0.14714776E-02	0.00000000E+00
10	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.10119557E+00	0.00000000E+00	-0.19143067E-02	0.00000000E+00
11	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	**-0.20787141E-02**	0.00000000E+00

4：図 9(b)に示す一端固定・他端ピン支持＋梁中央集中荷重(ex65_2)

梁の形状は $l=5m$ で、梁中央集中荷重は $P=10kN$ である。



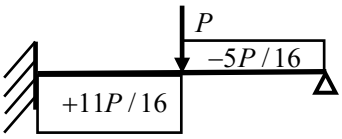


図 13 曲げモーメント図とせん断力図

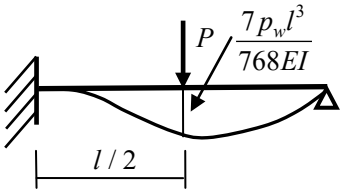


図 14 たわみ曲線

解析的に求めた断面力とたわみは以下のようであり、

$$M_1=\frac{3}{16}Pl;\quad M_3=\frac{5}{32}Pl;\quad Q_L=\frac{11P}{16};\quad Q_R=-\frac{5P}{16};\quad v_3=\frac{7Pl^3}{768EI}$$

梁の形状と荷重の値を代入すると、断面力は、

$$M_1=-\frac{3}{16}Pl=-3\cdot10\cdot5/16=-9.375kNm;\quad M_3=\frac{5}{32}Pl=5\cdot10\cdot5/32=7.8125kNm;$$

$$Q_L=\frac{11P}{16}=11\cdot10/16=6.875kN;\quad Q_R=-\frac{5P}{16}=-5\cdot10/16=3.125kN$$

となる。数値計算で使用した梁の断面特性は、

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.2290E+02	0.3730E+01	**0.1210E+04**	0.9750E+02

であり、従って荷重直下のたわみは、次のとおりである。

$$v_3=\frac{7Pl^3}{768EI}=7\cdot10\cdot500^3/(768\cdot20500\cdot1210)=0.4593cm$$

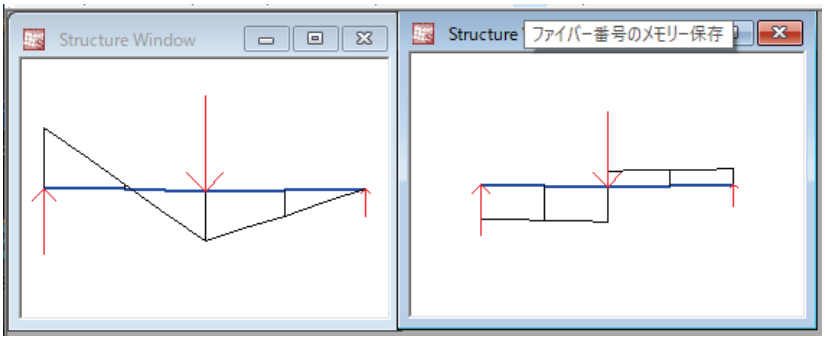


図 16 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

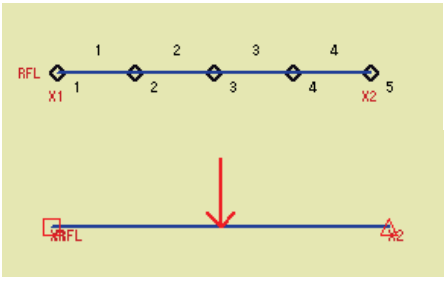


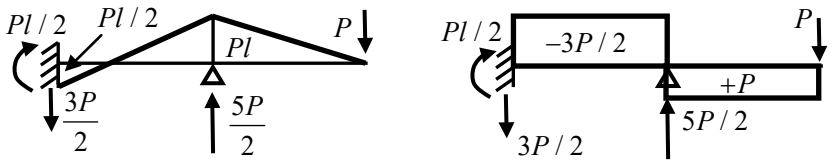
図 15 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	0.0000	0.0000	**-6.8750**	0.0000	**937.5000**	0.0000
		0.0000	0.0000	-6.8750	0.0000	78.1250	0.0000
2	1	0.0000	0.0000	-6.8750	0.0000	78.1250	0.0000
		0.0000	0.0000	-6.8750	0.0000	**-781.2500**	0.0000
3	1	0.0000	0.0000	**3.1250**	0.0000	-781.2500	0.0000
		0.0000	0.0000	3.1250	0.0000	-390.6250	0.0000
4	1	0.0000	0.0000	3.1250	0.0000	-390.6250	0.0000
		0.0000	0.0000	3.1250	0.0000	0.0000	0.0000

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
2	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.20504992E+00	0.00000000E+00	0.25590230E-02	0.00000000E+00
3	0.00000000E+00	0.00000000E+00	**-0.45931181E+00**	0.00000000E+00	0.78739168E-03	0.00000000E+00
4	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.35268584E+00	0.00000000E+00	-0.21653271E-02	0.00000000E+00
5	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.31495667E-02	0.00000000E+00

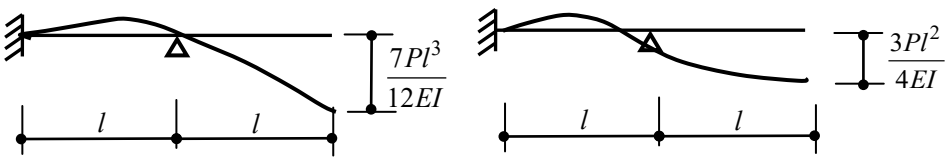
5：図 9(c)に示す片持ちで中央に支持点のある梁＋先端集中荷重(ex67_1)

梁の形状は $l=5m$ で、片持ち部先端集中荷重は $P=10kN$ である。



(a) 曲げモーメント図　　(b) せん断力図

図 17 片持ちで中央に支持点のある梁の断面力図



(a) たわみ曲線　　(b) 回転角分布

図 18 変位と回転角

解析的に求めた断面力とたわみは以下のようであり、

$$M_1=\frac{1}{2}Pl;\quad M_2=Pl;\quad Q_L=-\frac{3P}{2};\quad Q_R=P;\quad v_3=\frac{7Pl^3}{12EI};\quad \theta_3=\frac{3Pl^2}{4EI}$$

梁の形状と荷重の値を代入すると、断面力は、

$$M_1 = \frac{1}{2}Pl = 10 \cdot 5 / 2 = 25kNm; \quad M_2 = -Pl = -10 \cdot 5 = -50kNm;$$

$$Q_L = -\frac{3P}{2} = -3 \cdot 10 / 1 = -15kN; \quad Q_R = P = 10kN$$

となる。数値計算で使用した梁の断面特性は、

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.8337E+02	0.3568E+02	**0.2350E+05**	0.1740E+04

であり、従って、荷重直下のたわみは次のとおりである。

$$v_3 = \frac{7Pl^3}{12EI} = 7 \cdot 10 \cdot 500^3 / (12 \cdot 20500 \cdot 23500) = 1.514cm$$

$$\theta_3 = \frac{3Pl^2}{4EI} = 3 \cdot 10 \cdot 500^2 / (4 \cdot 20500 \cdot 23500) = 0.00389$$

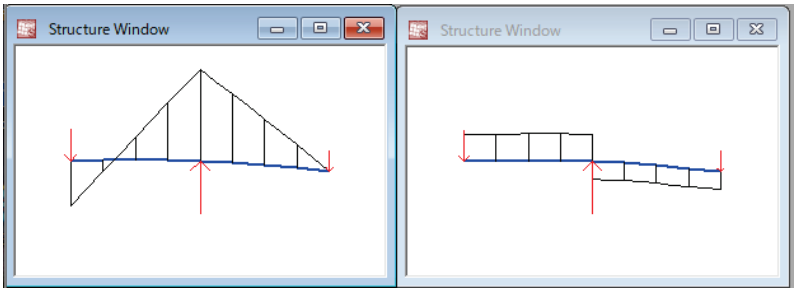


図 20 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

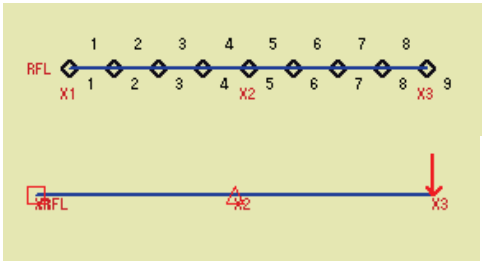


図 19 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

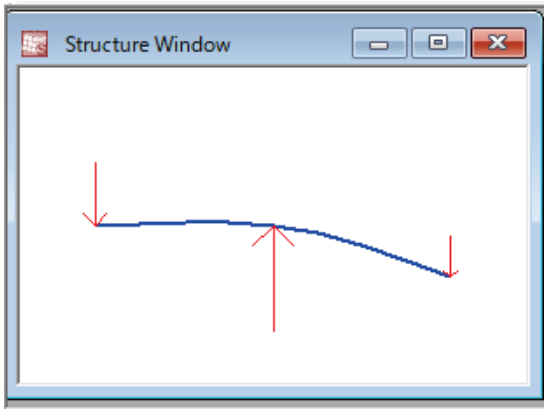


図 21 梁の変形状態

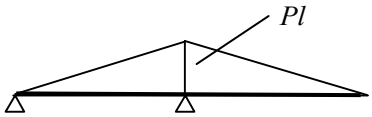
部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	0.0000	0.0000	**15.0000**	0.0000	**-2500.0000**	0.0000
		0.0000	0.0000	15.0000	0.0000	-625.0000	0.0000
2	1	0.0000	0.0000	15.0000	0.0000	-625.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	15.0000	0.0000	1250.0000	0.0000
3	1	0.0000	0.0000	15.0000	0.0000	1250.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	15.0000	0.0000	3125.0000	0.0000
4	1	0.0000	0.0000	15.0000	0.0000	3125.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	15.0000	0.0000	**5000.0001**	0.0000
5	1	0.0000	0.0000	**-10.0000**	0.0000	5000.0001	0.0000
		0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	3750.0001	0.0000

6	1	0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	3750.0001	0.0000
		0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	2500.0000	0.0000
7	1	0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	2500.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	1250.0000	0.0000
8	1	0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	1250.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	0.0000	0.0000

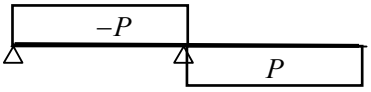
節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
2	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.30406721E-01	0.00000000E+00	-0.40542294E-03	0.00000000E+00
3	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.81084587E-01	0.00000000E+00	-0.32433835E-03	0.00000000E+00
4	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.91220163E-01	0.00000000E+00	0.24325377E-03	0.00000000E+00
5	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.12973534E-02	0.00000000E+00
6	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.23649672E+00	0.00000000E+00	0.24325377E-02	0.00000000E+00
7	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.59462029E+00	0.00000000E+00	0.32433835E-02	0.00000000E+00
8	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.10338285E+01	0.00000000E+00	0.37298910E-02	0.00000000E+00
9	0.00000000E+00	0.00000000E+00	**-0.15135790E+01**	0.00000000E+00	**0.38920604E-02**	0.00000000E+00

6：図 9(d)に示す単純梁にはね出しのある梁＋先端集中荷重(ex67_2)

梁の形状は $l=5m$ で、片持ち部の先端集中荷重は $P=10kN$ である。

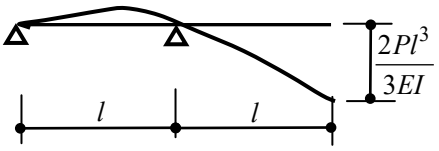


(a) 曲げモーメント図

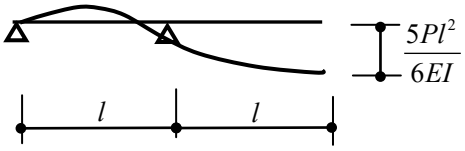


(b) せん断力図

図 22 片持ちで中央に支持点のある梁の断面力図



(a) たわみ曲線



(b) 回転角分布

図 23 変位と回転角

解析的に求めた断面力とたわみは以下のようであり、

$$M_2=-Pl;\quad v_3=\frac{2Pl^3}{3EI};\quad \theta_3=\frac{Pl^2}{3EI}+\frac{Pl^2}{2EI}=\frac{5Pl^2}{6EI}$$

梁の形状と荷重の値を代入すると、断面力は、

$$M_2=-Pl=-10\cdot 5=-50kNm;\quad Q_1=-P=10kN;\quad Q_2=P=10kN$$

となる。使用した梁の断面特性は、以下のようであり、

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.8337E+02	0.3568E+02	**0.2350E+05**	0.1740E+04

荷重直下のたわみと回転角は、次のとおりである。

$$v_3=\frac{2Pl^3}{3EI}=2\cdot 10\cdot 500^3/(3\cdot 20500\cdot 23500)=1.730cm$$

$$\theta_3=\frac{5Pl^2}{6EI}=5\cdot 10\cdot 500^2/(6\cdot 20500\cdot 23500)=0.00432$$

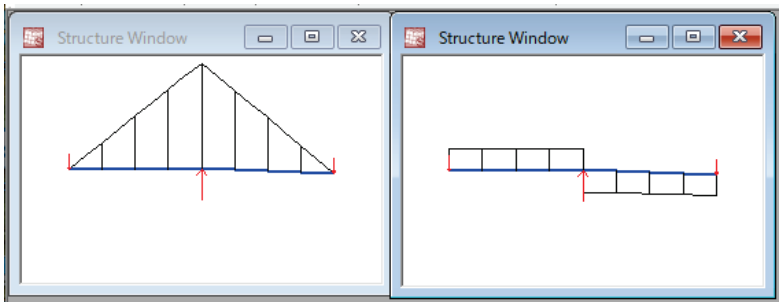


図 25 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

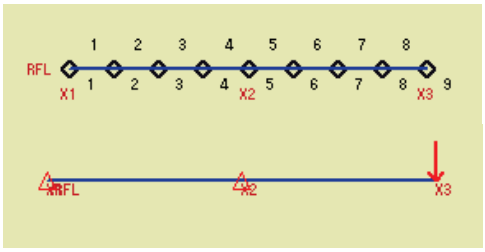


図 24 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

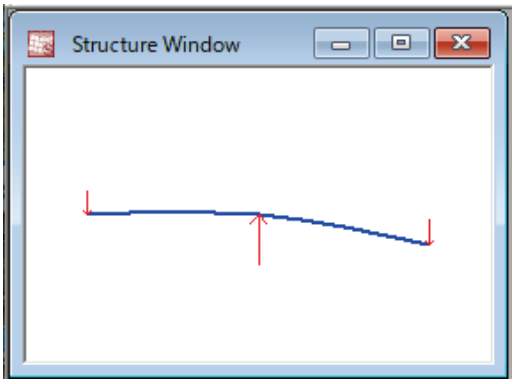


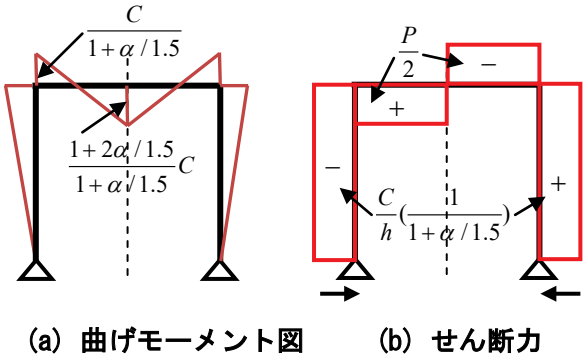
図 26 梁の変形状態

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	0.0000	0.0000	10.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	10.0000	0.0000	1250.0000	0.0000
2	1	0.0000	0.0000	10.0000	0.0000	1250.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	10.0000	0.0000	2500.0000	0.0000
3	1	0.0000	0.0000	10.0000	0.0000	2500.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	10.0000	0.0000	3750.0001	0.0000
4	1	0.0000	0.0000	10.0000	0.0000	3750.0001	0.0000
		0.0000	0.0000	**10.0000**	0.0000	**5000.0001**	0.0000
5	1	0.0000	0.0000	**-10.0000**	0.0000	5000.0001	0.0000
		0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	3750.0001	0.0000
6	1	0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	3750.0001	0.0000
		0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	2500.0000	0.0000
7	1	0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	2500.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	1250.0000	0.0000
8	1	0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	1250.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	-10.0000	0.0000	0.0000	0.0000

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.86490228E-03	0.00000000E+00
2	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.10135574E+00	0.00000000E+00	-0.70273312E-03	0.00000000E+00
3	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.16216917E+00	0.00000000E+00	-0.21622557E-03	0.00000000E+00
4	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.14189804E+00	0.00000000E+00	0.59462030E-03	0.00000000E+00
5	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.17298046E-02	0.00000000E+00
6	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.29055312E+00	0.00000000E+00	0.28649888E-02	0.00000000E+00
7	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.70273310E+00	0.00000000E+00	0.36758347E-02	0.00000000E+00
8	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.11959977E+01	0.00000000E+00	0.41623423E-02	0.00000000E+00
9	0.00000000E+00	0.00000000E+00	**-0.17298045E+01**	0.00000000E+00	**0.43245116E-02**	0.00000000E+00

7：図 9(e)に示す両端ピン支持門型ラーメン＋梁中央荷重(ex68_1)

骨組の形状は $l=5m, h=4m$ で、梁中央集中荷重は $P=10kN$ である。



(a) 曲げモーメント図　　(b) せん断力　　(c) 軸力図

図 27 門型ラーメン断面力図

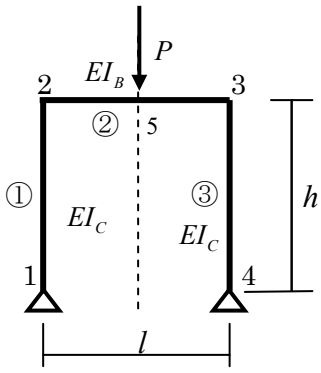


図 28 門型ラーメンの形状と荷重

解析的に求めた断面力は以下のようであり、

$$M_2 = C/(1+\alpha/1.5);\quad M_5 = C(1+2\alpha/1.5)/(1+\alpha/1.5)$$

$$Q_b = \frac{P}{2};\quad Q_c = \frac{C}{h}\left(\frac{1}{1+\alpha/1.5}\right);\quad N_b = \frac{C}{h}\left(\frac{1}{1+\alpha/1.5}\right)$$

ここで、C 及び α は次式で与えられる。

$$C = Pl/8$$

$$\alpha = K_b/K_c \leftarrow K_c = 2EI_c/h,\quad K_b = 2EI_B/l$$

解析で使用した梁と柱の断面特性は、

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	0.2050E+05	0.7900E+04	0.8337E+02	0.3568E+02	0.2350E+05	0.1740E+04
2	1	0.2050E+05	0.7900E+04	0.5732E+02	0.8716E+04	0.5620E+04	0.5620E+04

であり、1 が梁、2 が柱である。

梁・柱の断面特性、骨組の形状及び荷重より、各パラメータは、次のようになる。

$$C = Pl/8 = 10\cdot 5/8 = 6.25kNm$$

$$K_c = 2EI_c/h = 2\cdot 20500\cdot 5620/400 = 576050$$

$$K_b = 2EI_B/l = 2\cdot 20500\cdot 23500/500 = 1927000$$

$$\alpha = K_b/K_c = 1927000/576050 = 3.345$$

上の値を用いて代表的な断面力を求めると、以下となる。

$$M_2 = -C/(1+\alpha/1.5) = -6.25/(1+3.345/1.5) = -1.934kNm;$$

$$M_5 = C(1+2\alpha/1.5)/(1+\alpha/1.5) = 6.25\cdot(1+2\cdot 3.345/1.5)/(1+3.345/1.5) = 10.565kNm$$

$$Q_b = \frac{P}{2} = 5kN;\quad Q_c = -\frac{C}{h}\left(\frac{1}{1+\alpha/1.5}\right) = -6.25/(4(1+3.345/1.5)) = -0.4837kN$$

$$N_b = -\frac{C}{h}\left(\frac{1}{1+\alpha/1.5}\right) = -0.4837kN;\quad N_c = -P = -5kN$$

SPACE で求めた結果を以下に示す。上記の解析解と比較してみよう。

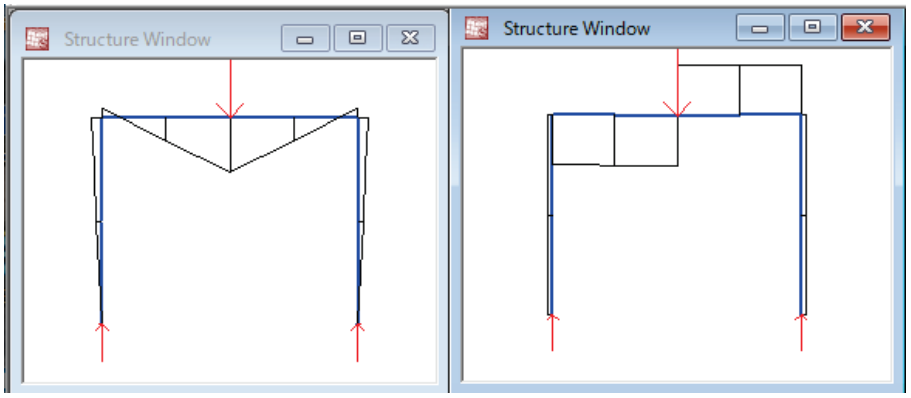


図 25 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

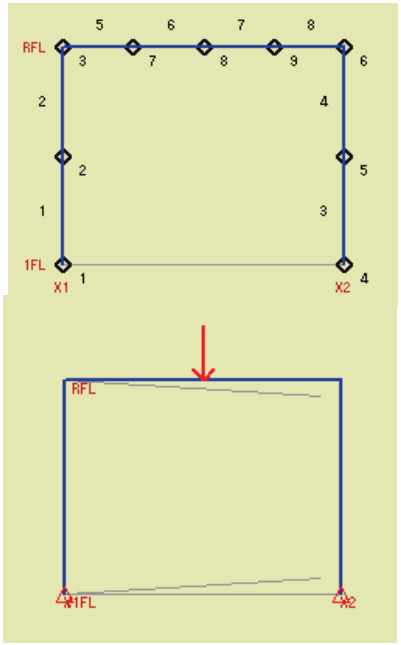


図 24 解析モデルの節点番号と
部材番号及び荷重と支持状態

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**-4.9999**	0.0000	**0.4834**	0.0000	0.0000	0.0000
		-4.9999	0.0000	0.4834	0.0000	96.6842	0.0000
2	1	-4.9999	0.0000	0.4834	0.0000	96.6842	0.0000
		-4.9999	0.0000	0.4834	0.0000	**193.3684**	0.0000
3	1	-5.0001	0.0000	-0.4835	0.0000	0.0000	0.0000
		-5.0001	0.0000	-0.4835	0.0000	-96.7010	0.0000
4	1	-5.0001	0.0000	-0.4835	0.0000	-96.7010	0.0000
		-5.0001	0.0000	-0.4835	0.0000	-193.4020	0.0000
5	1	**-0.4835**	0.0000	**-4.9999**	0.0000	193.3684	0.0000
		-0.4835	0.0000	-4.9999	0.0000	-431.6232	0.0000
6	1	-0.4835	0.0000	-4.9999	0.0000	-431.6232	0.0000
		-0.4835	0.0000	-4.9999	0.0000	**-1056.6149**	0.0000
7	1	-0.4835	0.0000	5.0001	0.0000	-1056.6149	0.0000
		-0.4835	0.0000	5.0001	0.0000	-431.6064	0.0000
8	1	-0.4835	0.0000	5.0001	0.0000	-431.6064	0.0000
		-0.4835	0.0000	5.0001	0.0000	193.4020	0.0000

8：図 9(e)で梁の曲げ剛性無限大の両端ピン支持門型ラーメン（ex68_2)

ここでは、前の例題で柱と梁の曲げ剛性比が特別な場合について、数値解析を行う。まず、梁の曲げ剛性が柱のそれに比較して、格段に大きい場合、如何なる断面力分布となるか考えてみよう。その際の断面力は、解析的に求めた断面力で、$\alpha = K_b / K_c \to \infty$ として求められる。

$$M_2 = C/(1+\alpha/1.5) \to 0$$
$$M_5 = C(1+2\alpha/1.5)/(1+\alpha/1.5) = C(1/\alpha+2/1.5)/(1/\alpha+1/1.5) \to 2C = Pl/4$$
$$Q_b = \frac{P}{2};\quad Q_c = \frac{C}{h}\left(\frac{1}{1+\alpha/1.5}\right) \to 0;\quad N_b = \frac{C}{h}\left(\frac{1}{1+\alpha/1.5}\right) \to 0$$

荷重と骨組形状を代入すると、

$$M_2 = 0; \quad M_5 = Pl/4 = 10 \cdot 5/4 = 12.5kNm$$

$$Q_b = \frac{P}{2} = 5kN; \quad N_b = 0; \quad N_c = -5kN$$

数値解析では、使用した梁と柱の断面特性は以下のようであるが、ここでは梁の断面二次モーメントを 1000 倍に設定している。

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.8337E+02	0.3568E+02	**0.2350E+08**	0.1740E+04
2	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.5732E+02	0.8716E+04	**0.5620E+04**	0.5620E+04

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**-4.9999**	0.0000	0.0007	0.0000	0.0000	0.0000
		-4.9999	0.0000	0.0007	0.0000	0.1316	0.0000
2	1	-4.9999	0.0000	0.0007	0.0000	0.1316	0.0000
		-4.9999	0.0000	0.0007	0.0000	**0.2631**	0.0000
3	1	-5.0001	0.0000	-0.0007	0.0000	0.0000	0.0000
		-5.0001	0.0000	-0.0007	0.0000	-0.1483	0.0000
4	1	-5.0001	0.0000	-0.0007	0.0000	-0.1483	0.0000
		-5.0001	0.0000	-0.0007	0.0000	-0.2967	0.0000
5	1	**-0.0007**	0.0000	**-4.9999**	0.0000	0.2631	0.0000
		-0.0007	0.0000	-4.9999	0.0000	-624.7285	0.0000
6	1	-0.0007	0.0000	-4.9999	0.0000	-624.7285	0.0000
		-0.0007	0.0000	-4.9999	0.0000	-1249.7201	0.0000
7	1	-0.0007	0.0000	5.0001	0.0000	**-1249.7201**	0.0000
		-0.0007	0.0000	5.0001	0.0000	-624.7117	0.0000
8	1	-0.0007	0.0000	5.0001	0.0000	-624.7117	0.0000
		-0.0007	0.0000	5.0001	0.0000	0.2967	0.0000

図 26 のように、この場合は、梁の曲げモーメント分布は単純梁と同じとなり、柱には曲げモーメントは生じない。

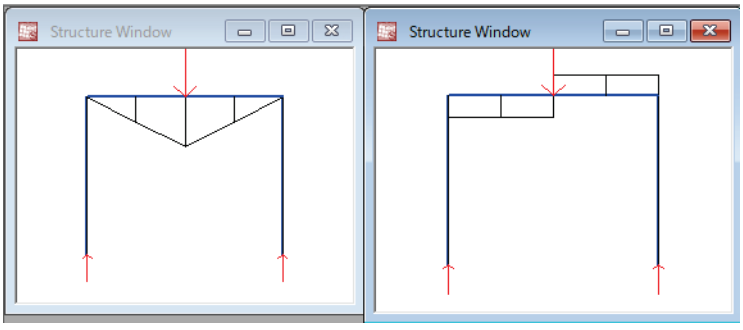


図 26 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

9：図 9(e)で柱の曲げ剛性無限大の両端ピン支持門型ラーメン（ex68_3）

前の例題とは逆に、柱の曲げ剛性が梁のそれに比較して、格段に大きい場合、如何なる断面力分布となるか考えてみよう。その際の断面力分布は、解析的に求めた断面力で、$\alpha = K_b / K_c \to 0$ として求められる。

$$M_2 = -C/(1+\alpha/1.5) \to -C = -pl/8$$

$$M_5 = C(1+2\alpha/1.5)/(1+\alpha/1.5) \to C$$

$$Q_b = \frac{P}{2}; \quad Q_c = -\frac{C}{h}\left(\frac{1}{1+\alpha/1.5}\right) \to -C/h = -Pl/(8h);$$

$$N_b = -\frac{C}{h}\left(\frac{1}{1+\alpha/1.5}\right) \to -C/h = -Pl/(8h)$$

荷重と骨組形状を代入すると、

$$M_2 = -Pl/8 = -10\cdot 5/8 = -6.25kNm; \quad M_5 = 6.25kNm$$

$$Q_b = \frac{P}{2} = 5kN; \quad Q_c = \frac{Pl}{8h} = -10\cdot 5/(8\cdot 4) = -1.562kN$$

$$N_b = -Pl/(8h) = -10\cdot 5/(8\cdot 4) = -1.562kN; \quad N_c = -5kN$$

解析で使用した梁と柱の断面特性は以下のようであるが、柱の断面二次モーメントを 1000 倍に設定する、

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.8337E+02	0.3568E+02	**0.2350E+05**	0.1740E+04
2	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.5732E+02	0.8716E+04	**0.5620E+08**	0.5620E+04

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**-4.9999**	0.0000	**1.5594**	0.0000	0.0000	0.0000
		-4.9999	0.0000	1.5594	0.0000	311.8726	0.0000
2	1	-4.9999	0.0000	1.5594	0.0000	311.8726	0.0000
		-4.9999	0.0000	1.5594	0.0000	**623.7452**	0.0000
3	1	-5.0001	0.0000	-1.5594	0.0000	0.0000	0.0000
		-5.0001	0.0000	-1.5594	0.0000	-311.8894	0.0000
4	1	-5.0001	0.0000	-1.5594	0.0000	-311.8894	0.0000
		-5.0001	0.0000	-1.5594	0.0000	-623.7788	0.0000
5	1	**-1.5594**	0.0000	**-4.9999**	0.0000	623.7452	0.0000
		-1.5594	0.0000	-4.9999	0.0000	-1.2464	0.0000
6	1	-1.5594	0.0000	-4.9999	0.0000	-1.2464	0.0000
		-1.5594	0.0000	-4.9999	0.0000	**-626.2380**	0.0000
7	1	-1.5594	0.0000	5.0001	0.0000	-626.2380	0.0000
		-1.5594	0.0000	5.0001	0.0000	-1.2296	0.0000
8	1	-1.5594	0.0000	5.0001	0.0000	-1.2296	0.0000
		-1.5594	0.0000	5.0001	0.0000	623.7788	0.0000

図 27 のように、梁の曲げモーメント分布は両端固定と同じであり、柱にも曲げモーメントが生じる。実際の断面力分布は、この 2 つの分布の中間的な分布となる。

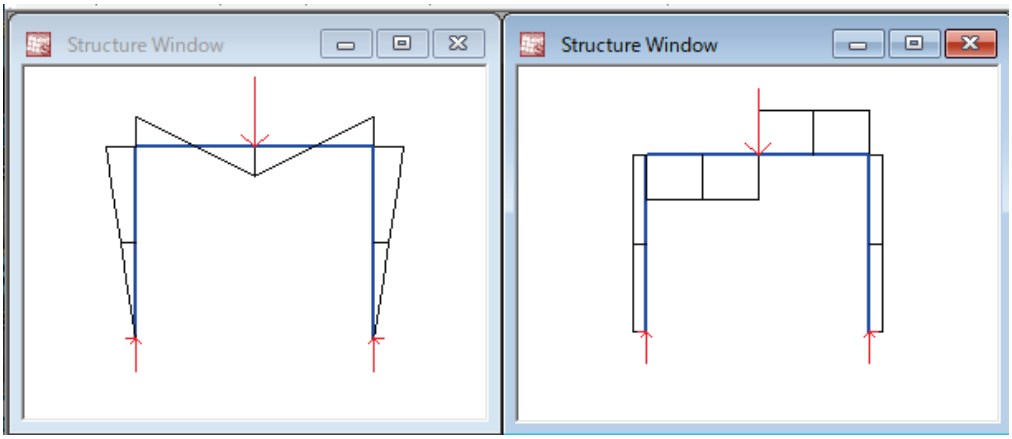
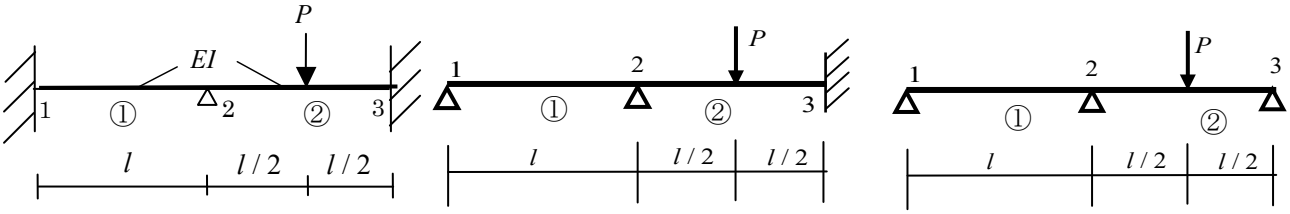


図 27 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

付１７話　たわみ角法による簡単な不静定構造の応力解析(基礎７４話)

ex75_1 ~ ex75_3

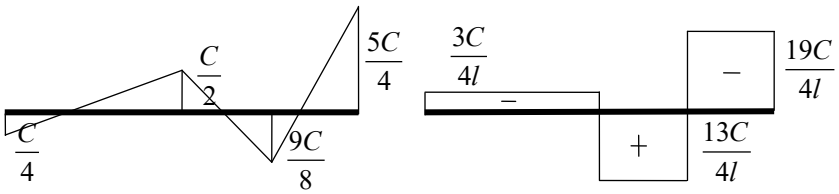
今回からたわみ角法で求めた断面力分布を、SPACE による数値計算で検証する。最初に、不静定構造で少し複雑な形状を有する次の３つの例題を用いて、数値計算結果と理論解との比較を行う。梁の断面は全て同一で EI は一定とする。数値解析で用いた骨組の形状と荷重は、$l=5m$ で、集中荷重は $P=10kN$ である。



(a) 両端固定支持の連梁　　(b) 一端ピン・他端固定支持の連梁　　(c) 両端ピン支持の連梁

図 1 境界を変化させた連梁

1：図 1(a)に示す両端固定支持の連梁＋右梁中央集中荷重(ex75_1)



(a) 曲げモーメント図　　(b) せん断力図

図 2 両端固定支持の連梁

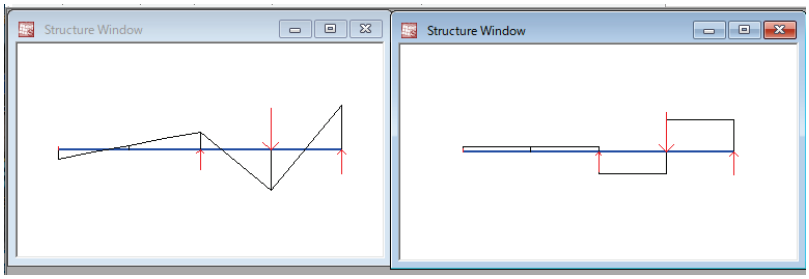


図 4 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

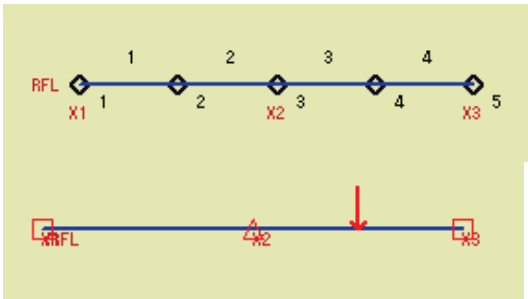


図 3 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

解析的に求めた断面力は以下のようであり、

$$M_1=\frac{C}{4};\quad M_2=-\frac{C}{2};\quad M_c=\frac{9C}{8};\quad M_3=-\frac{5C}{4}$$

$$Q_1=-\frac{3C}{4l};\quad Q_{2L}=\frac{13C}{4l};\quad Q_{2R}=-\frac{19C}{4l}$$

ここで、C は $Pl/8$ である。梁形状と荷重の値を代入すると、断面力は、

$$C=\frac{Pl}{8}=10\cdot 5/8=6.25kNm$$

$$M_1=\frac{C}{4}=6.25/4=1.563kNm;\quad M_2=-\frac{C}{2}=-6.25/2=-3.125kNm;$$

$$M_c=\frac{9C}{8}=9\cdot 6.25/8=7.031kNm;\quad M_3=-\frac{5C}{4}=-5\cdot 6.26/4=-7.81kNm$$

$$Q_1=-\frac{3C}{4l}=-3\cdot 6.25/(4\cdot 5)=-0.9375kN;\quad Q_{2L}=\frac{13C}{4l}=13\cdot 6.25/(4\cdot 5)=4.063kN;$$

$$Q_{2R}=-\frac{19C}{4l}=-19\cdot 6.25/(4\cdot 5)=-5.938kN$$

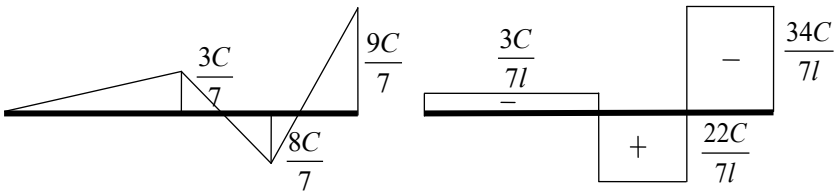
となる。数値計算で使用した梁の断面特性は次のとおりであり、

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.3697E+02	0.7750E+01	**0.3960E+04**	0.2940E+03

また、SPACE で求めた数値計算結果を以下に示す。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	0.0000	0.0000	**0.9375**	0.0000	**-156.2500**	0.0000
		0.0000	0.0000	0.9375	0.0000	78.1250	0.0000
2	1	0.0000	0.0000	0.9375	0.0000	78.1250	0.0000
		0.0000	0.0000	0.9375	0.0000	**312.5000**	0.0000
3	1	0.0000	0.0000	-4.0625	0.0000	312.5000	0.0000
		0.0000	0.0000	**-4.0625**	0.0000	**-703.1250**	0.0000
4	1	0.0000	0.0000	5.9375	0.0000	-703.1250	0.0000
		0.0000	0.0000	**5.9375**	0.0000	**781.2500**	0.0000

2：図 1(b)に示す一端ピン・他端固定支持の連梁＋右梁中央集中荷重(ex75_2)



(a) 曲げモーメント図　　(b) せん断力図

図 5 一端ピンで他端固定の連梁

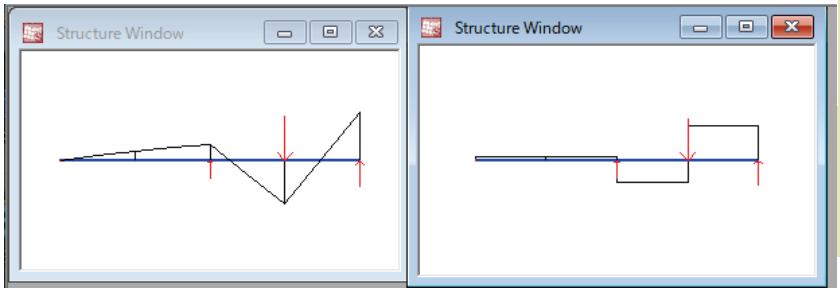


図 7 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

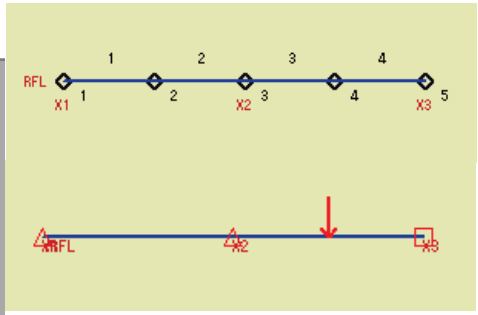


図 6 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

解析的に求めた断面力は以下のようであり、

$$M_2 = -\frac{3C}{7};\quad M_c = \frac{8C}{7};\quad M_3 = -\frac{9C}{7}$$

$$Q_1 = -\frac{3C}{7l};\quad Q_{2L} = \frac{22C}{7l};\quad Q_{2R} = -\frac{34C}{7l}$$

ここで、C は $Pl/8$ である。梁形状と荷重の値を代入すると、断面力は、

$$C = \frac{Pl}{8} = 10\cdot 5/8 = 6.25kNm;\quad M_2 = -\frac{3C}{7} = -3\cdot 6.25/7 = -2.679kNm$$

$$M_c = \frac{8C}{7} = 8\cdot 6.25/7 = 7.143kNm;\quad M_3 = -\frac{9C}{7} = -9\cdot 6.26/7 = -8.036kNm$$

$$Q_1 = -\frac{3C}{7l} = -3\cdot 6.25/(7\cdot 5) = -0.5357kN;\quad Q_{2L} = \frac{22C}{7l} = 22\cdot 6.25/(7\cdot 5) = 3.929kN;$$

$$Q_{2R} = -\frac{34C}{7l} = -34\cdot 6.25/(7\cdot 5) = -6.071kN$$

となる。数値計算で使用した梁の断面特性は、次のとおりである。

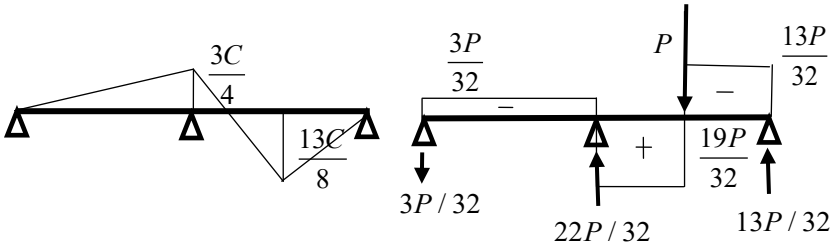
		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.3697E+02	0.7750E+01	**0.3960E+04**	0.2940E+03

SPACE で求めた数値計算結果を以下に示す。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	0.0000	0.0000	**0.5357**	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	0.5357	0.0000	133.9286	0.0000
2	1	0.0000	0.0000	0.5357	0.0000	133.9286	0.0000
		0.0000	0.0000	0.5357	0.0000	**267.857**1	0.0000
3	1	0.0000	0.0000	**-3.9286**	0.0000	267.8571	0.0000
		0.0000	0.0000	-3.9286	0.0000	**-714.2857**	0.0000
4	1	0.0000	0.0000	**6.0714**	0.0000	-714.2857	0.0000
		0.0000	0.0000	6.0714	0.0000	**803.5714**	0.0000

3：図 1(c)に示す両端ピン支持の連梁＋右梁中央集中荷重(ex75_3)

理論的に求めた断面力図を以下に示す。



(a) 曲げモーメント図　　**(b) せん断力図**

図 8 両端ピン支持の連梁

解析的に求めた断面力は以下のようであり、

$$M_2 = -\frac{3C}{4};\quad M_c = \frac{13C}{8}$$

$$Q_1 = -\frac{3P}{32};\quad Q_{2L} = \frac{19P}{32};\quad Q_{2R} = -\frac{13P}{32}$$

ここで、C は $Pl/8$ である。梁形状と荷重の値を代入すると、断面力は、

$$C = \frac{Pl}{8} = 10\cdot 5/8 = 6.25kNm$$

$$M_2 = -\frac{3C}{4} = -3\cdot 6.25/4 = -4.688kNm;\quad M_c = \frac{13C}{8} = 13\cdot 6.26/8 = 10.156kNm$$

$$Q_1 = -\frac{3P}{32} = 3\cdot 10/32 = -0.9375kN;\quad Q_{2L} = \frac{19P}{32} = 19\cdot 10/32 = 5.9375kN;$$

$$Q_{2R} = -\frac{13P}{32} = -13\cdot 10/32 = -4.0625kN$$

となる。数値計算で使用した梁の断面特性は、次のとおりである。

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.3697E+02	0.7750E+01	**0.3960E+04**	0.2940E+03

SPACE で求めた数値計算結果を以下に示す。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	0.0000	0.0000	**0.9375**	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	0.9375	0.0000	234.3750	0.0000
2	1	0.0000	0.0000	0.9375	0.0000	234.3750	0.0000
		0.0000	0.0000	0.9375	0.0000	**468.7500**	0.0000
3	1	0.0000	0.0000	**-5.9375**	0.0000	468.7500	0.0000
		0.0000	0.0000	-5.9375	0.0000	**-1015.6250**	0.0000
4	1	0.0000	0.0000	**4.0625**	0.0000	-1015.6250	0.0000
		0.0000	0.0000	4.0625	0.0000	0.0000	0.0000

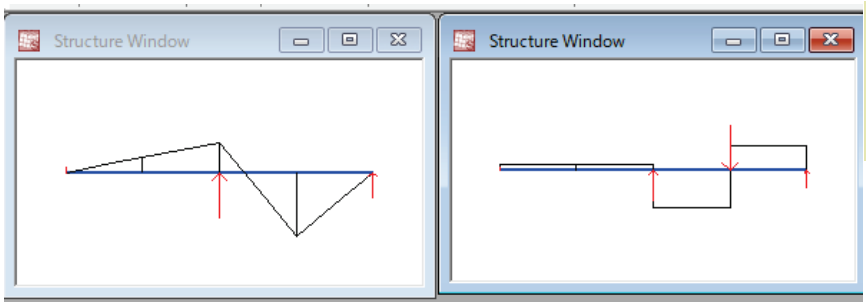


図 10 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

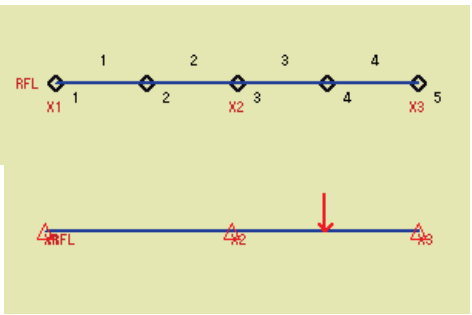


図 9 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

両端ピン支持の門型ラーメンについては、付 16 話の 7 を参照されたい。

付１８話　整形門型ラーメンの応力解析（基礎７９話と基礎８０話）

ex79_1 ~ ex79_3;
ex80_1; ex80_2
ex81_1 ~ ex81_3

今回はたわみ角法で求めた整形門型ラーメンの断面力分を、SPACE による数値計算で検証する。

Ⅰ：門型ラーメンの代表である次のモデルについて、数値計算結果と理論解との比較を行う。

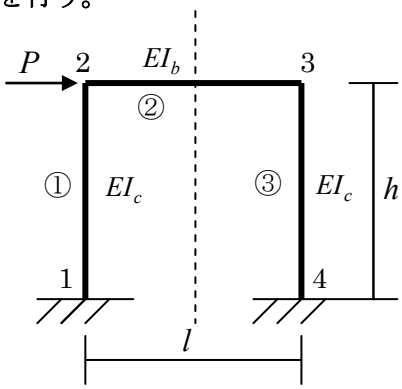
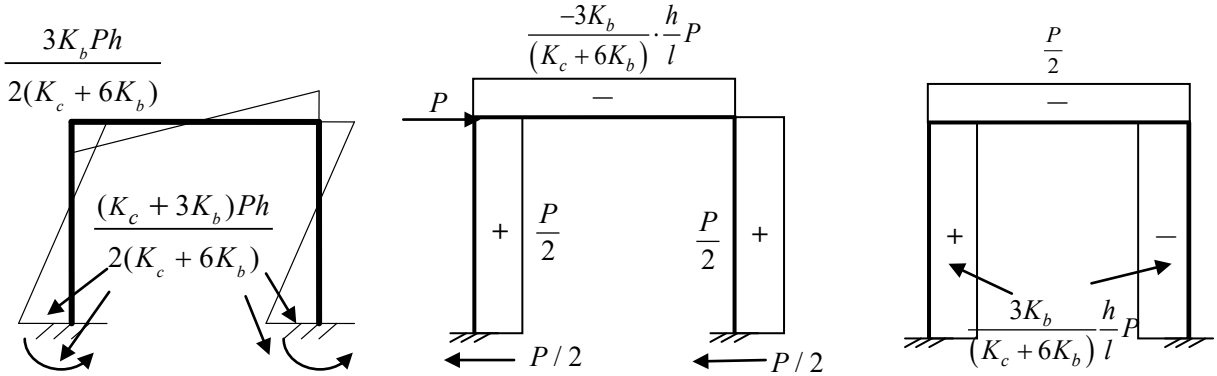


図 1 両端固定支持で柱頭に水平荷重が加わる門型ラーメン

1：図 1 に示す両端固定門型ラーメン＋柱頭水平集中荷重（ex79_1）

数値解析で用いた骨組の形状は、$l=5m, h=4m$ で、集中荷重は $P=10kN$ である。たわみ角法から求めた断面力図を以下に示す。



(a) 曲げモーメント図　**(b) せん断力図**　**(c) 軸力図**

図 2 両端固定支持門型ラーメン

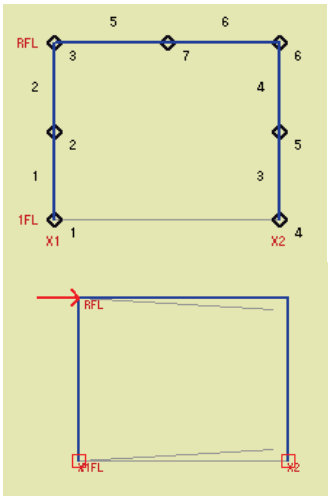


図 3 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

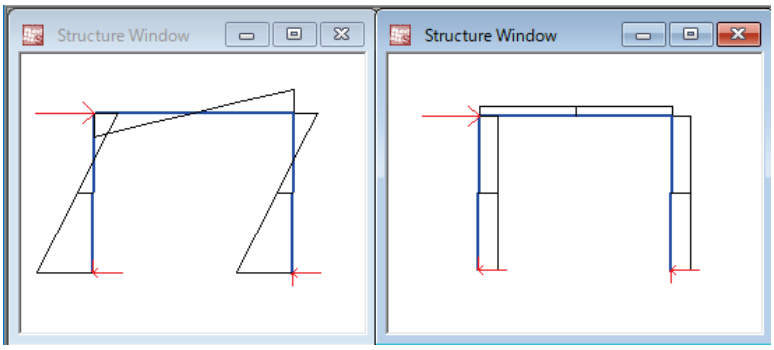


図 4 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

たわみ角法で求めた断面力は以下のようであり、

$$K_c=\frac{2EI_c}{h};\quad K_b=\frac{2EI_b}{l}$$

$$M_1=\frac{(K_c+3K_b)Ph}{2(K_c+6K_b)};\quad M_2=\frac{3K_bPh}{2(K_c+6K_b)};\quad Q_c=\frac{P}{2};\quad Q_b=\frac{-3K_b}{(K_c+6K_b)}\frac{Ph}{l}$$

$$N_c=\frac{3K_b}{(K_c+6K_b)}\frac{Ph}{l};\quad N_b=\frac{P}{2}$$

使用した柱と梁の断面特性は次のようで、1 が梁、2 が柱に該当する。

特に、軸方向変位を無視するため、断面積を 1000 倍に設定する。

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.3600E+05	0.7750E+01	**0.3960E+04**	0.2940E+03
2	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.9100E+05	0.1992E+05	**0.1280E+05**	0.1280E+05

上記の断面特性と骨組の形状及び荷重の値を代入すると、断面力は次の
とおりである。

$$K_c=\frac{2EI_c}{h}=\frac{2\cdot20500\cdot12800}{400}=1312000;\quad K_b=\frac{2EI_b}{l}=\frac{2\cdot20500\cdot3960}{500}=324720$$

$$K_c+6K_b=1312000+6\cdot324720=3260320;K_c+3K_b=1312000+3\cdot324720=2286160$$

$$M_1=-\frac{(K_c+3K_b)Ph}{2(K_c+6K_b)}=-\frac{2286160}{2\cdot3260320}10\cdot4=-14.024kNm;\quad M_2=\frac{3K_bPh}{2(K_c+6K_b)}=\frac{3\cdot324720}{2\cdot3260320}10\cdot4=5.976kNm$$

$$Q_c=\frac{P}{2}=5kN;\quad Q_b=-\frac{-3K_b}{(K_c+6K_b)}\frac{Ph}{l}=-\frac{-3\cdot324720}{3260320}\frac{10\cdot4}{5}=-2.390kN$$

$$N_c=\frac{3K_b}{(K_c+6K_b)}\frac{Ph}{l}=2.390kN;\quad N_b=-\frac{P}{2}=-5kN$$

また、柱頭の水平変位と回転角は次のとおりである。

$$\theta_2=\frac{Ph}{2(K_c+6K_b)};\quad R_1=\frac{2K_c+3K_b}{6K_c(K_c+6K_b)}Ph;\quad \delta=R_1h$$

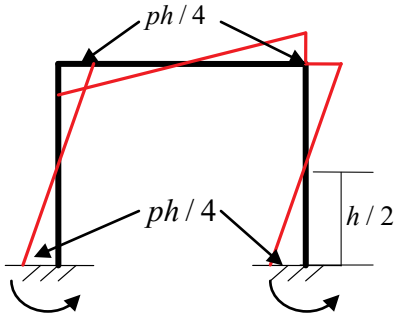
$$\theta_2=\frac{Ph}{2(K_c+6K_b)}=\frac{10\cdot400}{2\cdot3260320}=6.134\cdot10^{-4}$$

$$R_1=\frac{2\cdot1312000+3\cdot324720}{6\cdot1312000\cdot3260320}10\cdot400=5.6078\cdot10^{-4};\quad \delta=R_1h=5.6078\cdot10^{-4}\cdot400=0.2243cm$$

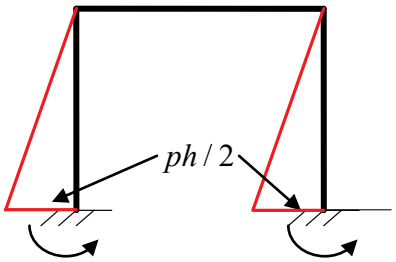
部部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**2.3904**	0.0000	**-5.0000**	0.0000	**1402.4246**	0.0000
		2.3904	0.0000	-5.0000	0.0000	402.4190	0.0000
2	1	2.3904	0.0000	-5.0000	0.0000	402.4190	0.0000
		2.3904	0.0000	-5.0000	0.0000	**-597.5866**	0.0000
3	1	-2.3903	0.0000	-5.0000	0.0000	1402.4061	0.0000
		-2.3903	0.0000	-5.0000	0.0000	402.4116	0.0000
4	1	-2.3903	0.0000	-5.0000	0.0000	402.4116	0.0000
		-2.3903	0.0000	-5.0000	0.0000	-597.5829	0.0000
5	1	**-5.0000**	0.0000	**2.3903**	0.0000	-597.5866	0.0000
		-5.0000	0.0000	2.3903	0.0000	-0.0018	0.0000
6	1	-5.0000	0.0000	2.3903	0.0000	-0.0018	0.0000
		-5.0000	0.0000	2.3903	0.0000	597.5829	0.0000

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
2	0.81485473E-01	0.00000000E+00	-0.42772311E-06	0.00000000E+00	0.68782148E-03	0.00000000E+00
3	**0.22431530E+00**	0.00000000E+00	-0.13703751E-05	0.00000000E+00	**0.61344361E-03**	0.00000000E+00
4	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
5	0.81484340E-01	0.00000000E+00	-0.94024807E-06	0.00000000E+00	0.68781158E-03	0.00000000E+00
6	0.22431192E+00	0.00000000E+00	-0.23954155E-05	0.00000000E+00	0.61343232E-03	0.00000000E+00
7	0.22431360E+00	0.00000000E+00	-0.25893892E-05	0.00000000E+00	-0.30671590E-03	0.00000000E+00

次に、梁と柱の曲げ剛性比を$\alpha = K_b / K_c$とし、その値が極端な場合について考えてみよう。まず、$\alpha = K_b / K_c \to \infty$の場合、つまり梁の剛性が極端に大きい場合で、柱の両端は固定支持と同じとなり、反曲点は$h/2$となる(図5(a))。逆に、$\alpha = K_b / K_c \to 0$で、梁の剛性が極端に小さい場合、柱の上端はピン支持となる(図5(b))。



(a) $\alpha = K_b / K_c \to \infty$ ：曲げモーメント図



(b) $\alpha = K_b / K_c \to 0$ ：曲げモーメント図

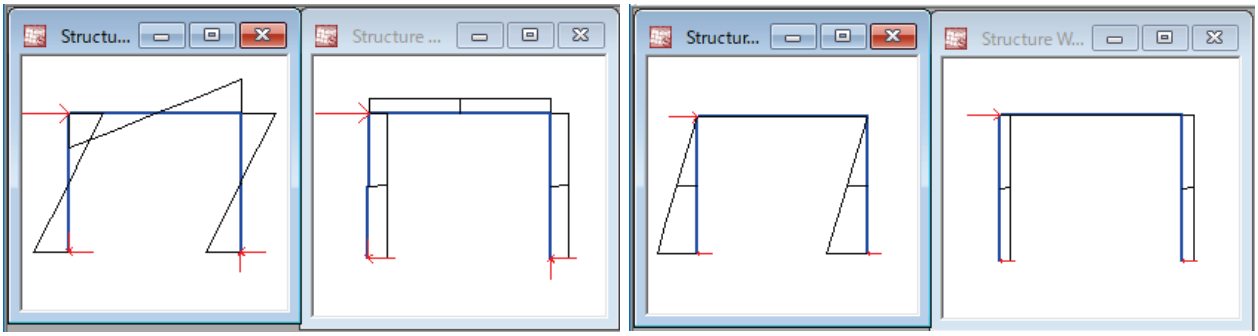
図5 梁と柱の曲げ剛性比が極端な場合の曲げモーメント図

数値解析では、$\alpha = K_b / K_c \to \infty$の場合、梁の断面二次モーメントを1000倍に設定する(ex79_2)。その結果は、以下のように柱の両材端は$M = Ph/4 = 10kNm$となる。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	3.9973	0.0000	-5.0001	0.0000	**1000.6918**	0.0000
		3.9973	0.0000	-5.0001	0.0000	0.6752	0.0000
2	1	3.9973	0.0000	-5.0001	0.0000	0.6752	0.0000
		3.9973	0.0000	-5.0001	0.0000	**-999.3414**	0.0000
3	1	-3.9973	0.0000	-4.9999	0.0000	1000.6586	0.0000
		-3.9973	0.0000	-4.9999	0.0000	0.6752	0.0000
4	1	-3.9973	0.0000	-4.9999	0.0000	0.6752	0.0000
		-3.9973	0.0000	-4.9999	0.0000	-999.3083	0.0000
5	1	-4.9999	0.0000	3.9973	0.0000	-999.3414	0.0000
		-4.9999	0.0000	3.9973	0.0000	-0.0165	0.0000
6	1	-4.9999	0.0000	3.9973	0.0000	-0.0165	0.0000
		-4.9999	0.0000	3.9973	0.0000	999.3083	0.0000

逆に、$\alpha = K_b / K_c \to 0$の場合、柱の断面二次モーメントを1000倍にして解析を行う。その結果を以下に示す(ex79_3)。その結果は、以下のように柱の支持部は$M = Ph/2 = 20kNm$となる。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	0.0060	0.0000	-5.0208	0.0000	**2006.8168**	0.0000
		0.0060	0.0000	-5.0208	0.0000	1002.6660	0.0000
2	1	0.0060	0.0000	-5.0208	0.0000	1002.6660	0.0000
		0.0060	0.0000	-5.0208	0.0000	**-1.4848**	0.0000
3	1	-0.0059	0.0000	-4.9792	0.0000	1990.2177	0.0000
		-0.0059	0.0000	-4.9792	0.0000	994.3685	0.0000
4	1	-0.0059	0.0000	-4.9792	0.0000	994.3685	0.0000
		-0.0059	0.0000	-4.9792	0.0000	-1.4807	0.0000
5	1	-4.9792	0.0000	0.0059	0.0000	-1.4848	0.0000
		-4.9792	0.0000	0.0059	0.0000	-0.0021	0.0000
6	1	-4.9792	0.0000	0.0059	0.0000	-0.0021	0.0000
		-4.9792	0.0000	0.0059	0.0000	1.4807	0.0000



(a)　$\alpha = K_b / K_c \to \infty$ の場合　　(b)　$\alpha = K_b / K_c \to 0$ の場合

図 6　曲げ剛性が極端な場合の曲げモーメント図とせん断力図

Ⅱ：変数変換したたわみ角法を用いて解析した次の 2 例について、数値計算結果とたわみ角法の解を比較する。

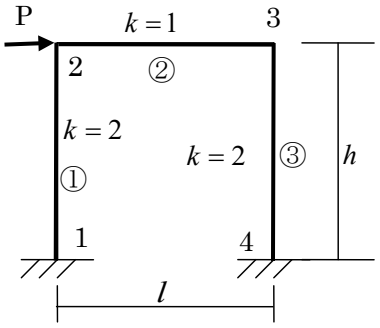


図 7　柱頭水平荷重受ける両端固定支持の骨組

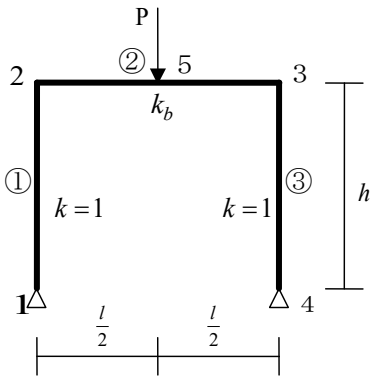


図 8　梁中央集中荷重の両端ピン支持の骨組

2：図 7 に示す柱頭水平荷重を受ける両端固定支持の骨組(ex80_1)

数値解析で用いた骨組の形状は $l = 5m, h = 4m$ で、集中荷重は $P = 10kN$ である。たわみ角法で求めた断面力図を図 9 に示す。上下方向及び水平方向の外力と反力の釣合は、同図より容易に理解できる。また、節点 1 で

のモーメントの釣合は、次式より釣合が得られていることが分かる。

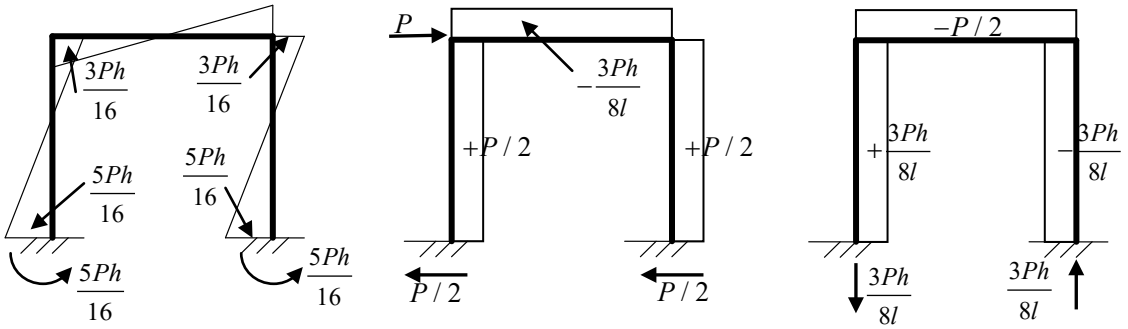
$$-2\frac{5Ph}{16}+Ph-\frac{3Ph}{8l}\cdot l=-\frac{10+6}{16}Ph+Ph\to 0$$

図７には、骨組モデルと部材の剛比が示されている。ここでは、標準部材を部材②の梁として、標準剛度 K_0 を次式とする。

$$K_0=\frac{2EI_b}{l}$$

ここで、I_b,I_c は、各々梁と柱の断面二次モーメントであり、柱の剛比 k_c は２とする。すなわち、柱の断面二次モーメントは次式で与えられる。

$$k_c=\frac{2EI_c/h}{K_0}=2;\quad I_c=2\frac{h}{l}I_b=\frac{2\cdot 4}{5}I_b=1.6I_b$$



(a) 曲げモーメント図　　(b) せん断力図　　(c) 軸力図

図 9 両端固定支持門型ラーメン

使用した柱と梁の断面特性は次のようで、1 が梁、2 が柱に該当する。特に、軸方向変位を無視するため、断面積を 1000 倍に設定する。また、柱の剛比を２とするために、柱の断面二次モーメントを梁の 1.６倍にし、以下のように変更する。

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.8300E+05	0.3568E+02	**0.2350E+05**	0.1740E+04
2	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.8300E+05	0.3568E+02	**0.3760E+05**	0.1740E+04

上記の断面特性と骨組の形状及び荷重の値を代入すると、断面力及び柱頭水平変位は次のとおりである。

$$K_0=\frac{2EI_b}{l}=\frac{2\cdot 20500\cdot 23500}{500}=1927000$$

$$M_1=-\frac{5}{16}Ph=-\frac{5}{16}10\cdot 4=-12.5kNm;\quad M_2=\frac{3}{16}Ph=-\frac{3}{16}10\cdot 4=7.5kNm$$

$$Q_c=\frac{P}{2}=5kN;\quad Q_b=-\frac{3}{8l}Ph=-\frac{3}{8\cdot 5}10\cdot 4=-3kN;\quad N_c=\frac{3}{8l}Ph=3kN$$

$$\varphi_2=\frac{Ph}{16}=10\cdot 400/16=250;\quad \psi=\frac{-7}{32}Ph=-7\cdot 10\cdot 400/32=-875$$

$$\theta_2 = \frac{\varphi_2}{K_0} = 250/1927000 = 0.1297\cdot 10^{-3};\quad R = -\frac{\psi}{3K_0} = 875/(3\cdot 1927000) = 0.1514\cdot 10^{-3}$$

$$\delta = Rh = 0.1514\cdot 10^{-3}\cdot 400 = 0.0605cm$$

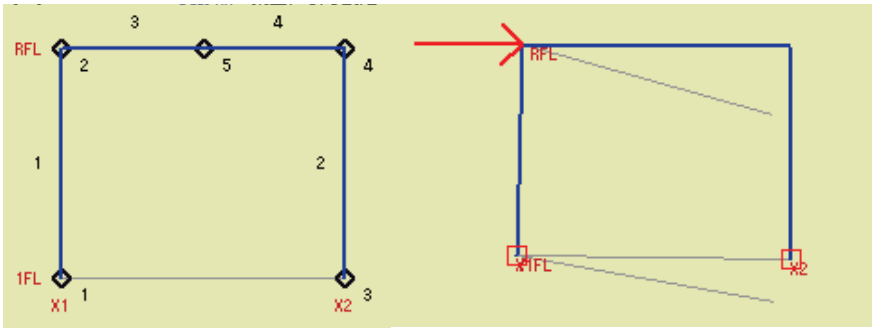


図 10 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

SPACE による数値計算結果を以下に示す。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**3.0000**	0.0000	**-5.0000**	0.0000	**1250.0168**	0.0000
		3.0000	0.0000	-5.0000	0.0000	**-750.0002**	0.0000
2	1	-2.9999	0.0000	-5.0000	0.0000	1249.9914	0.0000
		-2.9999	0.0000	-5.0000	0.0000	-749.9917	0.0000
3	1	-4.9999	0.0000	**3.0000**	0.0000	-750.0002	0.0000
		-4.9999	0.0000	3.0000	0.0000	-0.0042	0.0000
4	1	-4.9999	0.0000	3.0000	0.0000	-0.0042	0.0000
		-4.9999	0.0000	3.0000	0.0000	749.9917	0.0000

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
2	**0.60544316E-01**	0.00000000E+00	0.19704969E-06	0.00000000E+00	**0.12973967E-03**	0.00000000E+00
3	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
4	0.60542848E-01	0.00000000E+00	-0.12134442E-05	0.00000000E+00	0.12973526E-03	0.00000000E+00
5	0.60543582E-01	0.00000000E+00	-0.78368231E-06	0.00000000E+00	-0.64864500E-04	0.00000000E+00

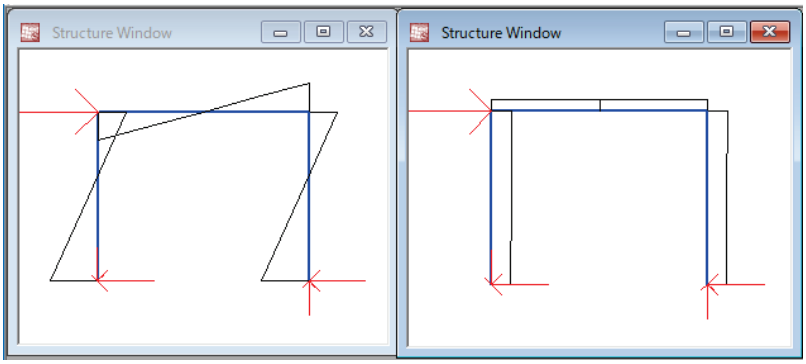
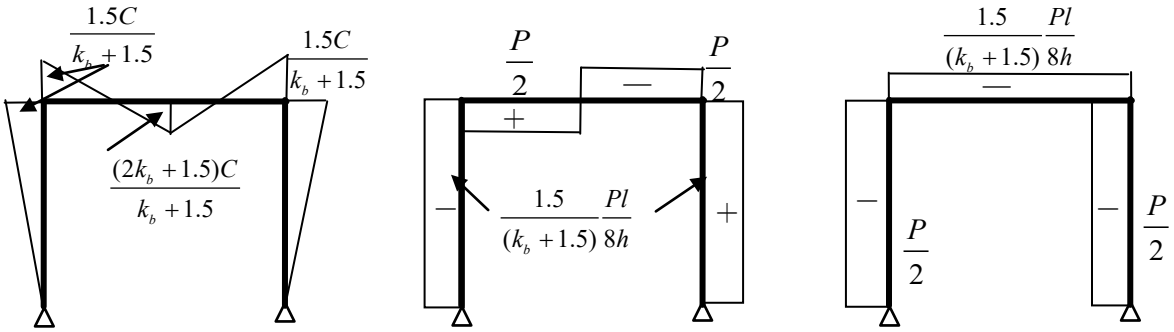


図 11 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

3：図 8 に示す柱頭水平荷重を受ける両端ピン支持の骨組(ex80_2)

数値解析で用いた骨組の形状は $l=5m, h=4m$ で、集中荷重は $P=10kN$ である。たわみ角法で求めた断面力図を図 12 に示す。数値解析では、梁と柱の断面は同一とすると、梁の剛比は次式で与えられる。

$$k_b = \frac{2EI_b/l}{K_0} = \frac{2EI_b/l}{2EI_c/h} = \frac{h}{l} = \frac{4}{5} = 0.8 \leftarrow I_b = I_c$$



(a) 曲げモーメント図　　(b) せん断力図　　(c) 軸力図

図 12 両端ピン支持門型ラーメン

数値計算で使用した柱と梁の断面特性は次のようで、1 が梁、2 が柱に該当する。軸方向変位を無視するため、断面積を 1000 倍に設定する。このモデルでは梁と柱の断面は同一とするため、梁の剛比は 0.8 となる。

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.8300E+05	0.3568E+02	**0.2350E+05**	0.1740E+04
2	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.8300E+05	0.3568E+02	**0.2350E+05**	0.1740E+04

上記の断面特性と骨組の形状及び荷重の値を代入すると、断面力及び柱頭回転角は次のとおりである。

$$C=\frac{Pl}{8}=\frac{10\cdot 5}{8}=6.25kNm;\quad K_0=\frac{2EI_c}{h}=\frac{2\cdot 20500\cdot 23500}{400}=2408750$$

$$M_2=\frac{-1.5C}{k_b+1.5}=\frac{-1.5\cdot 6.25}{0.8+1.5}=-4.076kNm;\quad M_5=\frac{(2k_b+1.5)C}{k_b+1.5}=\frac{(2\cdot 0.8+1.5)6.25}{0.8+1.5}=8.424kNm$$

$$Q_c=-\frac{1.5}{k_b+1.5}\frac{Pl}{8h}=-\frac{1.5\cdot 10\cdot 5}{(0.8+1.5)8\cdot 4}=-1.019kN;N_b=-\frac{1.5}{k_b+1.5}\frac{Pl}{8h}=-1.019kN$$

$$\varphi_2=\frac{C}{(k_b+1.5)}=\frac{6.25}{0.8+1.5}=2.717;\quad \theta_2=\frac{\varphi_2}{K_0}=2.717\cdot 100/2408750=0.1128\cdot 10^{-3}$$

SPACE による数値計算結果を以下に示す。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	-4.9999	0.0000	**1.0190**	0.0000	0.0000	0.0000
		-4.9999	0.0000	1.0190	0.0000	**407.5914**	0.0000
2	1	-5.0001	0.0000	-1.0191	0.0000	0.0000	0.0000
		-5.0001	0.0000	-1.0191	0.0000	-407.6250	0.0000
3	1	**-1.0190**	0.0000	**-4.9999**	0.0000	407.5914	0.0000
		-1.0190	0.0000	-4.9999	0.0000	**-842.3918**	0.0000
4	1	-1.0190	0.0000	5.0001	0.0000	-842.3918	0.0000
		-1.0190	0.0000	5.0001	0.0000	407.6250	0.0000

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.56396359E-04	0.00000000E+00
2	0.31699146E-05	0.00000000E+00	-0.11754411E-05	0.00000000E+00	**0.11281649E-03**	0.00000000E+00

3	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.56416106E-04	0.00000000E+00
4	0.28704683E-05	0.00000000E+00	-0.11754661E-05	0.00000000E+00	-0.11281068E-03	0.00000000E+00
5	0.30201916E-05	0.00000000E+00	-0.27616972E-01	0.00000000E+00	-0.14519602E-08	0.00000000E+00

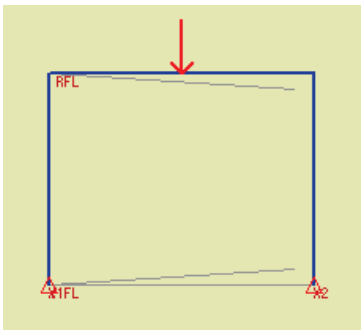


図 13 解析モデルの荷重と支持状態

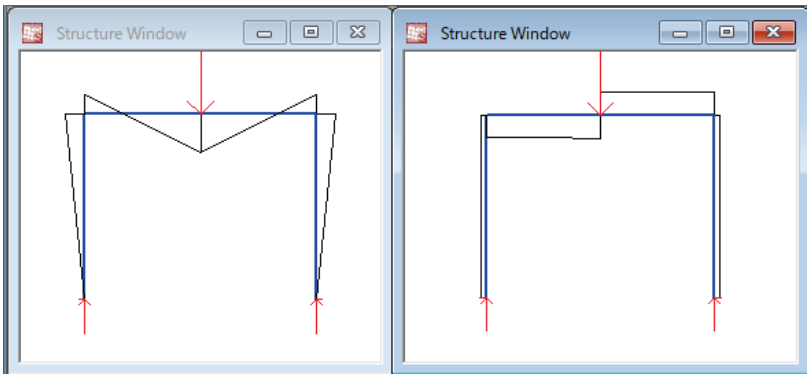
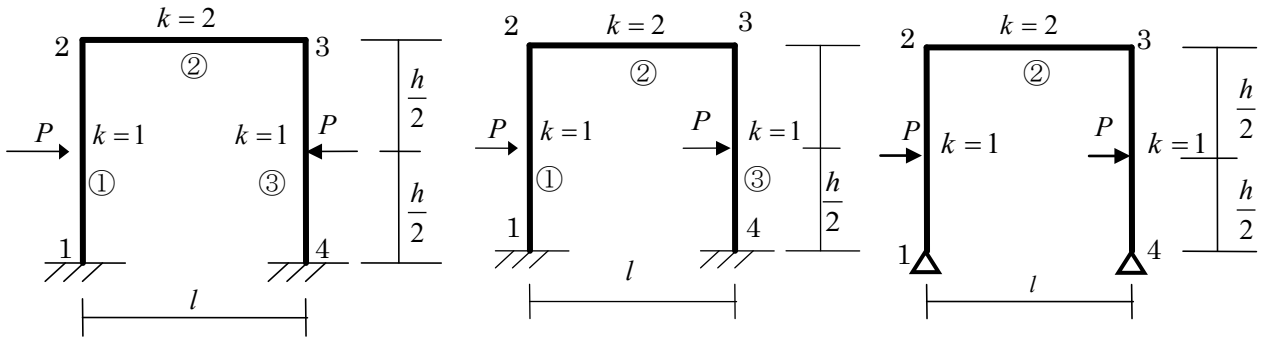


図 14 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

Ⅲ：柱に部材荷重のある場合について、次の 3 つの例題を用いて、数値計算結果と理論解の比較を行う。

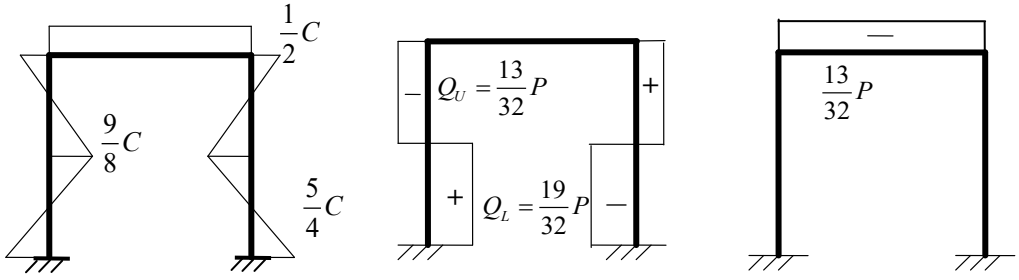


(a) 柱の中間に集中荷重を有する両端固定の骨組　(b) 柱に逆対称集中荷重を受ける両端固定支持の骨組　(c) 柱に逆対称集中荷重を受ける両端ピン支持の骨組

図 15 柱に部材荷重が加わる門型ラーメン

4：図 15(a)に示す両端固定＋柱中央反対方向集中荷重(ex81_1)

数値解析で用いた骨組の形状は $l=5m, h=4m$ で、集中荷重は $P=10kN$ である。たわみ角法で求めた断面力図を以下に示す。



(a) 曲げモーメント図　(b) せん断力図　(c) 軸力図

図 16 両端固定支持門型ラーメン

例題の柱と梁の曲げ剛性は剛比で与えられており、H 型断面など実際の断面特性をそのまま使用できない。そこで、柱の曲げ剛性を標準剛度とし、梁の断面二次モーメントを調整して使用する。梁の剛比 k_b は

$$k_b = \frac{K}{K_0} = \frac{2EI_b / l}{2EI_c / h} = \frac{I_b}{I_c}\frac{h}{l} \leftarrow K_0 = \frac{2EI_c}{h}$$

であり、例題では、梁の剛比が 2 であることより、梁の断面二次モーメントは骨組の形状より、

$$2 = \frac{I_b}{I_c}\frac{h}{l} \rightarrow I_b = 2I_c\frac{l}{h} = 2.5I_c$$

とすれば良い。

使用した柱と梁の断面特性は次のようで、1 が梁、2 が柱に該当する。ここでも、軸方向変位を無視するため、断面積を 1000 倍に設定する。

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.3600E+05	0.7750E+01	**0.3200E+05**	0.2940E+03
2	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.9100E+05	0.1992E+05	**0.1280E+05**	0.1280E+05

ここで、梁の剛比を 2 とするため、梁の断面二次モーメントを次のように変更して、数値解析を行う。

$$I_b = 2.5I_c = 2.5 \cdot 12800 = 32000$$

解析的に求めた断面力は以下のようである。

$$M_1 = -\frac{5C}{4};\quad M_5 = \frac{9C}{8};\quad M_2 = -\frac{C}{2};\quad Q_{cD} = \frac{19P}{32};\quad Q_{cU} = \frac{-13P}{32};\quad N_b = \frac{-13P}{32}$$

ここで、固定端モーメントは $C = Ph/8$ であり、M_5 は柱中央の曲げモーメントを表す。実際の断面力は、次のとおりである。

$$C = Ph/8 = 10 \cdot 4/8 = 5kNm$$

$$M_1 = -\frac{5C}{4} = -6.25kNm;\quad M_5 = \frac{9C}{8} = 9 \cdot 5/8 = 5.625kNm;\quad M_2 = -\frac{C}{2} = -2.5kNm;$$

$$Q_{cD} = \frac{19P}{32} = 5.9375kN;\quad Q_{cU} = \frac{-13P}{32} = -4.0625kN;\quad N_b = \frac{-13P}{32} = -4.0625kN$$

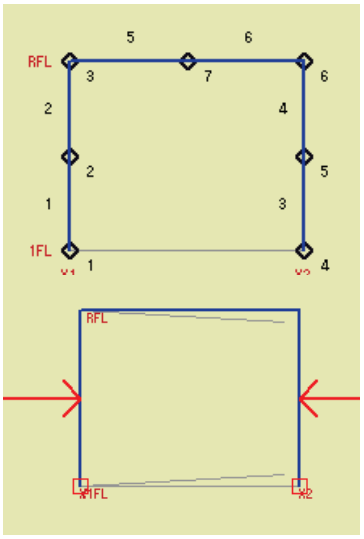


図 17 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状

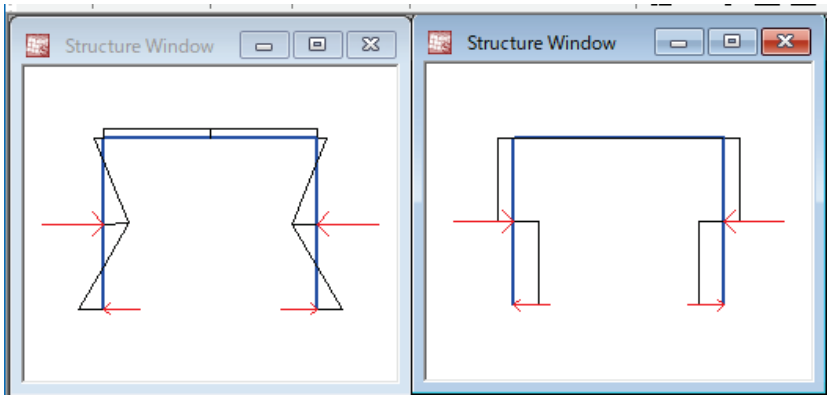
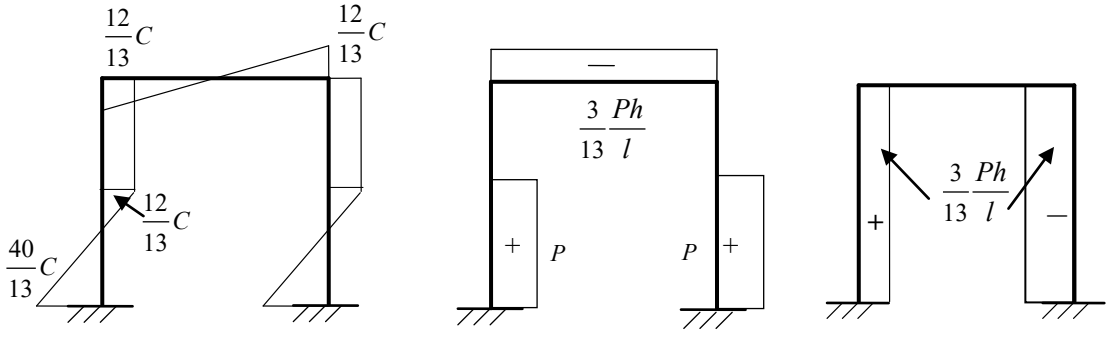


図 18 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	0.0000	0.0000	**-5.9375**	0.0000	**625.0102**	0.0000
		0.0000	0.0000	-5.9375	0.0000	**-562.4983**	0.0000
2	1	0.0000	0.0000	**4.0625**	0.0000	-562.4983	0.0000
		0.0000	0.0000	4.0625	0.0000	**249.9932**	0.0000
3	1	0.0000	0.0000	5.9375	0.0000	-625.0102	0.0000
		0.0000	0.0000	5.9375	0.0000	562.4983	0.0000
4	1	0.0000	0.0000	-4.0625	0.0000	562.4983	0.0000
		0.0000	0.0000	-4.0625	0.0000	-249.9932	0.0000
5	1	**-4.0625**	0.0000	0.0000	0.0000	249.9932	0.0000
		-4.0625	0.0000	0.0000	0.0000	249.9932	0.0000
6	1	-4.0625	0.0000	0.0000	0.0000	249.9932	0.0000
		-4.0625	0.0000	0.0000	0.0000	249.9932	0.0000

5：図 15(b)に示す両端固定支持＋柱中央同方向集中荷重(ex81_2)

数値解析で用いた骨組の形状は、$l=5m, h=4m$ で、集中荷重は $P=10kN$ である。たわみ角法で求めた断面力図を以下に示す。



(a) 曲げモーメント図　　**(b) せん断力図**　　**(c) 軸力図**

図 19 両端固定支持門型ラーメン

数値計算で使用した柱と梁の断面特性は次のようで、1 が梁、2 が柱に該当する。軸方向変位を無視するため、断面積を 1000 倍に設定する。また、前例と同様、梁の剛比を 2 とするため、梁の断面二次モーメントを次のように変更する。

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.3600E+05	0.7750E+01	**0.3200E+05**	0.2940E+03
2	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.9100E+05	0.1992E+05	**0.1280E+05**	0.1280E+05

解析的に求めた断面力は以下のようであり、

$$M_1=\frac{40C}{13};\quad M_5=\frac{12C}{13};\quad M_2=\frac{12C}{13};\quad Q_{cD}=P;\quad Q_b=\frac{-3}{13}\frac{Ph}{l};\quad N_c=\frac{3}{13}\frac{Ph}{l}$$

ここで、固定端モーメントは $C=Ph/8$ であり、M_5 は柱中央の曲げモーメントを表す。実際の代表的断面力は次のとおりである。

$$C = Ph/8 = 10\cdot 4/8 = 5kNm$$

$$M_1 = -\frac{40C}{13} = -40\cdot 5/13 = -15.38kNm;\quad M_5 = \frac{12C}{13} = 12\cdot 5/13 = 4.615kNm;\quad M_2 = \frac{12C}{13} = 4.615kNm;$$

$$Q_{cD} = P = 10kN;\quad Q_b = \frac{-3}{13}\frac{Ph}{l} = \frac{-3\cdot 10\cdot 4}{13\cdot 5} = -1.846kN;\quad N_c = \frac{3}{13}\frac{Ph}{l} = 1.846kN$$

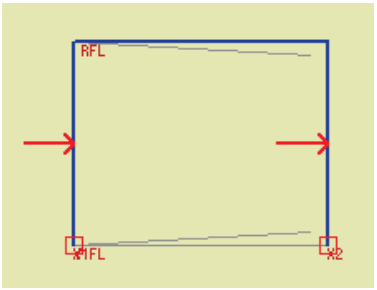


図 20 解析モデルの荷重と支持状態

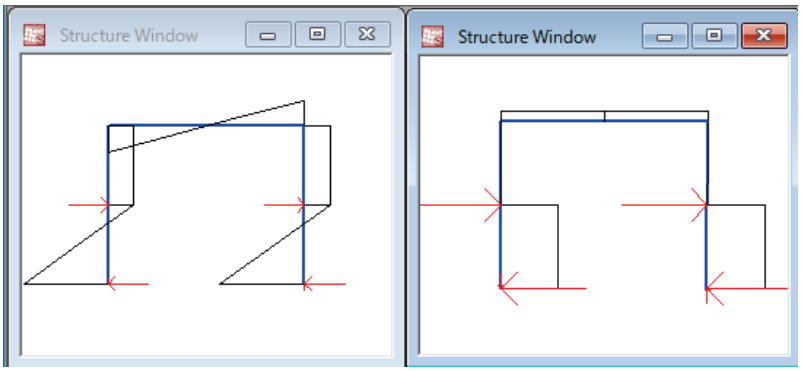


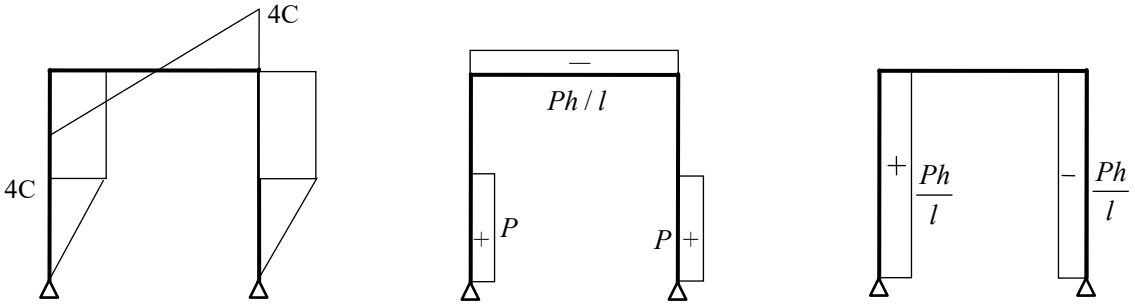
図 21SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

SPACE で求めた数値計算結果を以下に示す。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**1.8462**	0.0000	**-10.0000**	0.0000	**1538.4625**	0.0000
		1.8462	0.0000	-10.0000	0.0000	**-461.5375**	0.0000
2	1	1.8462	0.0000	0.0000	0.0000	-461.5375	0.0000
		1.8462	0.0000	0.0000	0.0000	**-461.5375**	0.0000
3	1	-1.8461	0.0000	-10.0000	0.0000	1538.4625	0.0000
		-1.8461	0.0000	-10.0000	0.0000	-461.5375	0.0000
4	1	-1.8462	0.0000	0.0000	0.0000	-461.5375	0.0000
		-1.8462	0.0000	0.0000	0.0000	-461.5375	0.0000
5	1	0.0000	0.0000	**1.8462**	0.0000	**-461.5375**	0.0000
		0.0000	0.0000	1.8462	0.0000	0.0000	0.0000
6	1	0.0000	0.0000	1.8462	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	1.8462	0.0000	461.5375	0.0000

6：図 15(c)に示す両端ピン支持＋柱中央同方向集中荷重(ex81_3)

ここでは、前例と異なり、両端ピン支持の門形ラーメンを用いており、
数値解析での形状は$l = 5m, h = 4m$、集中荷重は$P = 10kN$である。



(a) 曲げモーメント図　(b) せん断力図　(c) 軸力図

図 22 柱中央に同方向集中荷重を受ける両端ピン支持の骨組の断面力図

使用した柱と梁の断面特性は次のようで、1 が梁、2 が柱に該当する。軸方向変位を無視するため、断面積を 1000 倍に設定する。また、前例と同様に、梁の剛比を 2 とするため、梁の断面二次モーメントを次のように変更する。

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.3600E+05	0.7750E+01	**0.3200E+05**	0.2940E+03
2	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.9100E+05	0.1992E+05	**0.1280E+05**	0.1280E+05

解析的に求めた断面力は以下のようであり、

$$M_2 = 4C;\quad M_5 = 4C;\quad Q_{cD} = P;\quad Q_b = \frac{Ph}{l};\quad N_c = \frac{Ph}{l}$$

ここで、固定端モーメントは$C = Ph/8$であり、M_5は柱中央の曲げモーメントを表す。実際の代表的断面力は、次のとおりである。

$$C = Ph/8 = 10\cdot 4/8 = 5kNm$$
$$M_1 = 0;\quad M_5 = 4C = 20kNm;\quad M_2 = 20kNm;$$
$$Q_{cD} = P = 10kN;\quad Q_b = -\frac{Ph}{l} = \frac{-10\cdot 4}{5} = -8kN;\quad N_c = \frac{Ph}{l} = 8kN$$

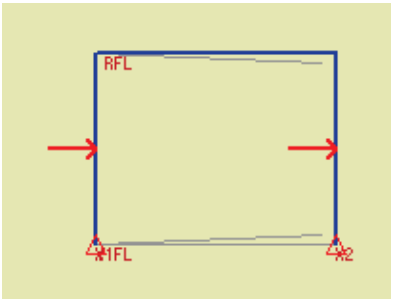


図 23 解析モデルの荷重と支持状態

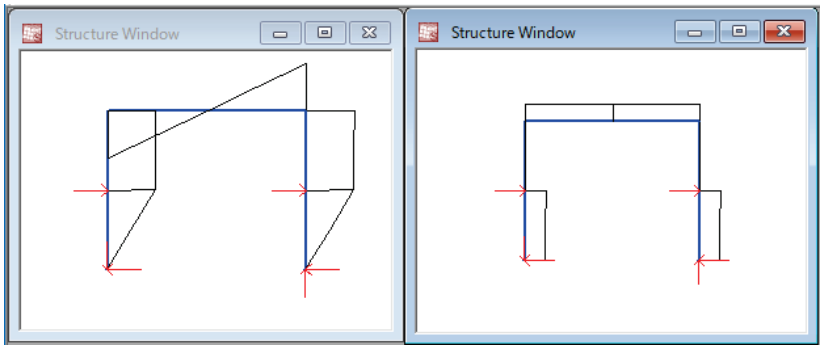


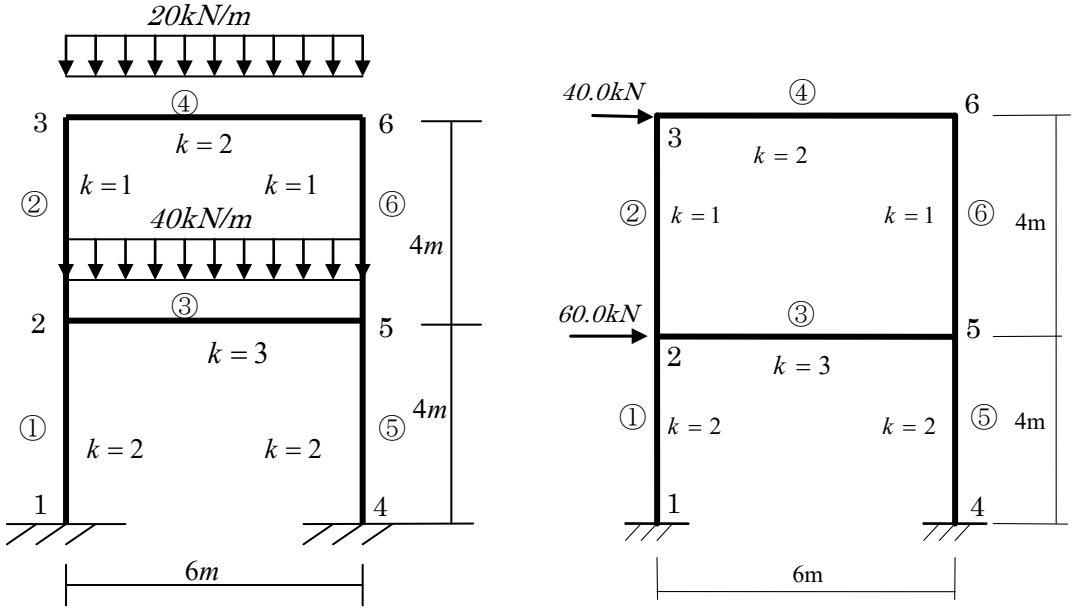
図 24 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**8.0001**	0.0000	**-10.0000**	0.0000	0.0000	0.0000
		8.0001	0.0000	-10.0000	0.0000	**-2000.0000**	0.0000
2	1	8.0000	0.0000	0.0000	0.0000	**-2000.0000**	0.0000
		8.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-2000.0000	0.0000
3	1	-7.9999	0.0000	-10.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-7.9999	0.0000	-10.0000	0.0000	-2000.0000	0.0000
4	1	-8.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-2000.0000	0.0000
		-8.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-2000.0000	0.0000
5	1	0.0001	0.0000	**8.0000**	0.0000	**-2000.0000**	0.0000
		0.0001	0.0000	8.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6	1	0.0001	0.0000	8.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0001	0.0000	8.0000	0.0000	2000.0000	0.0000

付１９話　整形多層ラーメンの応力解析（基礎８４話）

ex84_1; ex84_2
ex88_1

今回はたわみ角法で求めた整形多層ラーメンの断面力を、SPACE により検証する。ここでは、次の 2 つの例題を用いる。

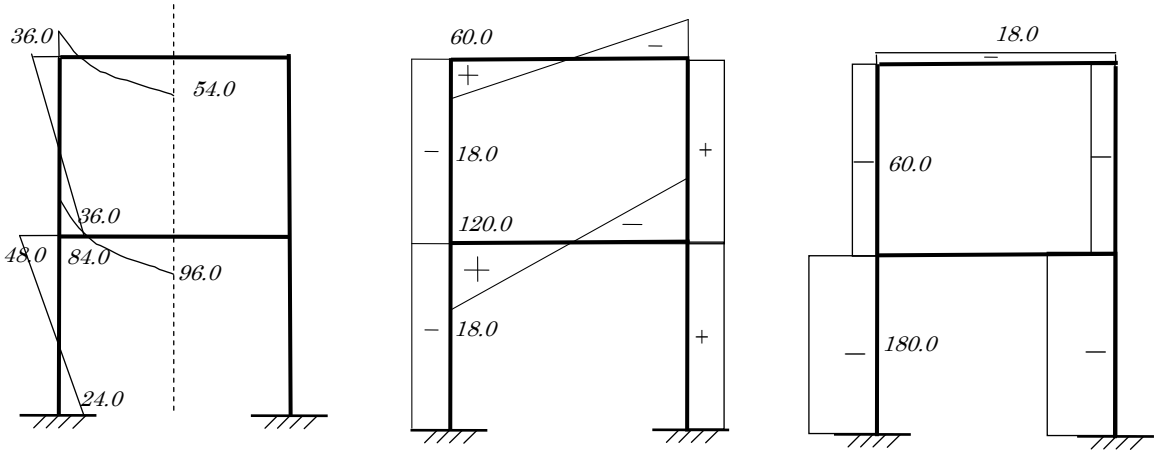


(a) 鉛直方向等分布荷重　　(b)柱頭水平荷重

図１ 2 層骨組

1：図 1(a)に示す両端固定 2 層骨組＋鉛直等分布荷重(ex84_1)

数値解析で用いた骨組の形状は $l = 6m, h_1 = 4m, h_2 = 4m$ で、鉛直方向等分布荷重は $p_{w2} = 40kN/m, P_{w3} = 20kN/m$ である。たわみ角法で求めた断面力図を以下に示す。



(a)曲げモーメント図　　(b) せん断力図　　(c) 軸力図

図 2　鉛直等分布荷重を受ける 2 層骨組の断面力図

例題の柱と梁の曲げ剛性は剛比で与えられているため、H 型断面など実際の断面特性を使用できない。そこで、2 階の柱の曲げ剛性を標準剛度とし、他の部材の断面二次モーメントを調整して使用する。梁の剛比 k_b 及び他の柱の剛比は

$$k_b=\frac{K_b}{K_0}=\frac{2EI_b/l}{2EI_0/h}=\frac{I_b}{I_0}\frac{h}{l};k_c=\frac{K_c}{K_0}=\frac{2EI_c/h}{2EI_o/h}=\frac{I_c}{I_0}\leftarrow K_0=\frac{2EI_0}{h}$$

であり、例題では、2 階の柱の剛比を 1 とすると、他の部材の断面二次モーメントは次のようになる。

$$2=\frac{I_{c1}}{I_0}\rightarrow I_{c1}=2I_0;\quad 3=\frac{I_{b1}}{I_0}\frac{h}{l}\rightarrow I_{b1}=3I_0\frac{l}{h}=3\cdot 6I_0/4=4.5I_0;\quad I_{b2}=2I_0\frac{l}{h}=2\cdot 6I_0/4=3I_0$$

$$I_{c1}=2I_0;\quad I_{b1}=4.5I_0;\quad I_{b2}=3I_0$$

たわみ角法の理論解と合わせるため、上記の断面二次モーメントに変更すると共に、軸方向変位を無視するため、断面積を 1000 倍に設定する。 **2 階の柱の断面二次モーメントを $I_0=9890$ とすると、**

$$I_{c1}=2I_0=2\cdot 9890=19780;I_{b1}=4.5I_0=44505;I_{b2}=3I_0=29670$$

となる。次のように各部材の断面特性を変更して数値解析する。

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
b1	1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	**0.8300E+05**	0.3568E+02	**0.4450E+05**	0.1740E+04
b2	2	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.8300E+05	0.3568E+02	**0.2967E+05**	0.1740E+04
c1	3	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.6900E+05	0.1525E+05	**0.1978E+05**	0.9890E+04
c2	4	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.6900E+05	0.1525E+05	**0.9890E+04**	0.9890E+04

SPACE で求めた数値解析結果を以下に示す。等分布荷重の領域を 10 分割し、集中荷重に置き直しており、結果に多少の誤差を含む。

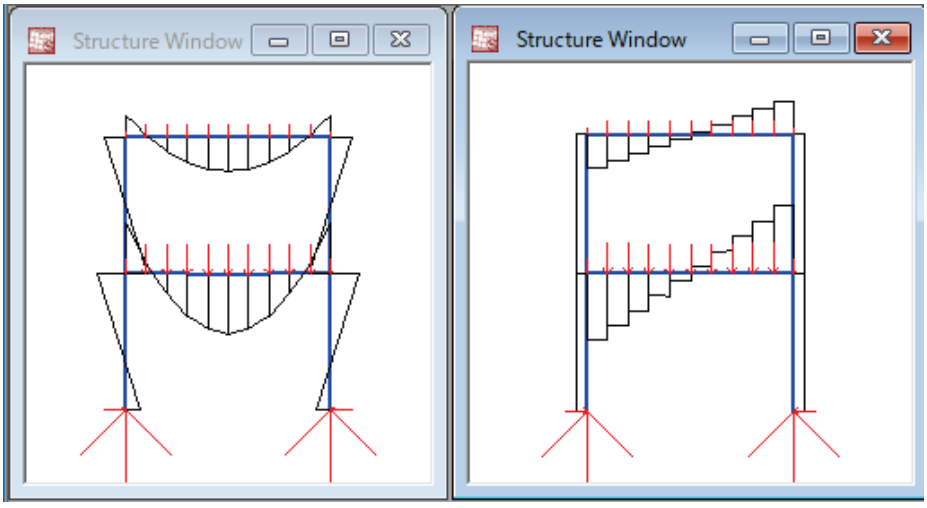


図 4 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

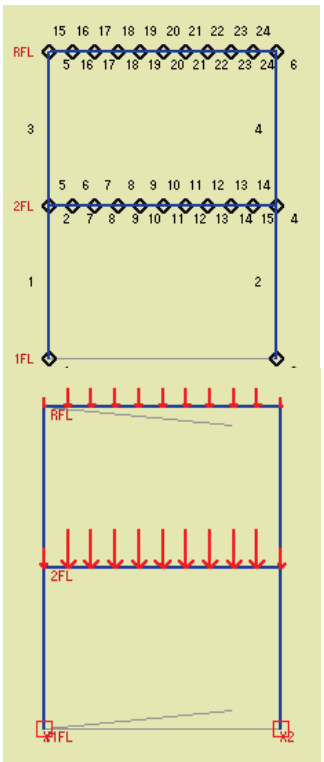


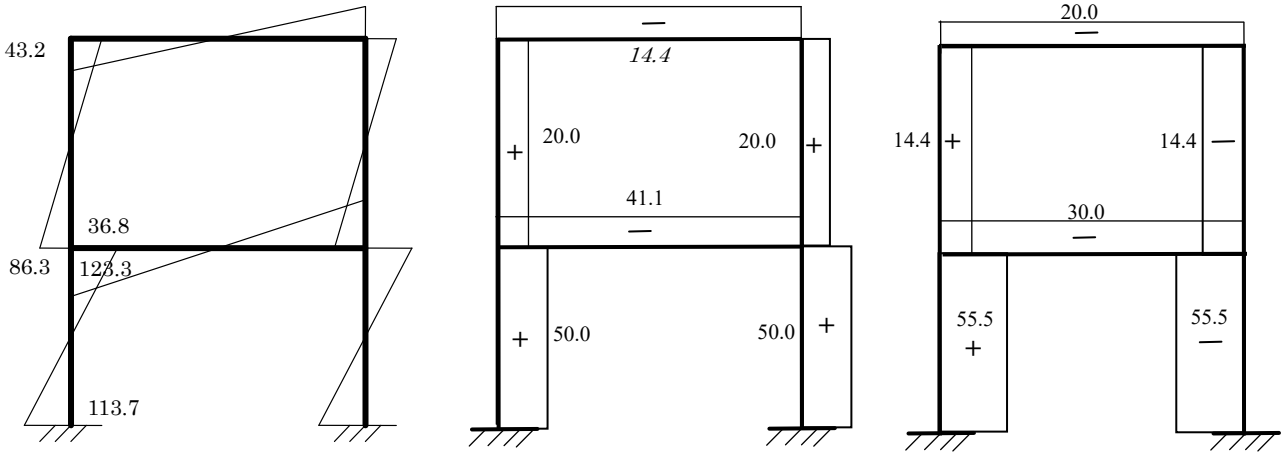
図 3 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**-179.9986**	0.0000	**17.8185**	0.0000	**-2375.6627**	0.0000
		-179.9986	0.0000	17.8185	0.0000	**4751.7453**	0.0000
2	1	-180.0014	0.0000	-17.8215	0.0000	2376.3456	0.0000
		-180.0014	0.0000	-17.8215	0.0000	-4752.2712	0.0000
3	1	**-59.9998**	0.0000	**17.8194**	0.0000	**-3563.8954**	0.0000
		-59.9998	0.0000	17.8194	0.0000	**3563.8780**	0.0000
4	1	-60.0002	0.0000	-17.8204	0.0000	3564.0761	0.0000
		-60.0002	0.0000	-17.8204	0.0000	-3564.1002	0.0000
5	1	-0.0001	0.0000	**-107.9988**	0.0000	**8315.6407**	0.0000
		-0.0001	0.0000	-107.9988	0.0000	1835.7113	0.0000
6	1	-0.0001	0.0000	-83.9988	0.0000	1835.7113	0.0000
		-0.0001	0.0000	-83.9988	0.0000	-3204.2182	0.0000
7	1	-0.0001	0.0000	-59.9988	0.0000	-3204.2182	0.0000
		-0.0001	0.0000	-59.9988	0.0000	-6804.1476	0.0000
8	1	-0.0001	0.0000	-35.9988	0.0000	-6804.1476	0.0000
		-0.0001	0.0000	-35.9988	0.0000	-8964.0769	0.0000
9	1	-0.0001	0.0000	-11.9988	0.0000	-8964.0769	0.0000
		-0.0001	0.0000	-11.9988	0.0000	**-9684.0063**	0.0000
10	1	-0.0001	0.0000	12.0012	0.0000	-9684.0063	0.0000
		-0.0001	0.0000	12.0012	0.0000	-8963.9356	0.0000
11	1	-0.0001	0.0000	36.0012	0.0000	-8963.9356	0.0000
		-0.0001	0.0000	36.0012	0.0000	-6803.8649	0.0000
12	1	-0.0001	0.0000	60.0012	0.0000	-6803.8649	0.0000
		-0.0001	0.0000	60.0012	0.0000	-3203.7942	0.0000
13	1	-0.0001	0.0000	84.0012	0.0000	-3203.7942	0.0000
		-0.0001	0.0000	84.0012	0.0000	1836.2765	0.0000
14	1	-0.0001	0.0000	108.0012	0.0000	1836.2765	0.0000
		-0.0001	0.0000	108.0012	0.0000	**8316.3473**	0.0000
15	1	**-17.8199**	0.0000	**-53.999**6	0.0000	**3563.8780**	0.0000
		-17.8199	0.0000	-53.9996	0.0000	323.9002	0.0000
16	1	-17.8199	0.0000	-41.9996	0.0000	323.9002	0.0000
		-17.8199	0.0000	-41.9996	0.0000	-2196.0776	0.0000
17	1	-17.8199	0.0000	-29.9996	0.0000	-2196.0776	0.0000
		-17.8199	0.0000	-29.9996	0.0000	-3996.0554	0.0000
18	1	-17.8199	0.0000	-17.9996	0.0000	-3996.0554	0.0000
		-17.8199	0.0000	-17.9996	0.0000	-5076.0332	0.0000
19	1	-17.8199	0.0000	-5.9996	0.0000	-5076.0332	0.0000
		-17.8199	0.0000	-5.9996	0.0000	**-5436.0110**	0.0000
20	1	-17.8199	0.0000	6.0004	0.0000	-5436.0110	0.0000
		-17.8199	0.0000	6.0004	0.0000	-5075.9888	0.0000
21	1	-17.8199	0.0000	18.0004	0.0000	-5075.9888	0.0000
		-17.8199	0.0000	18.0004	0.0000	-3995.9665	0.0000
22	1	-17.8199	0.0000	30.0004	0.0000	-3995.9665	0.0000
		-17.8199	0.0000	30.0004	0.0000	-2195.9443	0.0000
23	1	-17.8199	0.0000	42.0004	0.0000	-2195.9443	0.0000
		-17.8199	0.0000	42.0004	0.0000	324.0780	0.0000
24	1	-17.8199	0.0000	54.0004	0.0000	324.0780	0.0000
		-17.8199	0.0000	54.0004	0.0000	**3564.1002**	0.0000

両者を比較すると、断面力分布の定性的傾向は良く一致しているが、数値が少し異なっている。これは、分布荷重を等価な集中荷重に置き直しるためである。結果として、梁中央の曲げモーメントが多少大きい。

2：図 1(b)に示す両端固定＋柱頭水平荷重(ex84_2)

数値解析で用いた骨組の形状と荷重は、$l=6m, h_1=4m, h_2=4m$ で、集中荷重は $P_2=60kN, P_3=40kN$ である。



(a)曲げモーメント図　　(b) せん断力図　　(c) 軸力図

図 5　柱頭水平荷重を受ける 2 層骨組の断面力図

たわみ角法から求めた節点変位と部材角は以下のようである。

$$\varphi_2=13.676;\quad \varphi_3=7.206;\quad \psi_{\mathrm{I}}=-70.515;\quad \psi_{\mathrm{II}}=-71.324$$

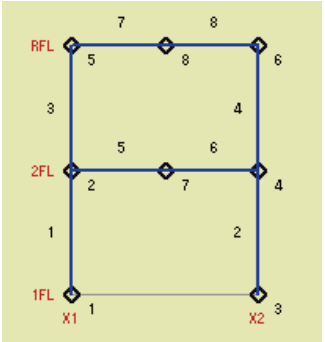
たわみ角法による結果と比較するため、前例題と同様、断面二次モーメントを変更すると共に、軸方向変位を無視するため断面積を 1000 倍に設定する。**2 階の柱の断面二次モーメントを $I_0=9890$ とすると、**

$$I_{c1}=2I_0=2\cdot 9890=19780; I_{b1}=4.5I_0=44505; I_{b2}=3I_0=29670$$

となる。次のように各部材の断面特性を変更して数値解析を行う。

			E	G	A	Ix	Iy	Iz
b1	1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	**0.6200E+05**	0.1928E+02	**0.4450E+05**	0.9840E+03
b2	2	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.6200E+05	0.1928E+02	**0.2967E+05**	0.9840E+03
c1	3	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.6900E+05	0.1525E+05	**0.1978E+05**	0.9890E+04
c2	4	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.6900E+05	0.1525E+05	**0.9890E+04**	0.9890E+04

上記の値を用いて、柱頭の水平変位を求めてみよう。まず、各層の水平変位は、標準剛度を $K_0 kNcm$ とすると、



$$K_0=\frac{2EI}{h_2}=\frac{2\cdot 20500\cdot 9890}{400}=1.0137\cdot 10^6$$

$$\delta_1=R_{\mathrm{I}}h_1=-h_1\psi_1/3K_0$$
$$=70.515\cdot 100\cdot 400/(3K_0)=940200/1.0137\cdot 10^6=0.927cm$$

$$\delta_2=R_{\mathrm{II}}h_2=-h_2\psi_{\mathrm{II}}/3K_0$$
$$=71.324\cdot 100\cdot 400/(3K_0)=950987/1.0137\cdot 10^6=0.938cm$$

となり、従って、骨組の最上階の水平変位δは、以下となる。

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = 0.927 + 0.938 = 1.865cm$$

SPACE による数値計算結果を以下に示す

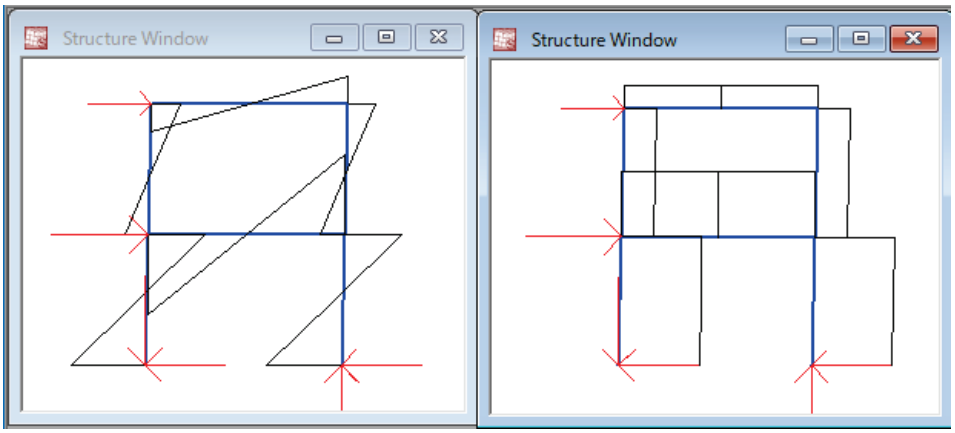


図 7 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

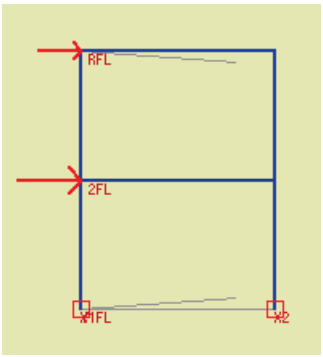


図 6 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**55.4414**	0.0000	**-50.0004**	0.0000	**11367.7819**	0.0000
		55.4414	0.0000	-50.0004	0.0000	**-8632.3691**	0.0000
2	1	-55.4406	0.0000	-49.9996	0.0000	11367.6096	0.0000
		-55.4406	0.0000	-49.9996	0.0000	-8632.2399	0.0000
3	1	**14.4119**	0.0000	**-19.9999**	0.0000	**3676.4468**	0.0000
		14.4119	0.0000	-19.9999	0.0000	**-4323.5067**	0.0000
4	1	-14.4116	0.0000	-20.0001	0.0000	3676.5114	0.0000
		-14.4116	0.0000	-20.0001	0.0000	-4323.5354	0.0000
5	1	**-29.9992**	0.0000	**41.0293**	0.0000	**-12308.8159**	0.0000
		-29.9992	0.0000	41.0293	0.0000	-0.0323	0.0000
6	1	-29.9992	0.0000	41.0293	0.0000	-0.0323	0.0000
		-29.9992	0.0000	41.0293	0.0000	12308.7513	0.0000
7	1	**-20.0000**	0.0000	**14.4117**	0.0000	**-4323.5067**	0.0000
		-20.0000	0.0000	14.4117	0.0000	0.0144	0.0000
8	1	-20.0000	0.0000	14.4117	0.0000	0.0144	0.0000
		-20.0000	0.0000	14.4117	0.0000	4323.5354	0.0000

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
2	**0.92748326E+00**	0.00000000E+00	0.78925968E-05	0.00000000E+00	**0.13491887E-02**	0.00000000E+00
3	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
4	0.92746913E+00	0.00000000E+00	-0.23462962E-04	0.00000000E+00	0.13491675E-02	0.00000000E+00
5	**0.18656083E+01**	0.00000000E+00	0.40933669E-05	0.00000000E+00	**0.71088946E-03**	0.00000000E+00
6	0.18655988E+01	0.00000000E+00	-0.35413053E-04	0.00000000E+00	0.71090361E-03	0.00000000E+00
7	0.92747617E+00	0.00000000E+00	-0.93783237E-05	0.00000000E+00	-0.67451067E-03	0.00000000E+00
8	0.18656036E+01	0.00000000E+00	-0.14597766E-04	0.00000000E+00	-0.35534950E-03	0.00000000E+00

$$\theta_2 = \varphi_2 / K_0 = 13.676 \frac{100}{1.0137 \cdot 10^6} = 1.349 \cdot 10^{-3}$$

$$\theta_3 = \varphi_3 / K_0 = 7.206 \frac{100}{1.0137 \cdot 10^{-6}} = 7.109 \cdot 10^{-2}$$

続いて、第８８話における以下の例題の解の検証を、SPACE を用いて行う。

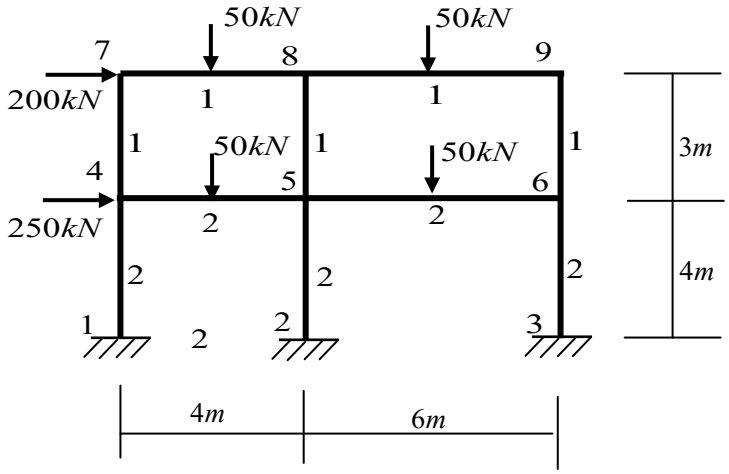
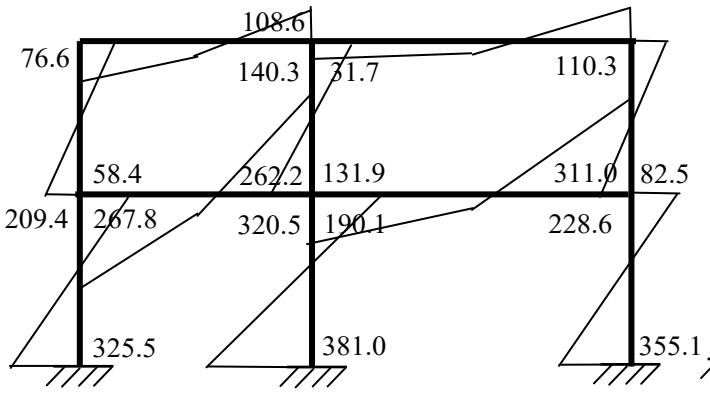


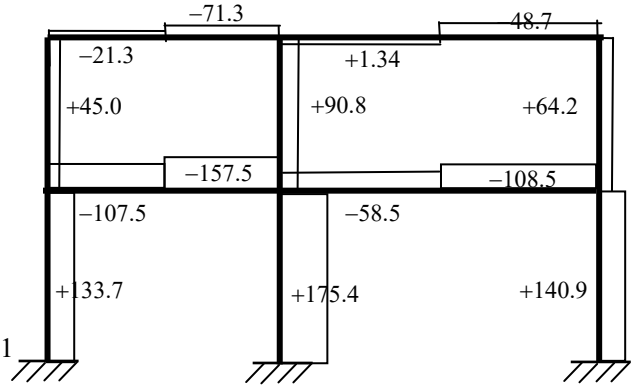
図 8 例題の骨組と荷重

3：図 8 に示す両端固定 2 層・2 スパンの骨組＋鉛直+水平荷重(ex88_1)

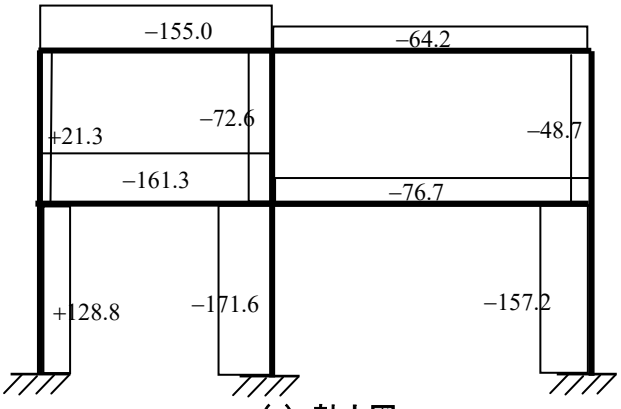
数値解析で用いた骨組の形状は $l_1 = 4m, l_2 = 6m, h_1 = 4m, h_2 = 3m$ で、鉛直方向集中荷重は $P = 50kN$ 、水平荷重は $P_2 = 250kN, P_3 = 200kN$ として、柱頭に加えられている。たわみ角法で求めた断面力図を以下に示す。



(a) 曲げモーメント図



(b) せん断力図



(c) 軸力図

図 9 たわみ角法で求めた断面力図

たわみ角法による理論解と比較するため、前例題と同様に、剛比を元に断面二次モーメントを変更する。また軸方向変位を無視するため、断面積を 10000 倍に設定する。 **2 階の柱 $c2$ の断面二次モーメントを I_0 とすると、各部材の断面二次モーメントは以下のようになる。**

$$I_{c1}=2I_0\frac{h_1}{h_2}=2\cdot12800\frac{4}{3}=34133.3;I_{b1}=2I_0\frac{l_1}{h_2}=2\cdot12800\frac{4}{3}=34133.3;I_{b2}=2I_0\frac{l_2}{h_2}=2\cdot12800\frac{6}{3}=51200$$

$$I_{b3}=I_0\frac{l_1}{h_2}=12800\frac{4}{3}=1706.67;I_{b4}=I_0\frac{l_2}{h_2}=12800\frac{6}{3}=25600$$

次のように各部材の断面特性を変更して数値解析を行う。

			E	G	A	Ix	Iy	Iz
b1	1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.6200E+06	0.1928E+02	**0.3413E+05**	0.9840E+03
b2	2	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.6200E+06	0.1928E+02	**0.5120E+05**	0.9840E+03
c1	3	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.9100E+06	0.1992E+05	**0.3413E+05**	0.1280E+05
c2	4	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.9100E+06	0.1992E+05	**0.1280E+05**	0.1280E+05
b3	5	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.6200E+06	0.1928E+02	**0.1707E+05**	0.9840E+03
b4	6	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.6200E+06	0.1928E+02	**0.2560E+05**	0.9840E+03

各層の床位置における水平変位は、部材角を用いて次のように求められる。ここでは、標準剛度とする部材の断面二次モーメントは12800 cm^4、ヤング係数は 20500kN/cm^2 とする。まず、断面二次モーメントとヤング係数を用いて、標準剛度の値を求める。

$$K_0=\frac{2EI}{h_2}=\frac{2\cdot20500\cdot12800}{300}=1.7493\cdot10^6\,kNcm$$

次に、以下に各階の水平変位を求める。ここでは、ψ の単位が $kNcm$ に変換されていることに注意されたい。

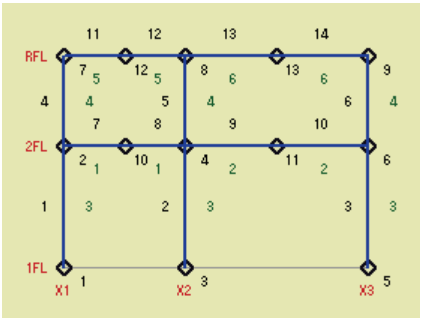
$$\delta_1=R_1h_1=\frac{-\psi_1h_1}{-3K_0}=\frac{220.79\cdot100\cdot400}{3\cdot1.7493\cdot10^6}=\frac{8.832\cdot10^6}{5.2479\cdot10^6}=1.683cm$$

$$\delta_2=\delta_1+R_2h_2=0.917+\frac{-\psi_2h_2}{-3K_0}$$

$$=1.683+\frac{214.38\cdot100\cdot300}{3\cdot1.7493\cdot10^6}=1.683+\frac{6.431\cdot10^6}{5.2479\cdot10^6}=2.908cm$$

$$\begin{Bmatrix}\varphi_4\\ \varphi_5\\ \varphi_6\\ \varphi_7\\ \varphi_8\\ \varphi_9\\ \psi_1\\ \psi_2\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}58.05\\ 30.28\\ 53.24\\ 39.86\\ 21.88\\ 25.44\\ -220.79\\ -214.38\end{Bmatrix}$$

図 10 たわみ角法で求めた節点回転角と部材角



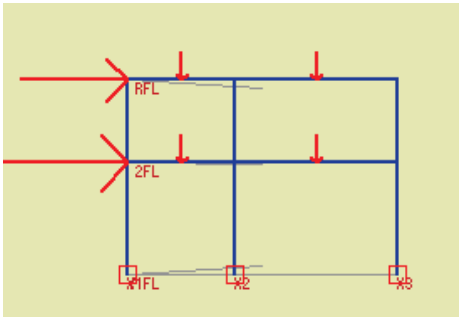


図 11 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

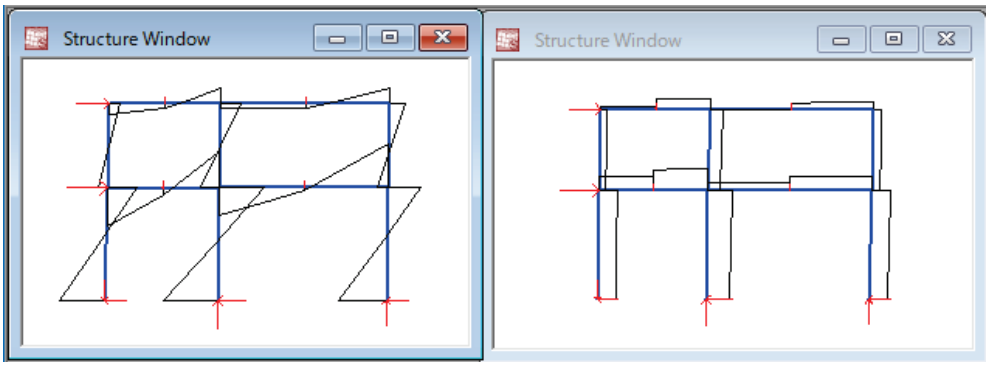


図 12 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	128.8177	0.0000	−133.7125	0.0000	**32547.9188**	0.0000
		128.8177	0.0000	−133.7125	0.0000	**−20937.0650**	0.0000
2	1	−171.6228	0.0000	−175.3658	0.0000	**38101.6532**	0.0000
		−171.6228	0.0000	−175.3658	0.0000	**−32044.6669**	0.0000
3	1	−157.1912	0.0000	−140.9234	0.0000	**33509.3049**	0.0000
		−157.1912	0.0000	−140.9234	0.0000	**−22860.0653**	0.0000
4	1	21.3090	0.0000	−45.0071	0.0000	**5841.4597**	0.0000
		21.3090	0.0000	−45.0071	0.0000	**−7660.6701**	0.0000
5	1	−72.6467	0.0000	−90.7553	0.0000	13193.2112	0.0000
		−72.6467	0.0000	−90.7553	0.0000	−14033.3671	0.0000
6	1	−48.6606	0.0000	−64.2385	0.0000	8245.4097	0.0000
		−48.6606	0.0000	−64.2385	0.0000	−11026.1348	0.0000
7	1	−161.2937	0.0000	107.5080	0.0000	−26778.5247	0.0000
		−161.2937	0.0000	107.5080	0.0000	−5276.9338	0.0000
8	1	−161.2937	0.0000	157.5080	0.0000	−5276.9338	0.0000
		−161.2937	0.0000	157.5080	0.0000	26224.6573	0.0000
9	1	−76.6840	0.0000	58.5312	0.0000	−19013.2209	0.0000
		−76.6840	0.0000	58.5312	0.0000	−1453.8730	0.0000
10	1	−76.6840	0.0000	108.5312	0.0000	−1453.8730	0.0000
		−76.6840	0.0000	108.5312	0.0000	31105.4751	0.0000
11	1	−154.9927	0.0000	21.3087	0.0000	−7660.6701	0.0000
		−154.9927	0.0000	21.3087	0.0000	−3398.9400	0.0000
12	1	−154.9927	0.0000	71.3087	0.0000	−3398.9400	0.0000
		−154.9927	0.0000	71.3087	0.0000	10862.7902	0.0000
13	1	−64.2381	0.0000	−1.3388	0.0000	−3170.5770	0.0000
		−64.2381	0.0000	−1.3388	0.0000	−3572.2212	0.0000
14	1	−64.2381	0.0000	48.6612	0.0000	−3572.2212	0.0000
		−64.2381	0.0000	48.6612	0.0000	11026.1348	0.0000

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
2	0.16828803E+01	0.00000000E+00	−0.11364112E−04	0.00000000E+00	0.33186516E−02	0.00000000E+00
3	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
4	**0.16828753E+01**	0.00000000E+00	−0.17806105E−04	0.00000000E+00	0.17312273E−02	0.00000000E+00
5	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
6	0.16828716E+01	0.00000000E+00	−0.17496632E−04	0.00000000E+00	0.30437999E−02	0.00000000E+00
7	0.29084063E+01	0.00000000E+00	−0.21308582E−04	0.00000000E+00	0.22787065E−02	0.00000000E+00
8	0.29084013E+01	0.00000000E+00	−0.29261524E−04	0.00000000E+00	0.12509553E−02	0.00000000E+00
9	**0.29083984E+01**	0.00000000E+00	−0.28566325E−04	0.00000000E+00	0.14542085E−02	0.00000000E+00
10	0.16828778E+01	0.00000000E+00	−0.10320440E+00	0.00000000E+00	−0.12624456E−02	0.00000000E+00
11	0.16828735E+01	0.00000000E+00	0.44833448E−01	0.00000000E+00	−0.11937575E−02	0.00000000E+00
12	0.29084039E+01	0.00000000E+00	−0.99050038E−01	0.00000000E+00	−0.88238565E−03	0.00000000E+00
13	0.29083998E+01	0.00000000E+00	−0.91968603E−01	0.00000000E+00	−0.67629269E−03	0.00000000E+00

付２０話　異形ラーメンの応力解析（基礎９４話）

ex94_1; ex96_1

今回は、図 1 に示す 2 つの異形ラーメンについて、SPACE を用いて数値解析し、その結果とたわみ角法により求めた断面力と節点変位とを比較・検証する。

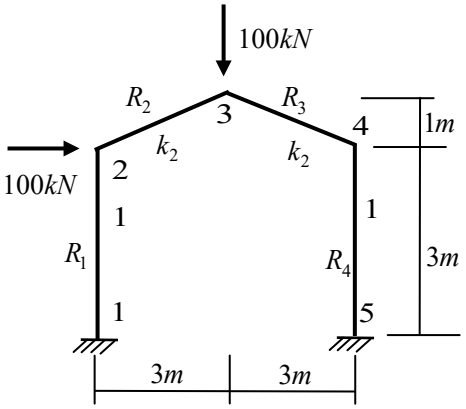


図 1 山形ラーメン

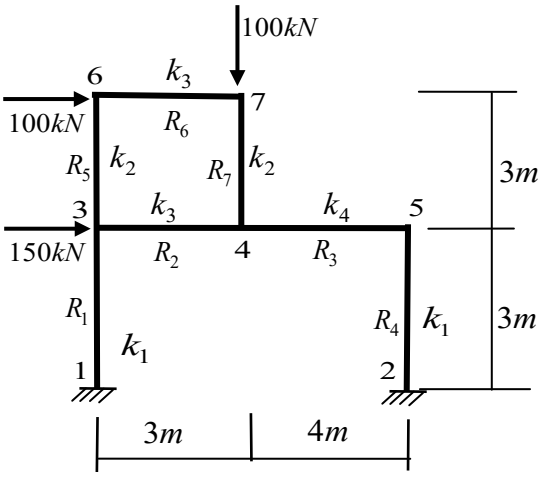
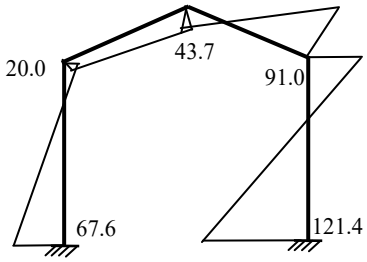


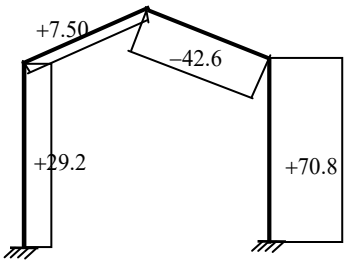
図 2 柱抜けのある異形ラーメン

1：図 1(a)に示す山形ラーメン(ex94_1)

数値解析で用いた骨組の形状は、スパンが $l = 6m$ で、階高 $h_1 = 3m$ で、屋根部の高さ $h_2 = 1m$ である。



(a)曲げモーメント図



(b) せん断力図

図 3 山形ラーメンの断面力図

$$\begin{Bmatrix} \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \\ \psi_1 \\ \psi_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 47.63 \\ -19.49 \\ 30.36 \\ -115.25 \\ -151.72 \end{Bmatrix}$$

図 4 たわみ角法による変位

梁、柱共に同じ H 型断面を使用する。材質は SS400、H400x200x8x13 であり、断面二次モーメントは 23500cm^4 であり、ヤング係数は 20500kN/cm^2 とする。柱の剛比 k_1 を 1 とすると、梁の剛比は次式となる。ここで、l_2 は梁 1 本の長さであり、l は骨組スパン長の 6m である。

$$K_0 = \frac{2EI}{h_1};\quad K_2 = \frac{2EI}{l_2};\quad l_2 = \sqrt{3^2+1^2} = 3.162;\quad \frac{h_2}{h_1} = 0.333;\quad k_2 = \frac{2EI/l_2}{2EI/h_1} = \frac{300}{316.2} = 0.9487$$

たわみ角法で求めた図 4 の節点回転角と部材角より、節点 2 の水平方向変位と節点 3 の鉛直方向変位を求めてみよう。標準剛度 K_0 は次式で与えられる。

$$K_0 = \frac{2EI}{h_1} = \frac{2 \cdot 20500 \cdot 23500}{300} = 3.212 \cdot 10^6 \, kNcm$$

従って、節点 2 の水平方向変位は、

$$\delta_2 = R_1 h_1 = \frac{\psi_1 h_1}{-3K_0} = \frac{-115.25 \cdot 100 \cdot 300}{-3 \cdot 3.212 \cdot 10^6} = 0.358cm$$

となり、同様に節点 3 の鉛直方向変位は次のように計算される。

$$\delta_3 = R_1 \frac{l}{2} = \frac{\psi_2}{-3K_0} \frac{l}{2} = \frac{-54.75 \cdot 100 \cdot 300}{-3 \cdot 3.212 \cdot 10^6} = 0.170cm$$

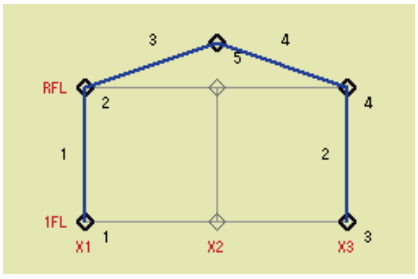


図 5 解析モデルの節点番号と部材番号

SPACE で使用した梁・柱部材の断面特性は、次のとおりである。

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.8300E+05	0.3568E+02	**0.2350E+05**	0.1740E+04
2	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.8300E+05	0.3568E+02	**0.2350E+05**	0.1740E+04

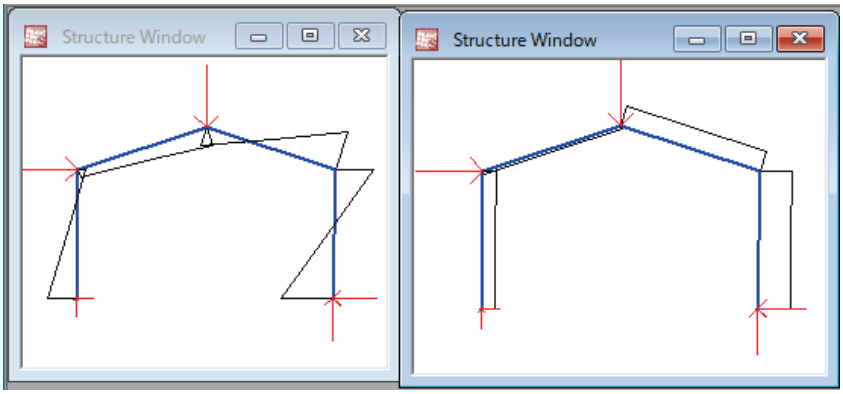


図 7 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

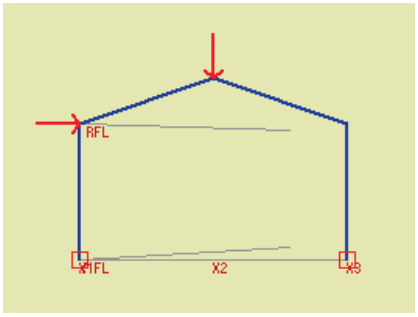


図 6 解析モデルの荷重と支持状態

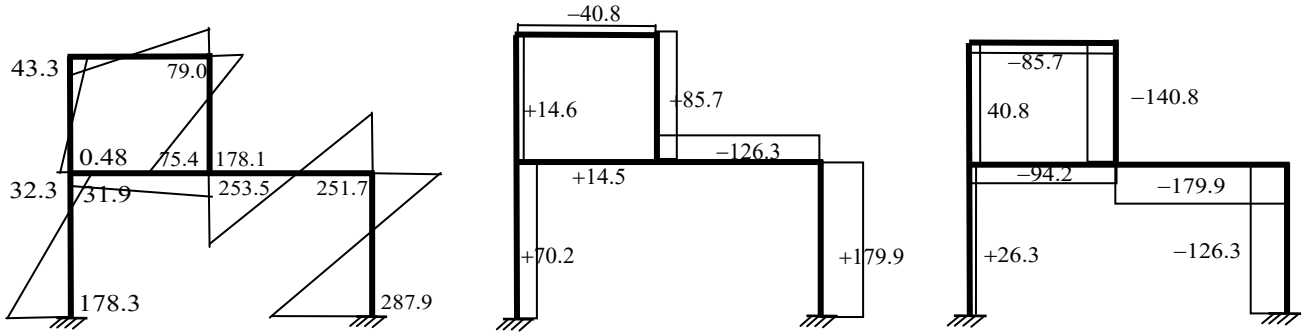
SPACE で求めた数値計算結果を以下に示す。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**-31.4998**	0.0000	**-29.2087**	0.0000	**6763.3056**	0.0000
		-31.4998	0.0000	-29.2087	0.0000	**-1999.2921**	0.0000
2	1	**-68.4993**	0.0000	**-70.7922**	0.0000	**12136.9911**	0.0000
		-68.4993	0.0000	**-70.7922**	0.0000	**-9100.6634**	0.0000
3	1	-77.1200	0.0000	**-7.4975**	0.0000	**-1999.2921**	0.0000
		-77.1200	0.0000	-7.4975	0.0000	**-4370.1990**	0.0000
4	1	-88.8203	0.0000	**42.5986**	0.0000	**-4370.1990**	0.0000
		-88.8203	0.0000	42.5986	0.0000	**9100.6634**	0.0000

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
2	**0.35892016E+00**	0.00000000E+00	-0.85666716E-05	0.00000000E+00	0.14833462E-02	0.00000000E+00
3	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
4	0.47244376E+00	0.00000000E+00	-0.16043132E-04	0.00000000E+00	0.94540557E-03	0.00000000E+00
5	0.41568434E+00	0.00000000E+00	**-0.17034744E+00**	0.00000000E+00	-0.60716755E-03	0.00000000E+000

2：図 1(b)に示す柱抜けのある異形ラーメン(ex96_1)

数値解析で用いた骨組の形状は、スパンが $l_1=3m, l_2=4m$ で、階高 $h_1=3m, h_2=3m$ である。



(a) 曲げモーメント図　(b) せん断力図　(c) 軸力図

図 8 柱抜けのある異形ラーメンの断面力図

ここでは、全て同じ H 型断面を使用する。材質は SS400、 断面は H400x200x8x13 とする。使用する独立部材角は R_1, R_2, R_5 である。

たわみ角法で求めた図 9 の節点回転角と部材角より、水平方向変位と第 2 層床中央柱の鉛直方向変位を求める。基準剛度は次の値となる。

$$K_0=\frac{2EI}{h_1}=\frac{2\cdot 20500\cdot 23500}{300}=3.212\cdot 10^6\, kNcm$$

従って、第 1 層柱頭及び第 2 層柱頭の水平方向変位は、

$$\delta_2=R_1h_1=\frac{\psi_1'h_1}{-3K_0}=\frac{-324.18\cdot 100\cdot 300}{-3\cdot 3.212\cdot 10^6}=1.01cm$$

$$\delta_2=\delta_1+R_5h_2=\frac{\psi_1'h_1}{-3K_0}+\frac{\psi_5'h_2}{-3K_0}=1.01+\frac{-393.57\cdot 100\cdot 300}{-3\cdot 3.212\cdot 10^6}=2.24cm$$

同じく、第 2 層床中央柱の鉛直方向変位は次式のように計算される。

$$\delta_5=R_2l_1=\frac{\psi_2'l_1}{-3K_0}=\frac{-298.85\cdot 100\cdot 300}{-3\cdot 3.212\cdot 10^6}=0.93cm$$

$$\begin{Bmatrix}\varphi_3\\ \varphi_4\\ \varphi_5\\ \varphi_6\\ \varphi_7\\ \psi_1'\\ \psi_2'\\ \psi_5'\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}145.95\\ 38.78\\ 36.28\\ 102.15\\ 137.87\\ -324.18\\ -298.85\\ -393.57\end{Bmatrix}$$

図 9 たわみ角法による変位

SPACE で使用した梁・柱部材の断面特性は、次のとおりである。

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	0.2050E+05	0.7900E+04	0.8300E+05	0.3568E+02	0.2350E+05	0.1740E+04
2	1	0.2050E+05	0.7900E+04	0.8300E+05	0.3568E+02	0.2350E+05	0.1740E+04

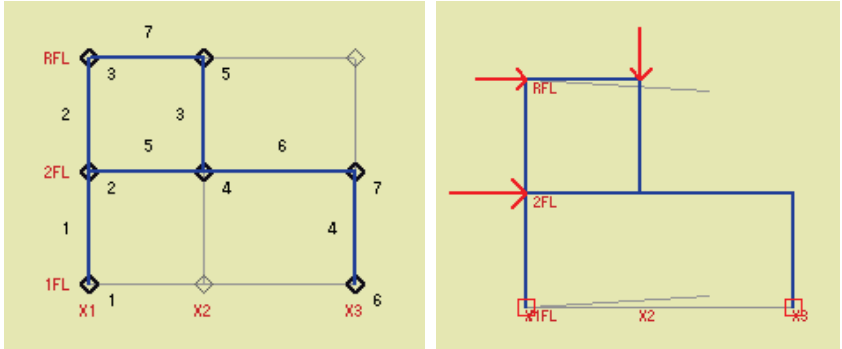


図 10 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

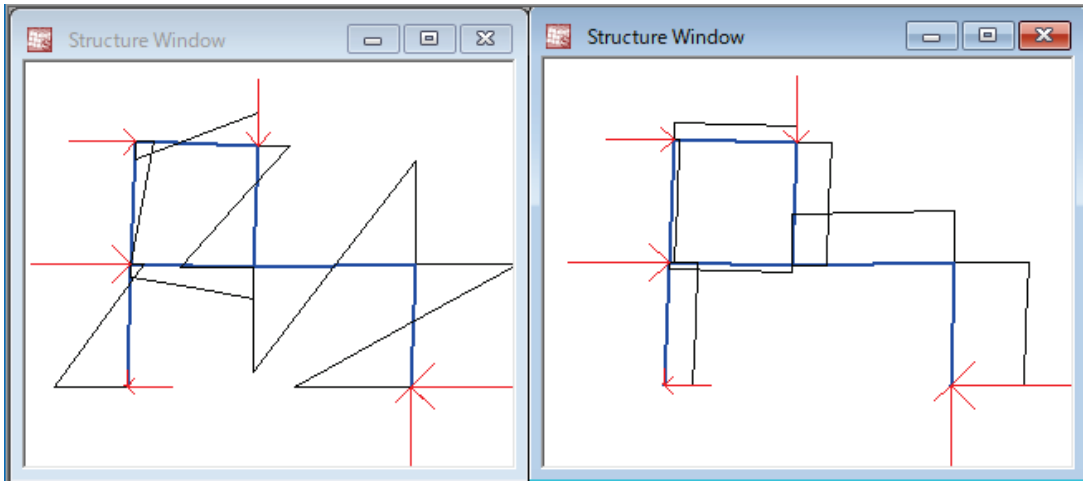


図 11 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

SPACE で求めた数値計算結果を以下に示す。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**26.2710**	0.0000	**-70.1712**	0.0000	**17822.7163**	0.0000
		26.2710	0.0000	-70.1712	0.0000	**-3228.6367**	0.0000
2	1	40.7834	0.0000	-14.2799	0.0000	**-47.4894**	0.0000
		40.7834	0.0000	-14.2799	0.0000	**-4331.4632**	0.0000
3	1	-140.7825	0.0000	-85.7209	0.0000	**17812.7638**	0.0000
		-140.7825	0.0000	-85.7209	0.0000	**-7903.5147**	0.0000
4	1	**-126.2689**	0.0000	**-179.8297**	0.0000	**28788.5022**	0.0000
		-126.2689	0.0000	-179.8297	0.0000	**-25160.3977**	0.0000
5	1	-94.1089	0.0000	-14.5129	0.0000	**-3181.1474**	0.0000
		-94.1089	0.0000	-14.5129	0.0000	**-7535.0026**	0.0000
6	1	-179.8286	0.0000	126.2704	0.0000	**-25347.7664**	0.0000
		-179.8286	0.0000	126.2704	0.0000	**25160.3977**	0.0000
7	1	-85.7197	0.0000	40.7833	0.0000	**-4331.4632**	0.0000
		-85.7197	0.0000	40.7833	0.0000	**7903.5147**	0.0000

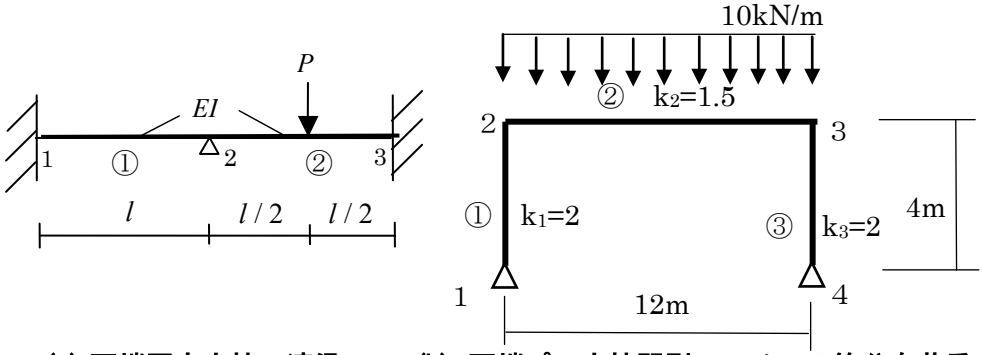
節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
2	**0.10093449E+01**	0.00000000E+00	-0.38405624E-05	0.00000000E+00	0.45440830E-02	0.00000000E+00
3	**0.22347460E+01**	0.00000000E+00	-0.69359758E-05	0.00000000E+00	0.31806312E-02	0.00000000E+00
4	0.10093433E+01	0.00000000E+00	**-0.93051577E+00**	0.00000000E+00	0.12074509E-02	0.00000000E+00
5	0.22347445E+01	0.00000000E+00	-0.93055087E+00	0.00000000E+00	0.42928425E-02	0.00000000E+00
6	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
7	0.10093391E+01	0.00000000E+00	-0.30735468E-04	0.00000000E+00	0.11296641E-02	0.00000000E+00

付２１話　固定法の解析手法誘導（基礎９９話）

ex75_1; ex102_1

今回から固定法で求めた例題の断面力を、SPACE により検証する。固定法で求めた結果を検証する際、固定法における仮定と反復計算を行っていることを常に意識してほしい。解析仮定はたわみ角法と同様、せん断変形及び軸方向変位を考慮しておらず、また、**求めた解は、反復打ち切りによる収束不足や分割率などの計算四捨五入で誤差を常に含む。**

ここでは、最も簡単な構造である次の 2 つの例題を用いて、数値計算と理論解との比較を行う。梁の断面は全て同一で *EI* は一定とする。



(a) 両端固定支持の連梁　　(b) 両端ピン支持門型ラーメン＋等分布荷重

図 1 固定法で解析した骨組

1：図 1(a)に示す両端固定支持の連梁＋右梁中央集中荷重(ex75_1)

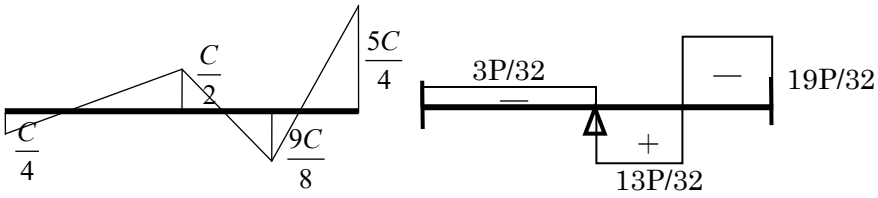
数値解析で用いた連梁の形状と荷重は、梁スパン $l=5m$ で、集中荷重 $P=10kN$ である。この連梁は、付 17 話のたわみ角法での検証において既にお話しした。ここでは、その数値解析結果を用いることにする。以下に固定法により求めた断面力図と各箇所の断面力を示す。

$$C=\frac{Pl}{8}=\frac{10\cdot 5}{8}=6.25kNm$$

$$M_1=C/4=\frac{10\cdot 5}{32}=1.5625kNm;\quad M_2=-C/2=-\frac{10\cdot 5}{16}=-3.125kNm$$

$$M_c=9C/8=\frac{9\cdot 10\cdot 5}{64}=7.0313kNm;\quad M_3=-5C/4=-\frac{5\cdot 10\cdot 5}{32}=-7.8125kNm$$

$$Q_1=-3P/32=-0.9375kN;\quad Q_{2L}=13P/32=4.0625;\quad Q_{2R}=-19P/32=-5.9375kN$$



(a) 曲げモーメント図　　(b) せん断力図

図 2 両端固定支持の連梁

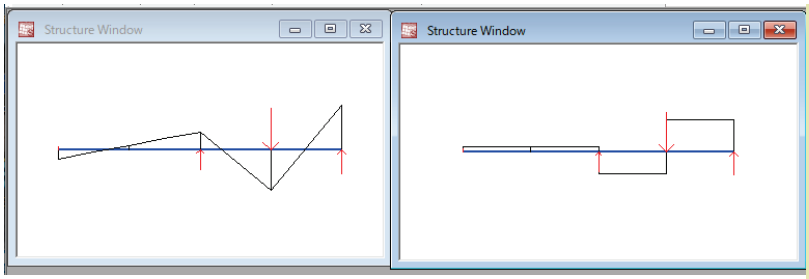


図 4 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

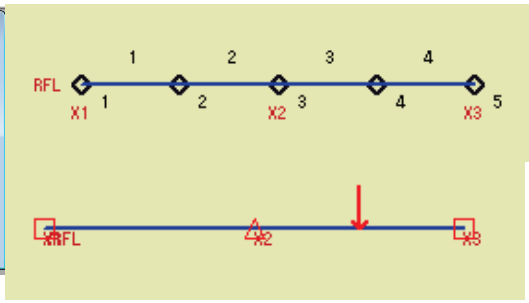


図 3 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

解析的に求めた断面力はたわみ角法で求めた解と全く同一であり、当然、SPACE による解の検証も同じである。そちらを参照されたい。

使用した梁の断面特性は、次のとおりである。

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.3697E+02	0.7750E+01	**0.3960E+04**	0.2940E+03

この例題では反復計算は 1 回であることから、φ_2 は次式で与えられる。

$$\varphi_2 = \frac{\bar{M}_2}{2\sum k_i} = \frac{C}{2(1+1)} = \frac{C}{4}$$

実際の回転角 θ_2 は、標準剛度による変数変換より、次式となる。

$$\theta_2 = \frac{\varphi_2}{K_0} = \frac{l}{2EI_b}\frac{C}{4} = \frac{Pl^2}{64EI_b} = \frac{10\cdot 500^2}{64\cdot 20500\cdot 3960} = 4.812\cdot 10^{-4}$$

未知変数が 1 つであるため、反復計算が必要なく、固定法の解は理論解と一致する。

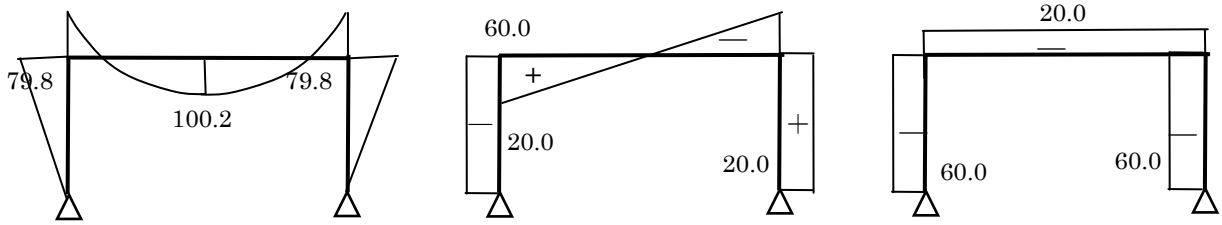
部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	0.0000	0.0000	**0.9375**	0.0000	**-156.2500**	0.0000
		0.0000	0.0000	0.9375	0.0000	78.1250	0.0000
2	1	0.0000	0.0000	0.9375	0.0000	78.1250	0.0000
		0.0000	0.0000	0.9375	0.0000	**312.5000**	0.0000
3	1	0.0000	0.0000	-4.0625	0.0000	312.5000	0.0000
		0.0000	0.0000	**-4.0625**	0.0000	**-703.1250**	0.0000
4	1	0.0000	0.0000	5.9375	0.0000	-703.1250	0.0000
		0.0000	0.0000	**5.9375**	0.0000	**781.2500**	0.0000

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
2	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.30073987E-01	0.00000000E+00	-0.12029595E-03	0.00000000E+00
3	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	**0.48118379E-03**	0.00000000E+00
4	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.11027129E+00	0.00000000E+00	-0.12029595E-03	0.00000000E+00
5	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00

2：図 1(b)に示す両端ピン支持門型ラーメン＋等分布荷重(ex102_1)

骨組の形状は、スパンが $l=12m$ 、階高が $h=4m$ であり、荷重は

$p_w = 10kN/m$ の等分布である。



(a) 曲げモーメント図　　(b) せん断力図　　(c) 軸力図

図 5　図 1(b)の両端ピン支持の門型ラーメンの断面力図

柱の曲げ剛性を標準剛度 K_0 の 2 倍とし、梁の断面二次モーメントを調整して使用する。梁の剛比 k_b は

$$k_b = \frac{K}{K_0} = \frac{2EI_b/l}{2EI_0/h} = \frac{I_b}{I_0}\frac{h}{l} \leftarrow K_0 = \frac{2EI_0}{h}$$

であり、例題では、梁の剛比が 1.5 であることより、梁の断面二次モーメントは骨組の形状より、

$$1.5 = \frac{I_b}{I_0}\frac{h}{l} \rightarrow I_b = 1.5I_0\frac{l}{h} = 1.5\cdot\frac{12}{4}I_0 = 4.5I_0 \rightarrow$$

$$I_c = 2I_0; \quad I_b = 4.5I_0$$

とすれば良い。ここで、標準剛度の断面二次モーメントを $I_0 = 14200$ とすると、梁・柱部材の断面二次モーメントは以下のようになる。

$$I_c = 2I_0 = 2\cdot 14200 = 28400; \quad I_b = 4.5I_0 = 63900$$

ここでは、断面二次モーメントを変更し、剛比を合わせた断面特性を使用する。

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.9500E+05	0.4684E+02	**0.6390E+05**	0.1870E+04
2	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.1020E+06	0.2218E+05	**0.2840E+05**	0.1420E+05

等分布荷重を等価な集中荷重、つまり全荷重が同じになるように置き換える。ここでは、梁を 10 分割し、各節点に $P = 12kN$ を加える。ただし、両柱に $6kN$ 加えているため、梁に加わる全荷重は等分布荷重よりも少ない。図 7 のように曲げモーメント分布は良く合っているが、梁中央部の曲げモーメントは 0.8%程度大きくなり、梁の曲げモーメント分布は理論解より、全体的に下がっている。

以下に、SPACE による数値解析結果を示す。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**-59.9998**	0.0000	**19.7994**	0.0000	0.0000	0.0000
		-59.9998	0.0000	19.7994	0.0000	**7919.7765**	0.0000

2	1	-60.0002	0.0000	-19.8004	0.0000	0.0000	0.0000
		-60.0002	0.0000	-19.8004	0.0000	**-7920.1794**	0.0000
3	1	**-19.7999**	0.0000	**-53.9997**	0.0000	7919.7765	0.0000
		-19.7999	0.0000	-53.9997	0.0000	1439.8167	0.0000
4	1	-19.7999	0.0000	-41.9997	0.0000	1439.8167	0.0000
		-19.7999	0.0000	-41.9997	0.0000	-3600.1431	0.0000
5	1	-19.7999	0.0000	-29.9997	0.0000	-3600.1431	0.0000
		-19.7999	0.0000	-29.9997	0.0000	-7200.1029	0.0000
6	1	-19.7999	0.0000	-17.9997	0.0000	-7200.1029	0.0000
		-19.7999	0.0000	-17.9997	0.0000	-9360.0626	0.0000
7	1	-19.7999	0.0000	-5.9997	0.0000	-9360.0626	0.0000
		-19.7999	0.0000	-5.9997	0.0000	**-10080.0223**	0.0000
8	1	-19.7999	0.0000	6.0003	0.0000	-10080.0223	0.0000
		-19.7999	0.0000	6.0003	0.0000	-9359.9820	0.0000
9	1	-19.7999	0.0000	18.0003	0.0000	-9359.9820	0.0000
		-19.7999	0.0000	18.0003	0.0000	-7199.9417	0.0000
10	1	-19.7999	0.0000	30.0003	0.0000	-7199.9417	0.0000
		-19.7999	0.0000	30.0003	0.0000	-3599.9014	0.0000
11	1	-19.7999	0.0000	42.0003	0.0000	-3599.9014	0.0000
		-19.7999	0.0000	42.0003	0.0000	1440.1390	0.0000
12	1	-19.7999	0.0000	54.0003	0.0000	1440.1390	0.0000
		-19.7999	0.0000	54.0003	0.0000	7920.1794	0.0000

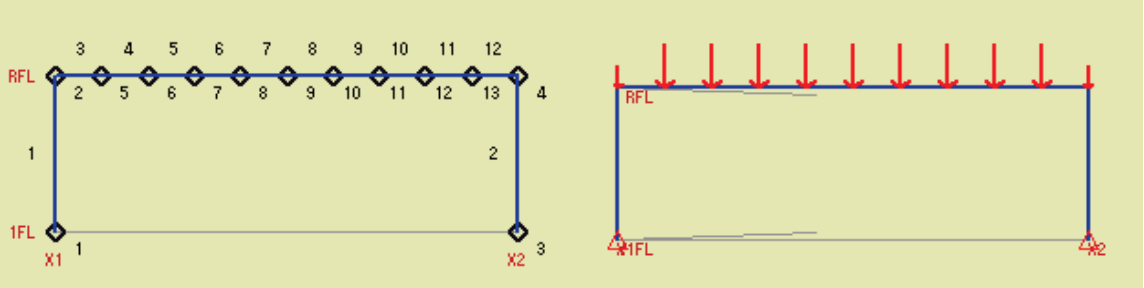


図 6 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

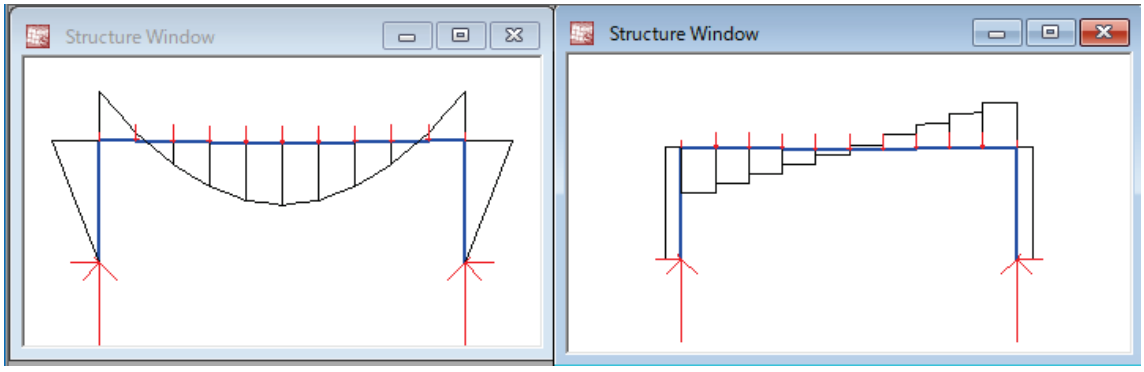


図 7 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

付２２話　固定法による節点移動のない不静定構造の応力解析(基礎１０３話)

ex84_1; ex104_1
ex104_2

今回は、節点移動のない場合について、固定法の解の検証を行う。課題は次の 2 例である。

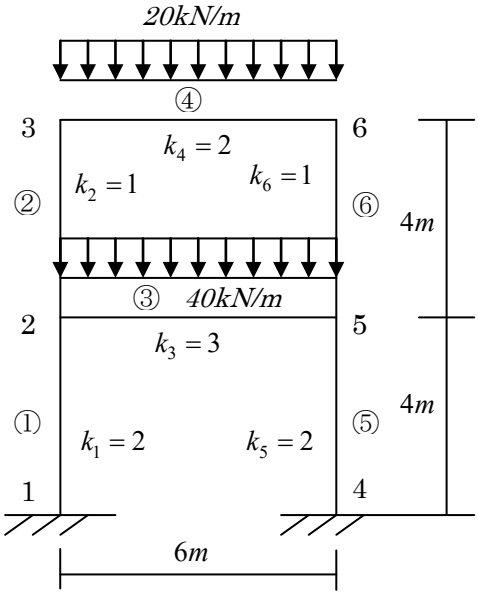


図 1 課題 1 の骨組

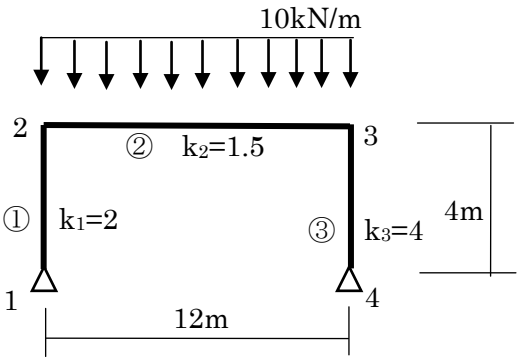


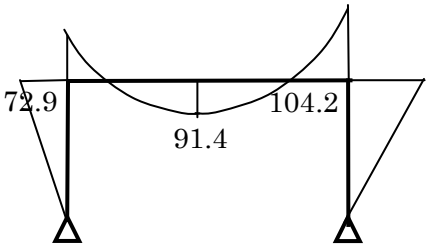
図 2 課題 2 の骨組

1：図 1 に示す両端固定 2 層骨組＋鉛直等分布荷重(ex84_1)

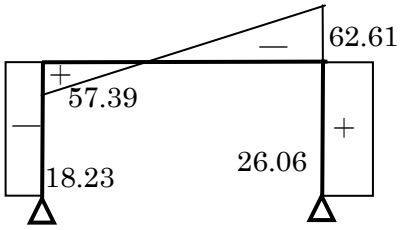
図 1 の課題 1 は、既に付 19 話で扱っており、SPACE による数値計算結果はそちらを参照されたい。両者の断面力を比較すると、反復計算を途中で打ち切っているにも拘らず、比較的良い一致を示す。節点移動のない場合は、収束が早く、誤差が小さいことが要因であると思われる。

2：図 2 に示す両端ピン支持門型ラーメン＋等分布荷重(ex104_1)

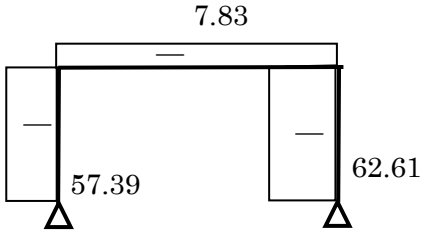
骨組の形状は、スパンが $l=12m$ 、階高が $h=4m$ であり、荷重は $p_w=10kN/m$ の等分布である。特徴として、このモデルは、柱の曲げ剛性が異なるため、対称変形・対称応力状態にはならない。



(a) 曲げモーメント図



(b) せん断力図



(c) 軸力図

図 3　課題 2 の断面力図

左柱の曲げ剛性を標準剛度 K_0 の 2 倍とし、梁の断面二次モーメントを調整して使用する。例えば、梁の剛比 k_b は

$$k_b = \frac{K}{K_0} = \frac{2EI_b / l}{2EI_0 / h} = \frac{I_b}{I_0}\frac{h}{l} \leftarrow K_0 = \frac{2EI_0}{h}$$

であり、例題では、梁の剛比が 1.5 であることより、梁の断面二次モーメントは、骨組の形状より、次のようにすれば良い。

$$1.5 = \frac{I_b}{I_0}\frac{h}{l} \rightarrow I_b = 1.5I_0\frac{l}{h} = 1.5\cdot\frac{12}{4}I_0 = 4.5I_0 \rightarrow I_b = 4.5I_0$$

また、左右の柱の断面二次モーメントは、部材長さが同じなので、

$$I_{cL} = 2I_0; \quad I_{cR} = 4I_0$$

となる。ここで、標準剛度の断面二次モーメントを $I_0 = 14200$ とすると、梁・柱部材の断面二次モーメントは以下のようになる。

$$I_{cL} = 2I_0 = 2\cdot 14200 = 28400; \quad I_{cR} = 4I_0 = 56800; \quad I_b = 4.5I_0 = 63900$$

断面二次モーメントを変更し、剛比をモデルに合わせた断面特性を使用する。また、軸方向変位を無視するため、断面積を 1000 倍する。

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	**0.9500E+05**	0.4684E+02	**0.6390E+05**	0.1870E+04
2	**1**	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.1020E+06	0.2218E+05	**0.2840E+05**	0.1420E+05
3	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.1020E+06	0.2218E+05	**0.5680E+05**	0.1420E+05

等分布荷重を等価な集中荷重、つまり全荷重を同じになるようにして、置き換える。ここでは、梁を 10 分割し、各節点に 12kN を加える。ただし、両柱に 6kN 加えているため、梁に加わる総荷重は、等分布荷重よりも少ない。

SPACE による解析結果を以下に示す。

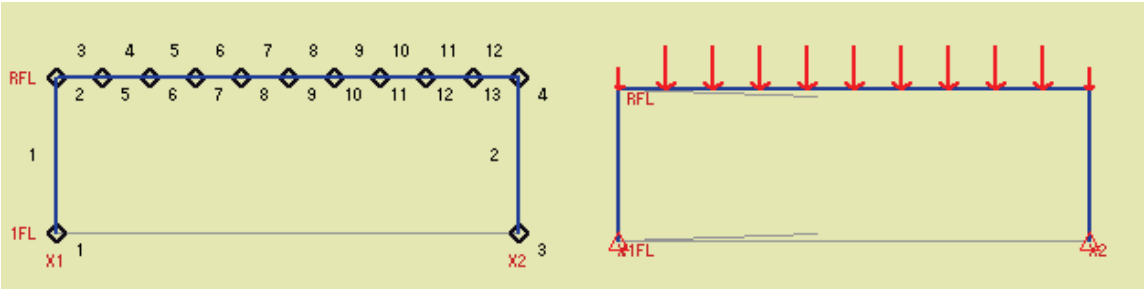


図 4 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**-59.9998**	0.0000	**21.5995**	0.0000	0.0000	0.0000
		-59.9998	0.0000	21.5995	0.0000	**8639.7906**	0.0000
2	1	-60.0002	0.0000	-21.6005	0.0000	0.0000	0.0000
		-60.0002	0.0000	-21.6005	0.0000	**-8640.1935**	0.0000
3	1	**-21.6000**	0.0000	-53.9997	0.0000	8639.7906	0.0000
		-21.6000	0.0000	**-53.9997**	0.0000	2159.8308	0.0000
4	1	-21.6000	0.0000	-41.9997	0.0000	2159.8308	0.0000

		-21.6000	0.0000	-41.9997	0.0000	-2880.1290	0.0000
5	1	-21.6000	0.0000	-29.9997	0.0000	-2880.1290	0.0000
		-21.6000	0.0000	-29.9997	0.0000	-6480.0888	0.0000
6	1	-21.6000	0.0000	-17.9997	0.0000	-6480.0888	0.0000
		-21.6000	0.0000	-17.9997	0.0000	-8640.0485	0.0000
7	1	-21.6000	0.0000	-5.9997	0.0000	-8640.0485	0.0000
		-21.6000	0.0000	-5.9997	0.0000	**-9360.0082**	0.0000
8	1	-21.6000	0.0000	6.0003	0.0000	-9360.0082	0.0000
		-21.6000	0.0000	6.0003	0.0000	-8639.9679	0.0000
9	1	-21.6000	0.0000	18.0003	0.0000	-8639.9679	0.0000
		-21.6000	0.0000	18.0003	0.0000	-6479.9276	0.0000
10	1	-21.6000	0.0000	30.0003	0.0000	-6479.9276	0.0000
		-21.6000	0.0000	30.0003	0.0000	-2879.8873	0.0000
11	1	-21.6000	0.0000	42.0003	0.0000	-2879.8873	0.0000
		-21.6000	0.0000	42.0003	0.0000	2160.1531	0.0000
12	1	-21.6000	0.0000	54.0003	0.0000	2160.1531	0.0000
		-21.6000	0.0000	54.0003	0.0000	8640.1935	0.0000

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.14839197E-02	0.00000000E+00
2	**-0.19783716E+00**	0.00000000E+00	-0.98170731E-05	0.00000000E+00	0.14840605E-02	0.00000000E+00
3	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.60258529E-07	0.00000000E+00
4	-0.19785048E+00	0.00000000E+00	-0.98170203E-05	0.00000000E+00	-0.14839991E-02	0.00000000E+00
5	-0.19783850E+00	0.00000000E+00	-0.21371263E+00	0.00000000E+00	0.19787187E-02	0.00000000E+00
6	-0.19783983E+00	0.00000000E+00	-0.45379630E+00	0.00000000E+00	0.19457266E-02	0.00000000E+00
7	-0.19784115E+00	0.00000000E+00	-0.66485757E+00	0.00000000E+00	0.15169979E-02	0.00000000E+00
8	-0.19784249E+00	0.00000000E+00	-0.80732286E+00	0.00000000E+00	0.82444615E-03	0.00000000E+00
9	-0.19784382E+00	0.00000000E+00	-0.85744822E+00	0.00000000E+00	-0.15379083E-07	0.00000000E+00
10	-0.19784515E+00	0.00000000E+00	-0.80731934E+00	0.00000000E+00	-0.82447322E-03	0.00000000E+00
11	-0.19784649E+00	0.00000000E+00	-0.66485137E+00	0.00000000E+00	-0.15170140E-02	0.00000000E+00
12	-0.19784781E+00	0.00000000E+00	-0.45378920E+00	0.00000000E+00	-0.19457241E-02	0.00000000E+00
13	-0.19784914E+00	0.00000000E+00	-0.21370733E+00	0.00000000E+00	-0.19786903E-02	0.00000000E+00

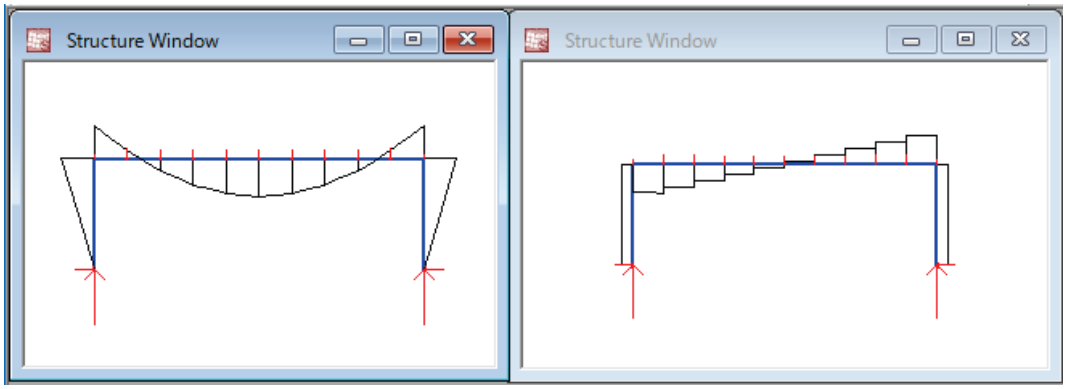


図 5 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

固定法では水平外力がゼロにもかかわらず、左右の柱におけるせん断力の和がゼロとはならず、水平方向の力の釣合がとれていない。一方、SPACE の解はせん断力の釣合がとれており、また柱頭での水平変位が生じている。これは、両者の境界条件が異なるためであり、次に、柱頭の水平方向変位を拘束したモデルの解析を行い、結果の比較を行う。

3：図 2 に示す柱頭水平方向支持＋両端ピン支持門型ラーメン＋等分布荷重(ex104_2)

ここでは、前例モデルに、右柱頭の水平方向変位を拘束したモデルを作成し、SPACE で応力解析を行い、固定法の解と比較する。

下記の数値解析結果を見ると、柱頭の曲げモーメントは、集中荷重に変換したにもかかわらず、固定法の解と比較的良い一致を示している。特に、両柱のせん断力の差は 7.74kN、一方固定法のそれは 7.83ｋN と良い一致を示している。これからも、節点移動のない場合の固定法は、柱頭に仮想の支持を設けている場合に対応することが分かる。

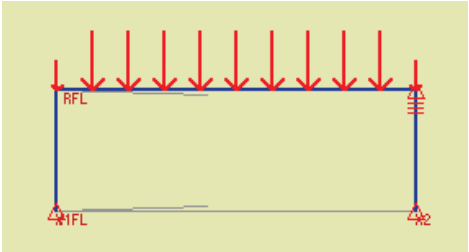


図 6 解析モデルの荷重と支持状態
(右柱頭に水平方向支持)

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**-57.4175**	0.0000	**18.0781**	0.0000	0.0000	0.0000
		-57.4175	0.0000	18.0781	0.0000	**7231.2486**	0.0000
2	1	**-62.5825**	0.0000	**-25.8261**	0.0000	0.0000	0.0000
		-62.5825	0.0000	-25.8261	0.0000	**-10330.4533**	0.0000
3	1	-18.0786	0.0000	**-51.4173**	0.0000	7231.2486	0.0000
		-18.0786	0.0000	-51.4173	0.0000	1061.1690	0.0000
4	1	-18.0786	0.0000	-39.4173	0.0000	1061.1690	0.0000
		-18.0786	0.0000	-39.4173	0.0000	-3668.9106	0.0000
5	1	-18.0786	0.0000	-27.4173	0.0000	-3668.9106	0.0000
		-18.0786	0.0000	-27.4173	0.0000	-6958.9902	0.0000
6	1	-18.0786	0.0000	-15.4173	0.0000	-6958.9902	0.0000
		-18.0786	0.0000	-15.4173	0.0000	-8809.0698	0.0000
7	1	-18.0786	0.0000	-3.4173	0.0000	-8809.0698	0.0000
		-18.0786	0.0000	-3.4173	0.0000	**-9219.1493**	0.0000
8	1	-18.0786	0.0000	8.5827	0.0000	-9219.1493	0.0000
		-18.0786	0.0000	8.5827	0.0000	-8189.2288	0.0000
9	1	-18.0786	0.0000	20.5827	0.0000	-8189.2288	0.0000
		-18.0786	0.0000	20.5827	0.0000	-5719.3083	0.0000
10	1	-18.0786	0.0000	32.5827	0.0000	-5719.3083	0.0000
		-18.0786	0.0000	32.5827	0.0000	-1809.3878	0.0000
11	1	-18.0786	0.0000	44.5827	0.0000	-1809.3878	0.0000
		-18.0786	0.0000	44.5827	0.0000	3540.5327	0.0000
12	1	-18.0786	0.0000	56.5827	0.0000	3540.5327	0.0000
		-18.0786	0.0000	**56.5827**	0.0000	10330.4533	0.0000

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.82800933E-03	0.00000000E+00
2	0.11139526E-04	0.00000000E+00	-0.10983830E-04	0.00000000E+00	0.16561022E-02	0.00000000E+00
3	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.59146073E-03	0.00000000E+00
4	**0.00000000E+00**	0.00000000E+00	-0.11971775E-04	0.00000000E+00	-0.11829215E-02	0.00000000E+00
5	0.10025573E-04	0.00000000E+00	-0.22718464E+00	0.00000000E+00	0.20359221E-02	0.00000000E+00
6	0.89116202E-05	0.00000000E+00	-0.46866176E+00	0.00000000E+00	0.19164790E-02	0.00000000E+00
7	0.77976683E-05	0.00000000E+00	-0.67244560E+00	0.00000000E+00	0.14296863E-02	0.00000000E+00
8	0.66837151E-05	0.00000000E+00	-0.80236906E+00	0.00000000E+00	0.70745754E-03	0.00000000E+00
9	0.55697628E-05	0.00000000E+00	-0.83809453E+00	0.00000000E+00	-0.11829394E-03	0.00000000E+00
10	0.44558101E-05	0.00000000E+00	-0.77511412E+00	0.00000000E+00	-0.91565470E-03	0.00000000E+00
11	0.33418576E-05	0.00000000E+00	-0.62474954E+00	0.00000000E+00	-0.15527112E-02	0.00000000E+00
12	0.22279050E-05	0.00000000E+00	-0.41415212E+00	0.00000000E+00	-0.18975502E-02	0.00000000E+00
13	0.11139525E-05	0.00000000E+00	-0.18630275E+00	0.00000000E+00	-0.18182581E-02	0.00000000E+00

付２３話　固定法による節点移動のある場合の解析手法の誘導(基礎１０５話)

ex106_1; ex104_1
ex106_2

今回は、節点移動のある場合について、固定法による解を SPACE により検証する。課題は次の 3 例である。

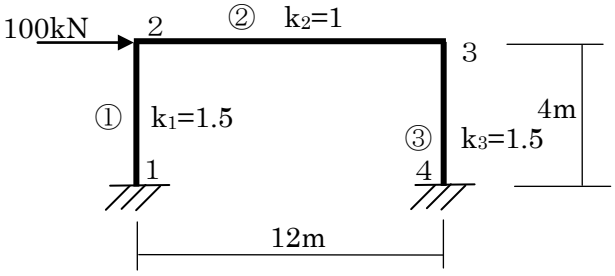


図 1(a)　課題 1 の骨組

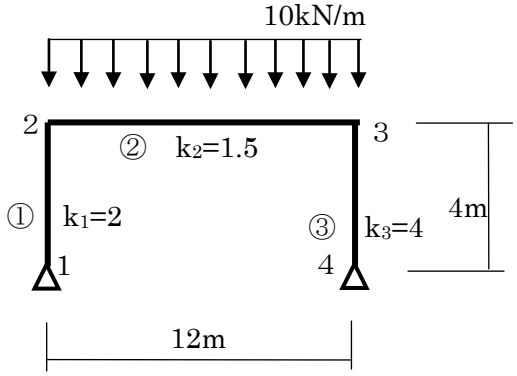


図 1(b)　課題 2 の骨組

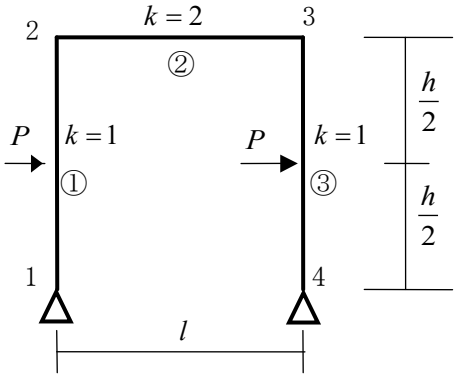
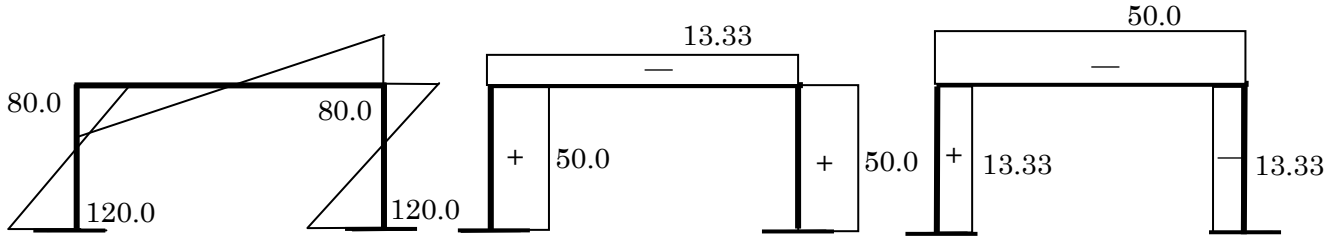


図 1(c)　課題 3 の骨組

1：図 1(a)に示す両端固定支持門型ラーメン＋柱頭水平荷重(ex106_1)

骨組の形状はスパンが $l=12m$、階高が $h=4m$ であり、荷重は $P=100kN$ の柱頭水平荷重である。固定法で求めた断面力分布を以下に示す。



(a)　曲げモーメント図　　**(b)　せん断力図**　　**(c)　軸力図**

図 2　課題 1 の断面力図

ここでは、梁の剛度を標準剛度 K_0 とし、柱の断面二次モーメントを調整して使用する。柱の剛比 k_c は

$$k_c=\frac{K}{K_0}=\frac{2EI_c/h}{2EI_b/l}=\frac{I_c}{I_b}\frac{l}{h} \leftarrow K_0=\frac{2EI_b}{l}$$

であり、このモデルでは、柱の剛比が 1.5 であることより、柱の断面二次モーメントは、骨組の形状より次のようにすれば良い。

$$1.5=\frac{I_c}{I_b}\frac{l}{h}\rightarrow I_c=1.5I_b\frac{h}{l}=1.5\cdot\frac{4}{12}I_b=0.5I_b\rightarrow I_c=0.5I_b$$

標準剛度の断面二次モーメントを $I_b=23500$ とすると、柱部材の断面二次モーメントは以下のようになる。

$$I_c=0.5I_b=0.5\cdot 23500=11750\leftarrow\quad I_b=23500$$

ここでは、断面二次モーメントを次のように変更して、モデルの剛比に合わせた断面特性を使用する。

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.8300E+05	0.3568E+02	**0.2350E+05**	0.1740E+04
2	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.9100E+05	0.1992E+05	**0.1175E+05**	0.1280E+05

SPACE による解析結果を以下に示す。この解析結果は固定法で求めた断面力分布と良い一致を示す。

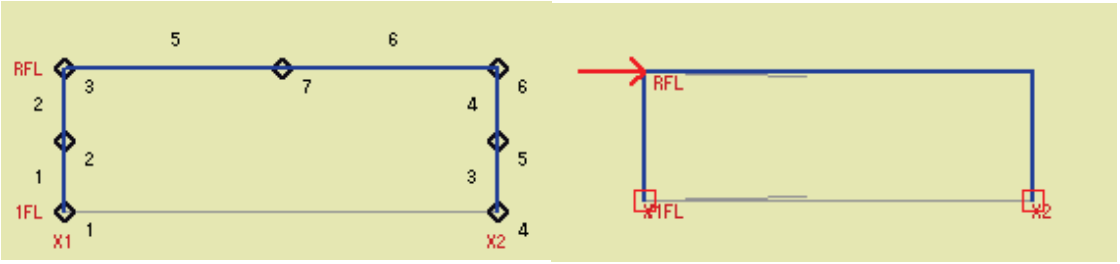


図 3 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**13.3337**	0.0000	**-50.0003**	0.0000	**12000.1020**	0.0000
		13.3337	0.0000	-50.0003	0.0000	2000.0322	0.0000
2	1	13.3337	0.0000	-50.0003	0.0000	2000.0322	0.0000
		13.3337	0.0000	-50.0003	0.0000	**-8000.0376**	0.0000
3	1	-13.3329	0.0000	-49.9997	0.0000	11999.9029	0.0000
		-13.3329	0.0000	-49.9997	0.0000	1999.9725	0.0000
4	1	-13.3329	0.0000	-49.9997	0.0000	1999.9725	0.0000
		-13.3329	0.0000	-49.9997	0.0000	-7999.9580	0.0000
5	1	**-49.9995**	0.0000	**13.3333**	0.0000	-8000.0376	0.0000
		-49.9995	0.0000	13.3333	0.0000	-0.0398	0.0000
6	1	-49.9995	0.0000	13.3333	0.0000	-0.0398	0.0000
		-49.9995	0.0000	13.3333	0.0000	7999.9580	0.0000

次に、柱頭の水平変位を求めてみよう。柱の部材角は、$\psi=-100X_1$ で与えられていた。ここで、求めた X_1 を代入すると、部材角が得られる。ここで用いた未定定数は、基礎 106 話より $X_1=1.0666$ である。従って、部材角 ψ は、

$$\psi=-100X_1=-106.66$$

この部材角を用いて、柱頭の水平変位を求める。柱頭の水平変位は、標準剛度を K_0 とすると、次式で与えられる。

$$\delta = Rh = h \cdot \psi / 3K_0 = 400 \cdot 21.79 / 3K_0$$

さらに、標準剛度は $K_0 = 2EI_b / l$ であり、上式に代入すると、水平変位は次のようになり、SPACE の解と良い一致を示す。

$$\delta = Rh = h \cdot \psi / (3K_0) = 400 \cdot 1200 \cdot 100 \cdot 106.66 / (6EI_o)$$
$$= 400 \cdot 1200 \cdot 100 \cdot 106.66 / (6 \cdot 20500 \cdot 23500) = 1.7712cm$$

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
2	0.71960521E+00	0.00000000E+00	-0.46109117E-05	0.00000000E+00	0.58121989E-02	0.00000000E+00
3	**0.17713382E+01**	0.00000000E+00	-0.12009728E-04	0.00000000E+00	0.33212781E-02	0.00000000E+00
4	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
5	0.71959257E+00	0.00000000E+00	-0.74697268E-05	0.00000000E+00	0.58120913E-02	0.00000000E+00
6	0.17713031E+01	0.00000000E+00	-0.17727274E-04	0.00000000E+00	0.33211790E-02	0.00000000E+00
7	0.17713206E+01	0.00000000E+00	-0.29744859E-04	0.00000000E+00	-0.16606072E-02	0.00000000E+00

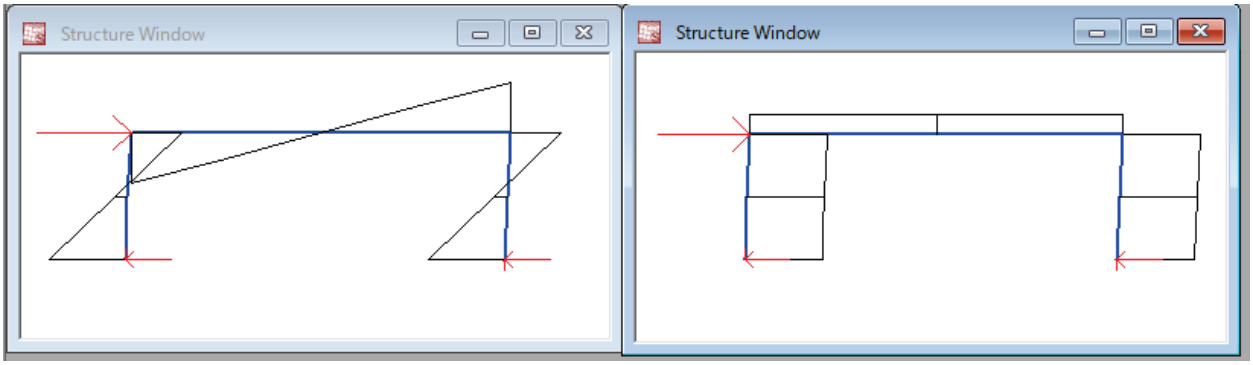
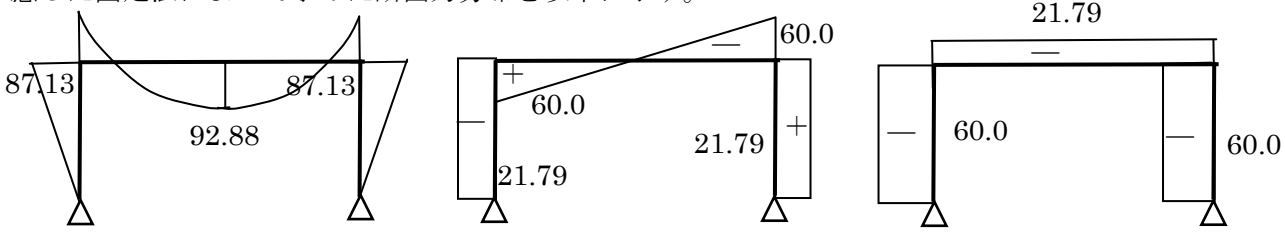


図 4 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

2：図 1(b)に示す両端ピン支持門型ラーメン＋等分布荷重(ex104_1)

骨組の形状は、スパンが $l = 12m$ 、階高が $h = 4m$ であり、荷重は $p_w = 10kN/m$ の等分布である。特徴として、このモデルは、柱の曲げ剛性が異なるため、対称変形・対称応力状態にはならない。節点移動を考慮した固定法によって求めた断面力分布を以下に示す。



(a) 曲げモーメント図　**(b) せん断力図**　**(c) 軸力図**

図 5 課題 2 の断面力図

このモデルは、付２２話で既にお話した。その際のパラメータ設定を参照されたい。モデルの剛比と合わせるために、標準剛度の断面二次モー

メントを $I_0=14200$ とすると、梁・柱部材の断面二次モーメントは以下のようになる。ここでは、断面二次モーメントを次のように変更し、剛比をモデルに合わせた断面特性を使用する

$$I_{cL}=2I_0=2\cdot 14200=28400;\quad I_{cR}=4I_0=56800;\quad I_b=4.5I_0=63900$$

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.9500E+05	0.4684E+02	**0.6390E+05**	0.1870E+04
2	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.1020E+06	0.2218E+05	**0.2840E+05**	0.1420E+05
3	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.1020E+06	0.2218E+05	**0.5680E+05**	0.1420E+055

等分布荷重を等価な集中荷重、つまり全荷重が同じとなるように置き換える。ここでは、梁を 10 分割し、各節点に 12kN を加える。ただし、両柱に 6kN 加えているため、梁に加わる総荷重は、等分布荷重よりも少ない。SPACE による解析結果を再度以下に示す。

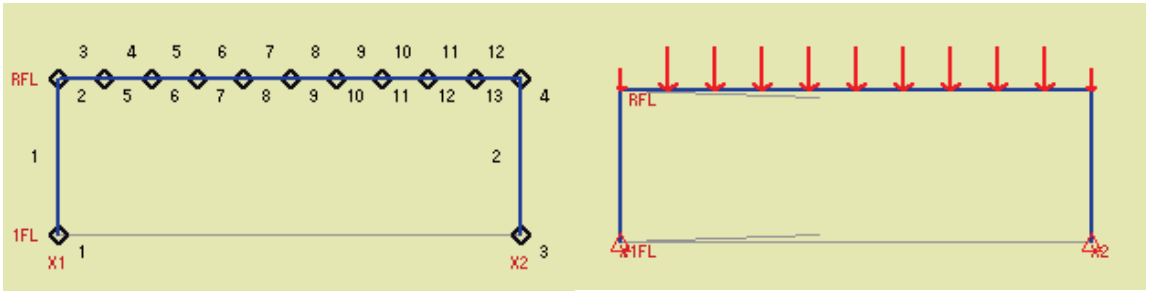


図 6 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**-59.9998**	0.0000	**21.5995**	0.0000	0.0000	0.0000
		-59.9998	0.0000	21.5995	0.0000	**8639.7906**	0.0000
2	1	**-60.0002**	0.0000	-21.6005	0.0000	0.0000	0.0000
		-60.0002	0.0000	-21.6005	0.0000	**-8640.1935**	0.0000
3	1	**-21.6000**	0.0000	**-53.9997**	0.0000	8639.7906	0.0000
		-21.6000	0.0000	-53.9997	0.0000	2159.8308	0.0000
4	1	-21.6000	0.0000	-41.9997	0.0000	2159.8308	0.0000
		-21.6000	0.0000	-41.9997	0.0000	-2880.1290	0.0000
5	1	-21.6000	0.0000	-29.9997	0.0000	-2880.1290	0.0000
		-21.6000	0.0000	-29.9997	0.0000	-6480.0888	0.0000
6	1	-21.6000	0.0000	-17.9997	0.0000	-6480.0888	0.0000
		-21.6000	0.0000	-17.9997	0.0000	-8640.0485	0.0000
7	1	-21.6000	0.0000	-5.9997	0.0000	-8640.0485	0.0000
		-21.6000	0.0000	-5.9997	0.0000	**-9360.0082**	0.0000
8	1	-21.6000	0.0000	6.0003	0.0000	-9360.0082	0.0000
		-21.6000	0.0000	6.0003	0.0000	-8639.9679	0.0000
9	1	-21.6000	0.0000	18.0003	0.0000	-8639.9679	0.0000
		-21.6000	0.0000	18.0003	0.0000	-6479.9276	0.0000
10	1	-21.6000	0.0000	30.0003	0.0000	-6479.9276	0.0000
		-21.6000	0.0000	30.0003	0.0000	-2879.8873	0.0000
11	1	-21.6000	0.0000	42.0003	0.0000	-2879.8873	0.0000
		-21.6000	0.0000	42.0003	0.0000	2160.1531	0.0000
12	1	-21.6000	0.0000	54.0003	0.0000	2160.1531	0.0000
		-21.6000	0.0000	54.0003	0.0000	8640.1935	0.0000

次に、柱の水平変位を求めてみよう。柱の部材角は、$\psi = -100X_1$ で与えられていた。ここで、求めた X_1 を代入すると部材角が得られる。ここで用いた未定定数は、基礎 108 話を参照すると、$X_1 = -0.2179$ である。従って、部材角 ψ は、

$$\psi = -100X_1 = 21.79$$

この部材角を用いて、柱頭の水平変位を求めてみよう。標準剛度を K_0 とすると、次式で与えられる。このように鉛直荷重のみであっても、骨組が対称でないと、柱の剛性が低い方にスウェイする。

$$\delta = Rh = -h \cdot \psi / 3K_0 = -400 \cdot 21.79 / 3K_0$$

さらに、標準剛度は $K_0 = 2EI_0 / h$ であり、上式に代入すると水平変位は次のようになる。

$$\delta = Rh = -h \cdot \psi / (3K_0) = -400^2 \cdot 100 \cdot 21.79 / (6EI_o)$$
$$= -400^2 \cdot 100 \cdot 21.79 / (6 \cdot 20500 \cdot 14200) = -0.1996cm$$

等分布荷重を集中荷重に置き換えたこと、及び反復計算を行っているにもかかわらず、水平変位は良く合っていることが分かる。

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	-0.14839197E-02	0.00000000E+00
2	**-0.19783716E+00**	0.00000000E+00	-0.98170731E-05	0.00000000E+00	0.14840605E-02	0.00000000E+00
3	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.60258529E-07	0.00000000E+00
4	-0.19785048E+00	0.00000000E+00	-0.98170203E-05	0.00000000E+00	-0.14839991E-02	0.00000000E+00
5	-0.19783850E+00	0.00000000E+00	-0.21371263E+00	0.00000000E+00	0.19787187E-02	0.00000000E+00
6	-0.19783983E+00	0.00000000E+00	-0.45379630E+00	0.00000000E+00	0.19457266E-02	0.00000000E+00
7	-0.19784115E+00	0.00000000E+00	-0.66485757E+00	0.00000000E+00	0.15169979E-02	0.00000000E+00
8	-0.19784249E+00	0.00000000E+00	-0.80732286E+00	0.00000000E+00	0.82444615E-03	0.00000000E+00
9	-0.19784382E+00	0.00000000E+00	-0.85744822E+00	0.00000000E+00	-0.15379083E-07	0.00000000E+00
10	-0.19784515E+00	0.00000000E+00	-0.80731934E+00	0.00000000E+00	-0.82447322E-03	0.00000000E+00
11	-0.19784649E+00	0.00000000E+00	-0.66485137E+00	0.00000000E+00	-0.15170140E-02	0.00000000E+00
12	-0.19784781E+00	0.00000000E+00	-0.45378920E+00	0.00000000E+00	-0.19457241E-02	0.00000000E+00
13	-0.19784914E+00	0.00000000E+00	-0.21370733E+00	0.00000000E+00	-0.19786903E-02	0.00000000E+00

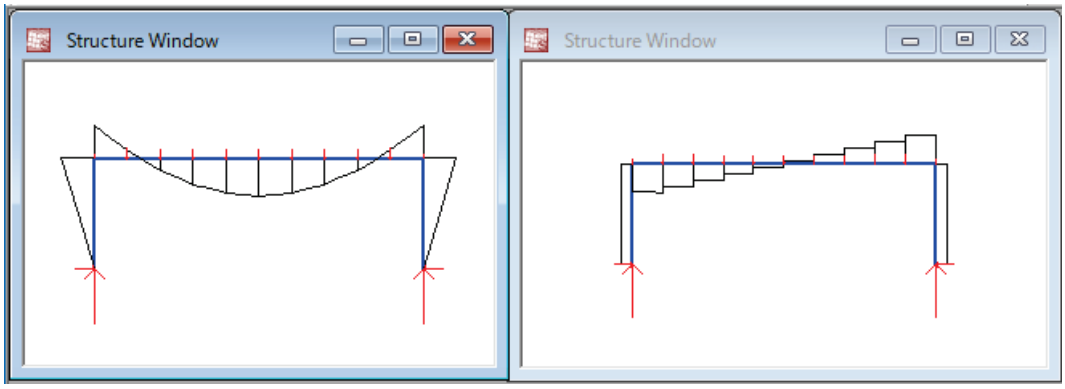
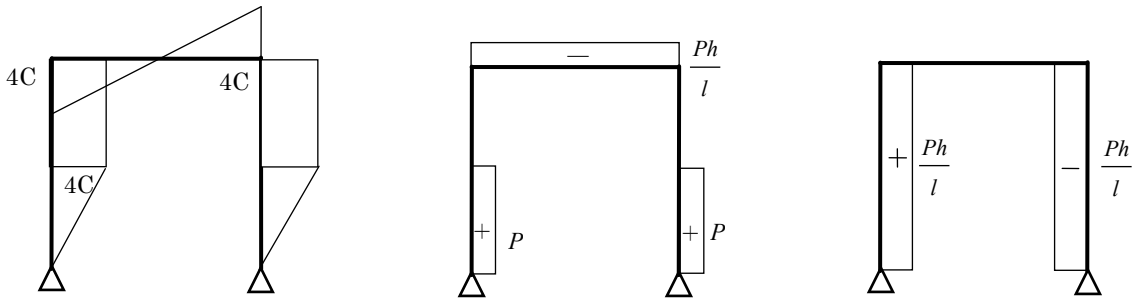


図 7 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

3：図 1(c)に示す逆対称条件を用いた門型ラーメン(ex106_2)

固定法で求めた断面力図を以下に示す。このモデルは 1 次の不静定構造であるが、逆対称条件を用いると、静定構造と同様に断面力分布が決定する。そのため既に、付 8 話の図 1(b)の例題で、SPACE を用いた数値計算を行っている。今回はこの結果とも比較してみよう。



(a) 曲げモーメント図　　(b) せん断力図　　(c) 軸力図

図 8　課題 3 の断面力図

骨組の形状は、スパン $l=6m$ 、階高 $h=3m$ で、柱頭水平荷重を $P=10kN$ とする。固定法で求めた代表的な曲げモーメントとせん断力は次のとおりである。基礎１０９話で学んだように、このモデルでは 1 回の反復で解を求めており、反復打切り誤差や分割率の丸目誤差がなく、得られた結果は正解となっている。

$$M_5 = 4C = 4Ph/8 = 10\cdot 3/2 = 15kNm;$$

$$Q_c = 10kN; Q_b = -Ph/l = -10\cdot 3/6 = -5kN; N_c = Ph/l = 5kN$$

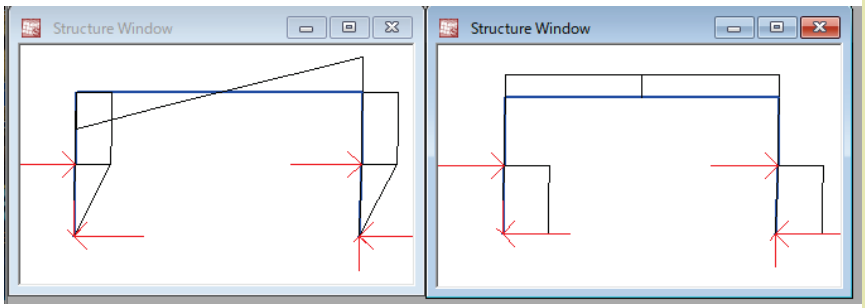


図 10 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

梁の曲げ剛性を標準剛度 K_0 の 2 倍とし、梁の断面二次モーメントを調整して使用する。梁の剛比 k_b は

$$k_b = \frac{K}{K_0} = \frac{2EI_b/l}{2EI_0/h} = \frac{I_b}{I_0}\frac{h}{l} \leftarrow K_0 = \frac{2EI_0}{h}$$

であり、このモデルでは、梁の剛比が 2.0 であることより、梁の断面二次モーメントは、骨組の形状より次のようにすれば良い。

$$2.0 = \frac{I_b}{I_0}\frac{h}{l} \rightarrow I_b = 2I_0\frac{l}{h} = 2\cdot\frac{6}{3}I_0 = 4I_0 \rightarrow I_b = 4I_c$$

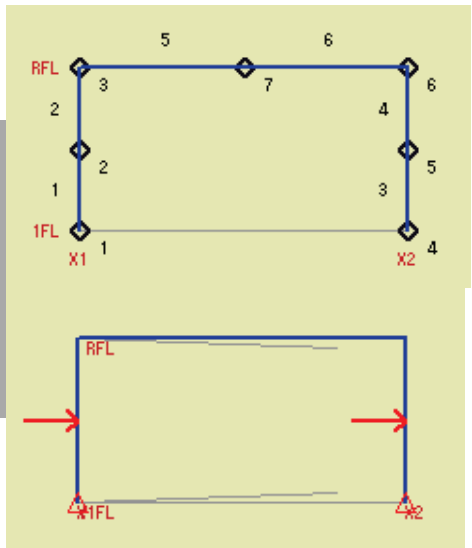


図 9 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

ここで、標準剛度の断面二次モーメントを$I_0=10100$とすると、梁・柱部材の断面二次モーメントは以下のようになる。

$$I_c = I_0 = 10100; \quad I_b = 4I_0 = 4 \cdot 10100 = 40400$$

ここでは、断面二次モーメントを次のように変更し、モデルに合わせた断面特性を使用する。1 が梁、2 が柱の断面特性である。

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.4600E+05	0.9870E+01	**0.4040E+05**	0.5080E+03
2	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.1090E+06	0.1618E+05	**0.1010E+05**	0.1010E+05

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**5.0001**	0.0000	**-10.0000**	0.0000	0.0000	0.0000
		5.0001	0.0000	-10.0000	0.0000	**-1500.0000**	0.0000
2	1	5.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1500.0000	0.0000
		5.0000	0.0000	0.0000	0.0000	**-1500.0000**	0.0000
3	1	-4.9999	0.0000	-10.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-4.9999	0.0000	-10.0000	0.0000	-1500.0000	0.0000
4	1	-5.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1500.0000	0.0000
		-5.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1500.0000	0.0000
5	1	0.0000	0.0000	**5.0000**	0.0000	-1500.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6	1	0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	1500.0000	0.0000

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.18111590E-02	0.00000000E+00
2	0.24450649E+00	0.00000000E+00	-0.17167547E-05	0.00000000E+00	0.12678120E-02	0.00000000E+00
3	**0.35317624E+00**	0.00000000E+00	-0.22932916E-05	0.00000000E+00	0.18111791E-03	0.00000000E+00
4	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.18111590E-02	0.00000000E+00
5	0.24450649E+00	0.00000000E+00	-0.23880439E-05	0.00000000E+00	0.12678120E-02	0.00000000E+00
6	0.35317624E+00	0.00000000E+00	-0.36358701E-05	0.00000000E+00	0.18111791E-03	0.00000000E+00
7	0.35317624E+00	0.00000000E+00	-0.29645767E-05	0.00000000E+00	-0.90555601E-04	0.00000000E+00

次に、柱頭の水平変位を求めてみよう。柱の部材角は、$\psi=-100X_1$で与えられていた。求めたX_1を代入すると、部材角が得られる。ここで用いた未定定数は、基礎 110 話の式(29)より$X_1=13.0$である。また、固定法の計算で$C=100$とおいたことより、部材角ψは次式で与えられる。

$$\psi = -CX_1 = -13 \cdot Ph/8$$

この部材角を用いて、柱頭の水平変位を求める。標準剛度をK_0とすると、水平変位は、

$$\delta = Rh = -h \cdot \psi / 3K_0 = 13Ph^2/(8 \cdot 3K_0)$$

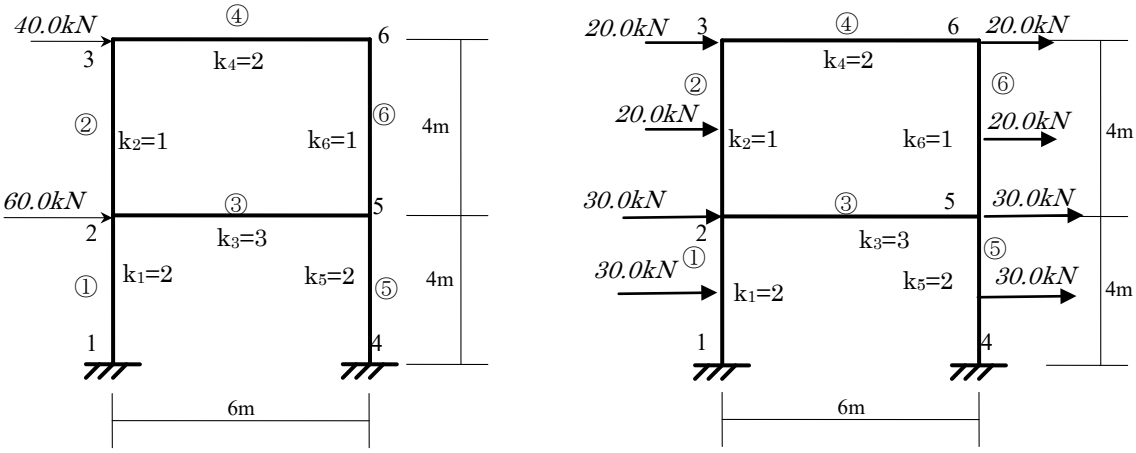
さらに、標準剛度は$K_0 = 2EI_c/h$であり、上式に代入すると、水平変位は次のようになり、SPACE の解と一致する。

$$\delta = Rh = 13Ph^2/(8 \cdot 3K_0) = 13 \cdot 300^3 \cdot 10/(8 \cdot 6EI_o)$$
$$= 13 \cdot 300^3 \cdot 10/(48 \cdot 20500 \cdot 10100) = 0.3532cm$$

付２４話　多層骨組で節点移動のある場合の解析手法の誘導(基礎１１２話)

ex84_2; ex114_1

今回は、節点移動のある場合で多層骨組について、固定法の解の検証を行う。課題は次の 2 例である。

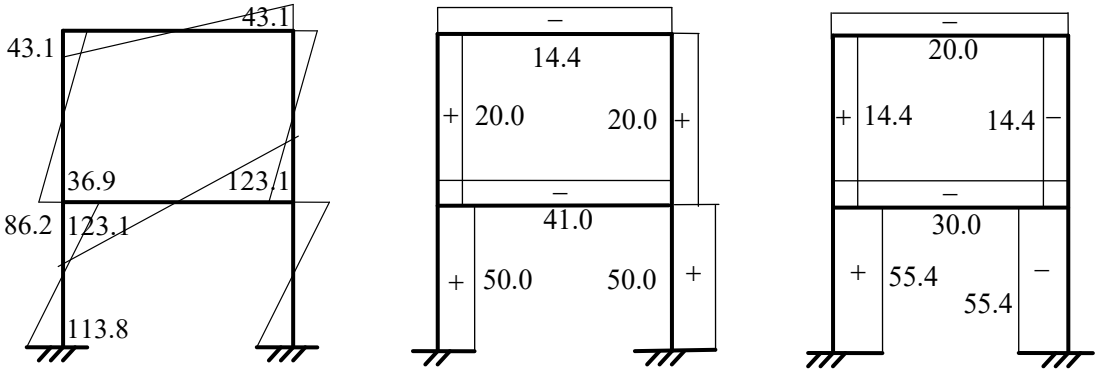


(a) 課題 1 柱頭水平荷重　　(b) 課題 2 柱頭＋柱中間水平荷重

図 1　2 層骨組＋水平荷重

1：図 1(a)に示す両端固定で 2 層骨組＋柱頭水平荷重(ex84_2)

数値解析で用いた骨組の形状と荷重は、$l=6m, h_1=4m, h_2=4m$ で、集中荷重は $P_2=60kN, P_3=40kN$ である。このモデルの数値解析は既に、付 19 話で行われており、その結果を用いて固定法の解を検証する。以下に固定法で求めた断面力分布を示す。



(a) 曲げモーメント図　　(b) せん断力図　　(c) 軸力図

図 2　課題 1 の断面力図

付 19 話では、たわみ角法の解と比較するため、断面二次モーメントを変更すると共に、軸方向変位を無視するため、断面積を 1000 倍に設定した。2 階の柱の断面二次モーメントを I_0 とすると、各部材の断面二

次モーメントは

$$I_{c1}=2I_0=2\cdot 9890=19780;I_{b1}=4.5I_0=44505;I_{b2}=3I_0=29670$$

となる。次のように各部材の断面特性を変更して数値解析を行っている。

			E	G	A	Ix	Iy	Iz
b1	1	1	0.2050E+05	0.7900E+04	0.6200E+05	0.1928E+02	0.4450E+05	0.9840E+03
b2	2	1	0.2050E+05	0.7900E+04	0.6200E+05	0.1928E+02	0.2967E+05	0.9840E+03
c1	3	1	0.2050E+05	0.7900E+04	0.6900E+05	0.1525E+05	0.1978E+05	0.9890E+04
c2	4	1	0.2050E+05	0.7900E+04	0.6932E+02	0.1525E+05	0.9890E+04	0.9890E+04

上記の値を用いて、柱頭の水平変位を求めてみよう。各層の未定係数は、基礎 113 話の式(17)より、

$$X_1=1.4150;\quad X_2=0.7079$$

であり、各層の部材角 ψ は、

$$\psi_1=-50X_1=-50\cdot 1.4150=-70.75;\quad \psi_2=-100X_2=-100\cdot 0.7079=-70.79$$

この部材角を用いて、柱頭の水平変位を求める。標準剛度を K_0 とすると、次式で与えられる。

$$K_0=\frac{2EI}{h_2}=\frac{2\cdot 20500\cdot 9890}{400}=1.0137\cdot 10^6$$

$$\delta_1=R_1h_1=-h_1\psi_1/3K_0$$
$$=70.75\cdot 100\cdot 400/(3K_0)=943333.3/1.0137\cdot 10^6=0.930cm$$

$$\delta_2=R_{II}h_2=-h_2\psi_{II}/3K_0$$
$$=70.79\cdot 100\cdot 400/(3K_0)=943866.7/1.0137\cdot 10^6=0.931cm$$

従って、骨組の最上階の水平変位 δ は、以下となる。

$$\delta=\delta_1+\delta_2=0.930+0.931=1.861cm$$

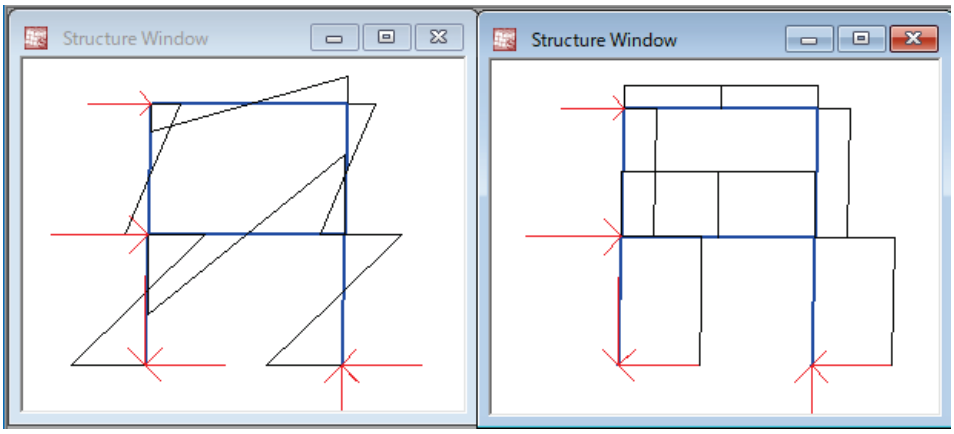


図 4 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

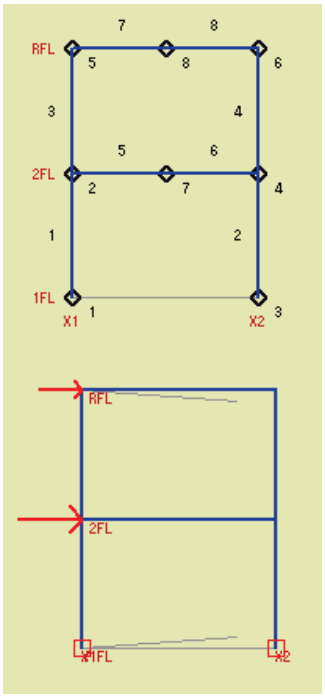


図 3 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

以下に SPACE で求めた解析結果を示す。

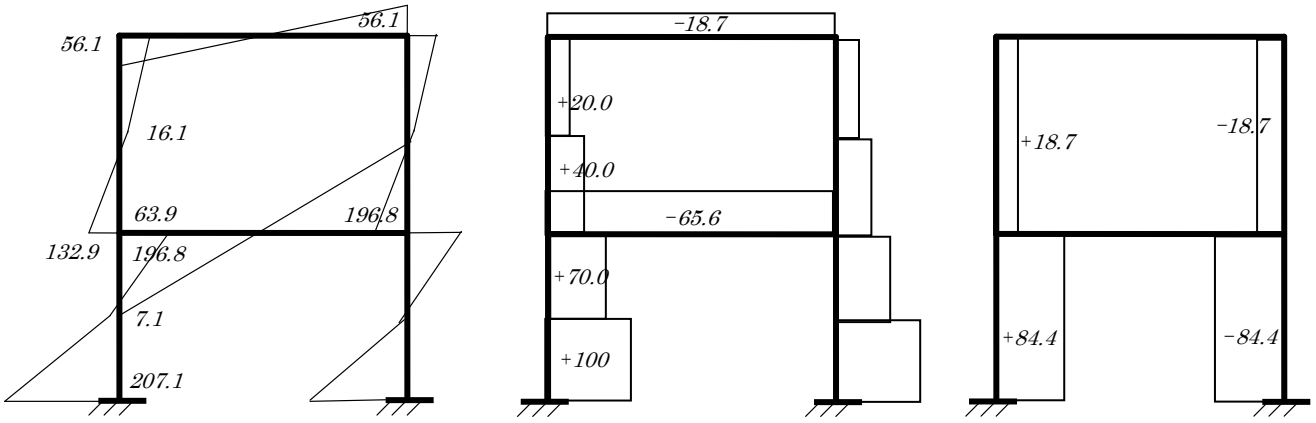
部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**55.4414**	0.0000	**-50.0004**	0.0000	**11367.7819**	0.0000
		55.4414	0.0000	-50.0004	0.0000	**-8632.3691**	0.0000
2	1	-55.4406	0.0000	-49.9996	0.0000	11367.6096	0.0000
		-55.4406	0.0000	-49.9996	0.0000	-8632.2399	0.0000
3	1	**14.4119**	0.0000	**-19.9999**	0.0000	**3676.4468**	0.0000
		14.4119	0.0000	-19.9999	0.0000	**-4323.5067**	0.0000
4	1	-14.4116	0.0000	-20.0001	0.0000	3676.5114	0.0000
		-14.4116	0.0000	-20.0001	0.0000	-4323.5354	0.0000
5	1	**-29.9992**	0.0000	**41.0293**	0.0000	**-12308.8159**	0.0000
		-29.9992	0.0000	41.0293	0.0000	-0.0323	0.0000
6	1	-29.9992	0.0000	41.0293	0.0000	-0.0323	0.0000
		-29.9992	0.0000	41.0293	0.0000	12308.7513	0.0000
7	1	**-20.0000**	0.0000	**14.4117**	0.0000	**-4323.5067**	0.0000
		-20.0000	0.0000	14.4117	0.0000	0.0144	0.0000
8	1	-20.0000	0.0000	14.4117	0.0000	0.0144	0.0000
		-20.0000	0.0000	14.4117	0.0000	4323.5354	0.000000

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
2	**0.92748326E+00**	0.00000000E+00	0.78925968E-05	0.00000000E+00	0.13491887E-02	0.00000000E+00
3	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
4	0.92746913E+00	0.00000000E+00	-0.23462962E-04	0.00000000E+00	0.13491675E-02	0.00000000E+00
5	**0.18656083E+0**1	0.00000000E+00	0.40933669E-05	0.00000000E+00	0.71088946E-03	0.00000000E+00
6	0.18655988E+01	0.00000000E+00	-0.35413053E-04	0.00000000E+00	0.71090361E-03	0.00000000E+00
7	0.92747617E+00	0.00000000E+00	-0.93783237E-05	0.00000000E+00	-0.67451067E-03	0.00000000E+00
8	0.18656036E+01	0.00000000E+00	-0.14597766E-04	0.00000000E+00	-0.35534950E-03	0.00000000E+00

反復計算の打ち切り誤差によって、得られた断面力は多少の誤差が見られるが、各層柱頭の水平変位は良い一致を示している。

2：図 1(b)に示す両端固定支持 2 層骨組、柱頭及ぶ柱中間水平荷重(ex114_1)

このモデルの骨組は前例と同じ。ただし、柱に部材荷重が加わり、荷重状態が異なっている。



(a) 曲げモーメント図　　(b) せん断力図　　(c) 軸力図

図 5　課題 2 の断面力図

固定法の解と合わせるため、第 1 課題と同様に、断面二次モーメントを変更すると共に、軸方向変位を無視するため、断面積を 1000 倍に設定する。2 階の柱の断面二次モーメントを I_0 とすると、各部材の断面二次モーメントは以下のようであり、この断面特性を用いて数値解析を行う。

$$I_{c1}=2I_0=2\cdot 9890=19780;\ I_{b1}=4.5I_0=44505;\ I_{b2}=3I_0=29670$$

			E	G	A	Ix	Iy	Iz
b1	1	1	0.2050E+05	0.7900E+04	0.8300E+05	0.3568E+02	0.4450E+05	0.1740E+04
b2	2	1	0.2050E+05	0.7900E+04	0.8300E+05	0.3568E+02	0.2967E+05	0.1740E+04
c1	3	1	0.2050E+05	0.7900E+04	0.6900E+05	0.1525E+05	0.1978E+05	0.9890E+04
c2	4	1	0.2050E+05	0.7900E+04	0.6900E+05	0.1525E+05	0.9890E+04	0.9890E+04

上記の値を用いて、柱頭の水平変位を求めてみよう。各層の未定係数は、基礎 115 話の式(33)より、

$$X_1=2.3639;\quad X_2=1.0601$$

であり、各層の部材角 ψ は、

$$\psi_1=-50X_1=-50\cdot 2.3639=-118.20;$$
$$\psi_2=-100X_2=-100\cdot 1.0601=-106.01$$

この部材角を用いて、柱頭の水平変位を求める。標準剛度を K_0 とすると、柱頭の水平変位は次式で与えられる。

$$K_0=\frac{2EI}{h_2}=\frac{2\cdot 20500\cdot 9890}{400}=1.0137\cdot 10^6$$
$$\delta_1=R_{\mathrm{I}}h_1=-h_1\psi_1/3K_0$$
$$=118.20\cdot 100\cdot 400/(3K_0)=1576000/1.0137\cdot 10^6=1.555cm$$
$$\delta_2=R_{\mathrm{II}}h_2=-h_2\psi_{\mathrm{II}}/3K_0$$
$$=106.01\cdot 100\cdot 400/(3K_0)=1413467/1.0137\cdot 10^6=1.394cm$$

従って、骨組の最上階の水平変位 δ は以下となる。

$$\delta=\delta_1+\delta_2=1.555+1.394=2.949cm$$

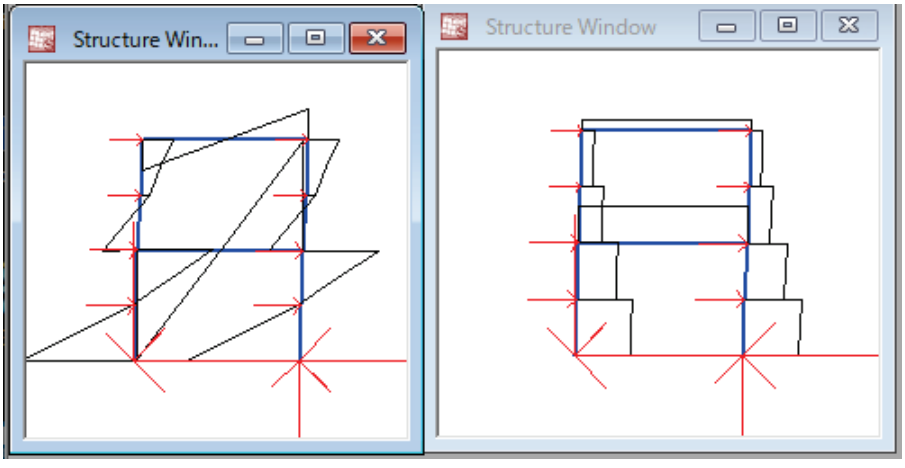
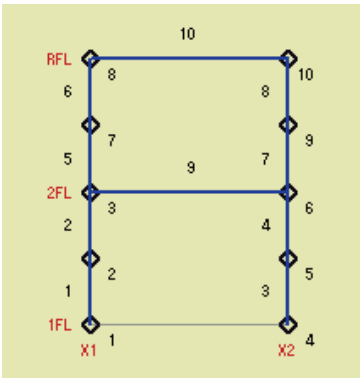


図 7 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図



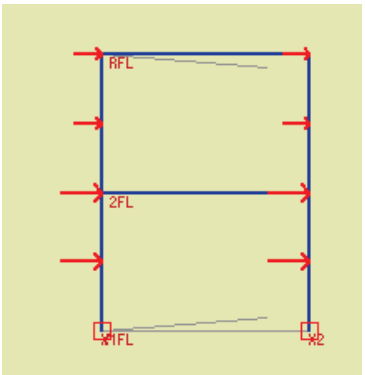


図 6 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**84.3749**	0.0000	**-100.0000**	0.0000	**20687.7855**	0.0000
		84.3749	0.0000	-100.0000	0.0000	**687.7852**	0.0000
2	1	84.3746	0.0000	**-70.0000**	0.0000	687.7852	0.0000
		84.3746	0.0000	-70.0000	0.0000	**-13312.2150**	0.0000
3	1	-84.3732	0.0000	-100.0000	0.0000	20687.7855	0.0000
		-84.3732	0.0000	-100.0000	0.0000	687.7852	0.0000
4	1	-84.3735	0.0000	-70.0000	0.0000	687.7852	0.0000
		-84.3735	0.0000	-70.0000	0.0000	-13312.2150	0.0000
5	1	**18.7506**	0.0000	**-40.0000**	0.0000	**6374.9140**	0.0000
		18.7506	0.0000	-40.0000	0.0000	**-1625.0862**	0.0000
6	1	18.7505	0.0000	**-20.0000**	0.0000	-1625.0862	0.0000
		18.7505	0.0000	-20.0000	0.0000	**-5625.0862**	0.0000
7	1	**-18.7500**	0.0000	-40.0000	0.0000	6374.9140	0.0000
		-18.7500	0.0000	-40.0000	0.0000	-1625.0862	0.0000
8	1	-18.7501	0.0000	-20.0000	0.0000	-1625.0862	0.0000
		-18.7501	0.0000	-20.0000	0.0000	-5625.0862	0.0000
9	1	0.0006	0.0000	**65.6238**	0.0000	**-19687.1290**	0.0000
		0.0006	0.0000	65.6238	0.0000	19687.1290	0.0000
10	1	0.0002	0.0000	**18.7503**	0.0000	**-5625.0862**	0.0000
		0.0002	0.0000	18.7503	0.0000	5625.0862	0.0000

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
2	0.69156420E+00	0.00000000E+00	0.61249007E-05	0.00000000E+00	0.52715410E-02	0.00000000E+00
3	**0.15496218E+01**	0.00000000E+00	0.10852208E-04	0.00000000E+00	0.21581643E-02	0.00000000E+00
4	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
5	0.69156420E+00	0.00000000E+00	-0.17734741E-04	0.00000000E+00	0.52715410E-02	0.00000000E+00
6	0.15496218E+01	0.00000000E+00	-0.36867077E-04	0.00000000E+00	0.21581643E-02	0.00000000E+00
7	0.23470588E+01	0.00000000E+00	0.68096547E-05	0.00000000E+00	0.45009237E-02	0.00000000E+00
8	**0.29554071E+01**	0.00000000E+00	0.43543018E-05	0.00000000E+00	0.92491839E-03	0.00000000E+00
9	0.23470588E+01	0.00000000E+00	-0.46211913E-04	0.00000000E+00	0.45009237E-02	0.00000000E+00
10	0.29554071E+01	0.00000000E+00	-0.53969550E-04	0.00000000E+00	0.92491839E-03	0.00000000E+00

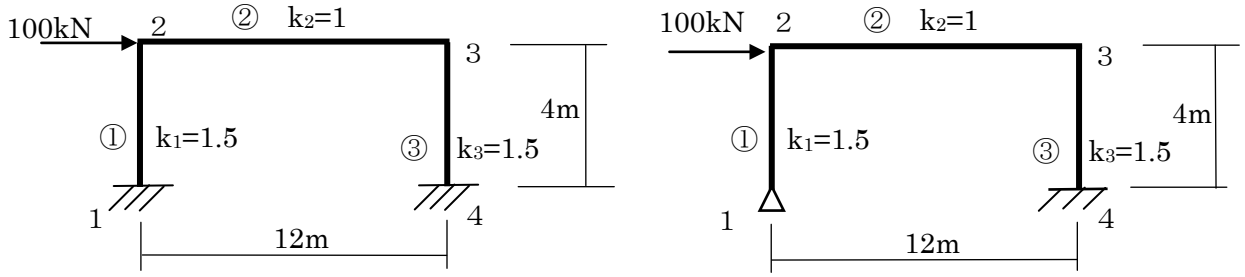
固定法では、反復計算の打ち切り誤差と分割率の丸目誤差が発生する。

そのため、得られた断面力は多少の誤差が見られるが、各層柱頭の水平変位は、良い一致を示している。

付２５話　カーニー法による節点移動のある場合の解析手法の誘導(基礎１１７話)

ex117_1; ex118_1

今回は、節点移動のある場合について、SPACE を用いてカーニー法の解の検証を行う。例題は次の 2 例である。

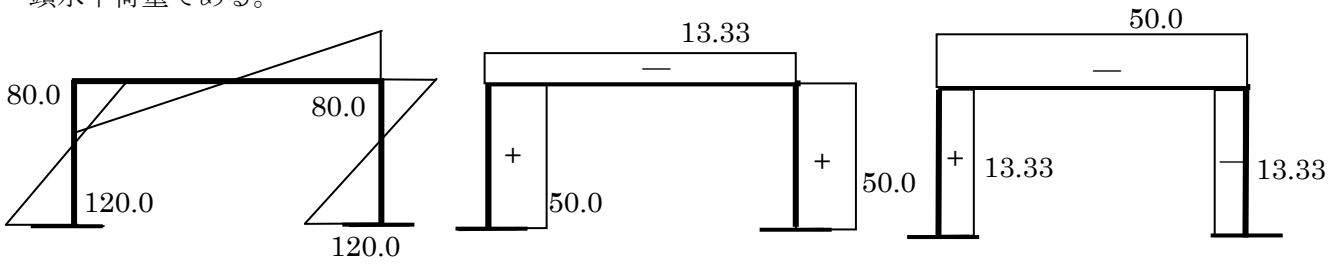


(a) 両端固定支持の門型ラーメン　　(b) 一端ピン・他端固定支持の門型ラーメン

図 1 門型ラーメン

1：図 1(a)に示す両端固定支持門型ラーメン＋柱頭水平荷重(ex117_1)

骨組の形状は、スパンが $l=12m$ 、階高が $h=4m$ 、荷重は $P=100kN$ の柱頭水平荷重である。



(a) 曲げモーメント図　　(b) せん断力図　　(c) 軸力図

図 2 両端固定支持ラーメンの断面力図

梁の曲げ剛性を標準剛度 K_0 とし、柱の断面二次モーメントを調整して使用する。柱の剛比 k_c は

$$k_c=\frac{K_c}{K_0}=\frac{2EI_c/h}{2EI_0/l}=\frac{I_c}{I_0}\frac{l}{h}\leftarrow K_0=\frac{2EI_0}{l}$$

であり、例題では、柱の剛比が 1.5 であることより、柱の断面二次モーメントは、骨組の形状より、次のようにすれば良い。

$$1.5=\frac{I_c}{I_0}\frac{l}{h}\rightarrow I_c=1.5I_0\frac{h}{l}=1.5\cdot\frac{4}{12}I_0=0.5I_0\rightarrow I_c=0.5I_0$$

ここで、標準剛度の断面二次モーメントを $I_0=23500$ とすると、梁・柱部材の断面二次モーメントは以下のようになる。

$$I_c = 0.5I_0 = 0.5 \cdot 23500 = 11750; \quad I_b = I_0 = 23500$$

ここでは、断面二次モーメントを次のように変更し、剛比をモデルに合わせた断面特性を使用する。1 が梁、2 が柱の断面特性である。

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.8300E+05	0.3568E+02	**0.2350E+05**	0.1740E+04
2	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.6900E+05	0.1525E+05	**0.1175E+05**	0.9890E+04

SPACE による解析結果を以下に示す。

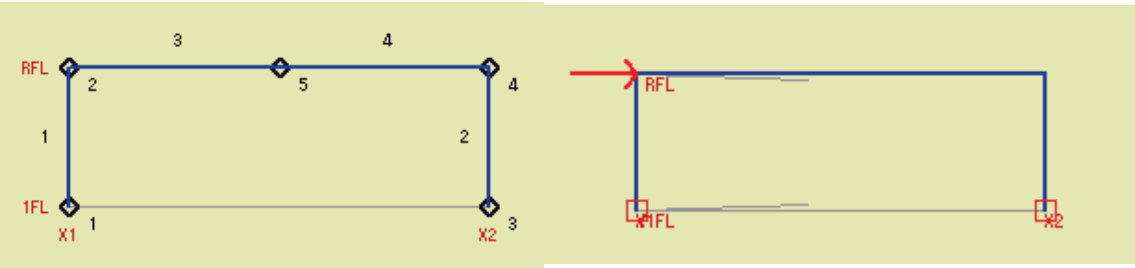


図 3 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**13.3337**	0.0000	**-50.0003**	0.0000	**12000.1027**	0.0000
		13.3337	0.0000	-50.0003	0.0000	**-8000.0369**	0.0000
2	1	-13.3329	0.0000	-49.9997	0.0000	11999.9037	0.0000
		-13.3329	0.0000	-49.9997	0.0000	-7999.9573	0.0000
3	1	-49.9995	0.0000	**13.3333**	0.0000	-8000.0369	0.0000
		-49.9995	0.0000	13.3333	0.0000	-0.0398	0.0000
4	1	**-49.9995**	0.0000	13.3333	0.0000	-0.0398	0.0000
		-49.9995	0.0000	13.3333	0.0000	7999.9573	0.0000

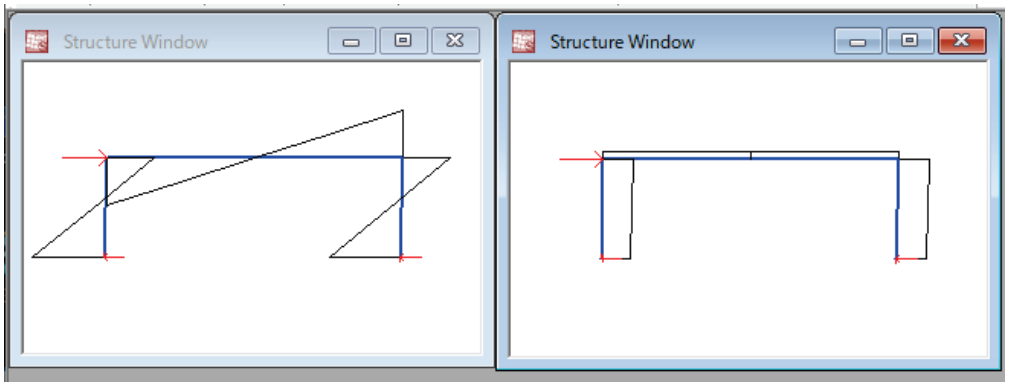
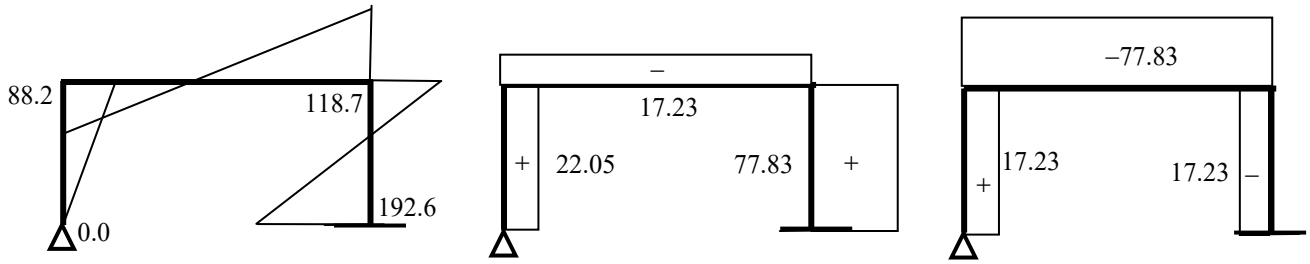


図 4 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

2：図 1(b)に示す一端ピン・他端固定支持ラーメン(ex118_1)

このモデルは、形状及び使用した部材断面は前例と同じであるが、一端ピン・他端固定の支持条件が異なる。カーニー法で求めた断面力分布を以下に示す。



(b) 曲げモーメント図　　(b) せん断力図　　(c) 軸力図

図 5 一端ピン・他端固定支持ラーメンの断面力図

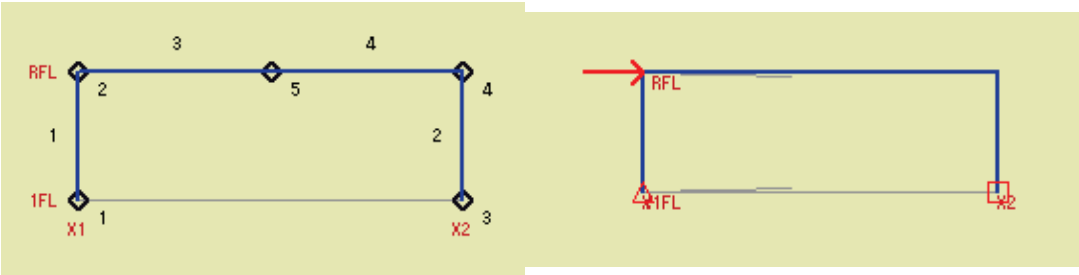


図 6 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

SPACE で求めた数値計算結果を以下に示す。両者の断面力を比較・検討してみよう。固定法には、反復打切り誤差によって、少しの誤差が見られる。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**17.2842**	0.0000	**-22.2224**	0.0000	0.0000	0.0000
		17.2842	0.0000	-22.2224	0.0000	**-8888.9588**	0.0000
2	1	**-17.2833**	0.0000	**-77.7776**	0.0000	**19259.2047**	0.0000
		-17.2833	0.0000	-77.7776	0.0000	**-11851.8371**	0.0000
3	1	**-77.7775**	0.0000	**17.2840**	0.0000	-8888.9588	0.0000
		-77.7775	0.0000	17.2840	0.0000	1481.4392	0.0000
4	1	-77.7775	0.0000	17.2840	0.0000	1481.4392	0.0000
		-77.7775	0.0000	17.2840	0.0000	11851.8371	0.0000

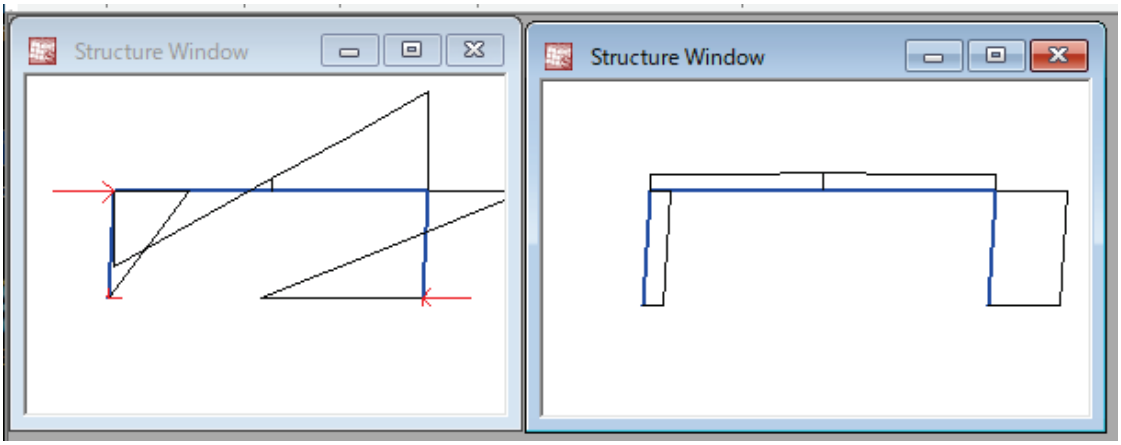
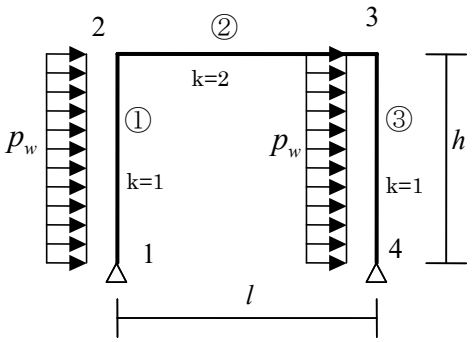


図 7 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

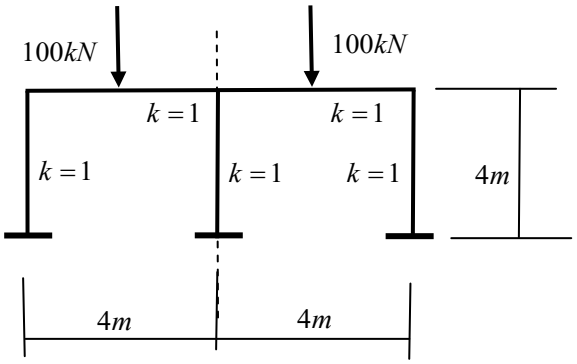
付２６話　固定法による節点移動のある場合の不静定構造の応力解析(基礎１２０話)

ex120_1; ex122_1; ex122_2; ex122_4; ex123_1

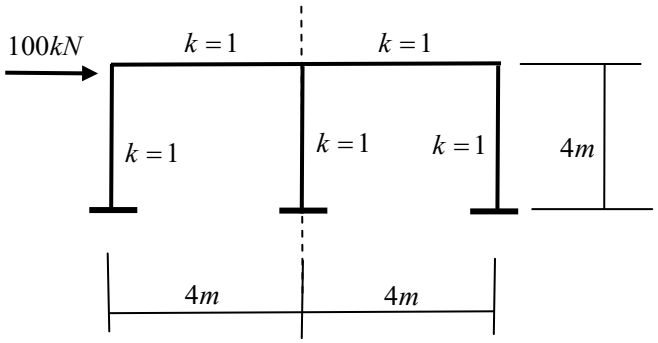
今回も、固定法の解の検証を行う。特に、柱に分布荷重を受ける場合や、対称条件や逆対称条件を用いて解いた解の検証を行う。



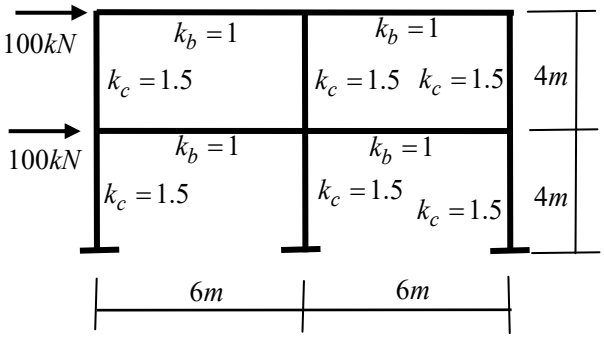
(a) 柱に等分布荷重が加わる門型ラーメン



(b) 対称型骨組



(c) 逆対称型骨組

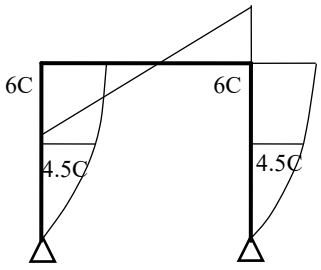


(d) 2 層の逆対称型骨組

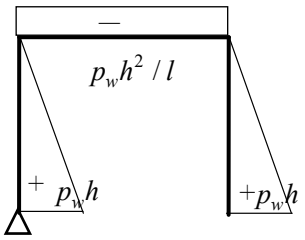
図１　各種の対称・逆対称骨組

1：図 1(a)に示す柱に等分布荷重が加わる門型ラーメン(ex120_1)

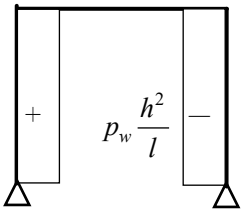
骨組の形状は、スパンが $l = 6m$ 、階高が $h = 4m$ 、荷重は柱への等分布荷重 $p_w = 7.5kN / m$ である。固定法で求めた断面力分布を以下に示す。



(a)　曲げモーメント図



(b)　せん断力図



(c)　軸力図

図 2 固定法で求めた柱に等分布荷重が加わる門型ラーメンの断面力図

固定法で求めた代表的な断面力は以下のようである。

$$C = p_w h^2 / 12 = 7.5 \cdot 4^2 / 12 = 10kNm;$$

$$M_c = 4.5C = 45kNm; \quad M_2 = 6C = 60kNm;$$

$$Q_{c1} = p_w h = 7.5 \cdot 4 = 30kN; \quad N_c = p_w h^2 / l = 7.5 \cdot 4^2 / 6 = 20kN$$

柱の曲げ剛性を標準剛度 K_0 とし、梁の断面二次モーメントを調整して使用する。梁の剛比 k_b は

$$k_b = \frac{K}{K_0} = \frac{2EI_b / l}{2EI_0 / h} = \frac{I_b}{I_0}\frac{h}{l} \leftarrow K_0 = \frac{2EI_0}{h}$$

であり、例題では、梁の剛比が 2.0 であることより、梁の断面二次モーメントは、骨組の形状より、次のようにすれば良い。

$$2 = \frac{I_b}{I_0}\frac{h}{l} \rightarrow I_b = 2I_0\frac{l}{h} = 2 \cdot \frac{6}{4}I_0 = 3I_0 \rightarrow I_b = 3I_0$$

ここで、標準剛度の断面二次モーメントを $I_0 = 9890$ とすると、梁・柱部材の断面二次モーメントは以下のようになる。

$$I_c = I_0 = 9890; \quad I_b = 3I_0 = 3 \cdot 9890 = 29670$$

ここでは、断面二次モーメントを次のように変更し、剛比をモデルに合わせた断面特性を使用する。

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.8300E+05	0.3568E+02	**0.2967E+05**	0.1740E+04
2	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.6900E+05	0.1525E+05	**0.9890E+04**	0.9890E+04

等分布荷重を等価な集中荷重、つまり全荷重を同じになるようにして、置き換える。ここでは、梁を 10 分割し、各節点に 3.0kN を加える。

SPACE による解析結果を以下に示す。

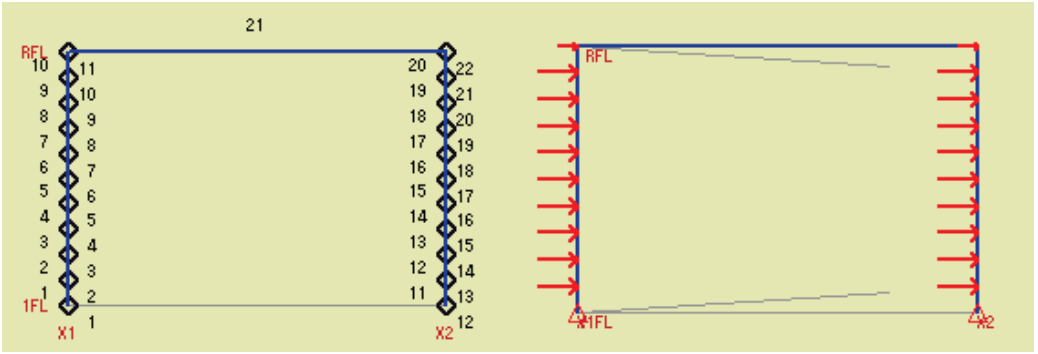


図 4 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**20.0002**	0.0000	**-28.5000**	0.0000	0.0000	0.0000
		20.0002	0.0000	-28.5000	0.0000	-1140.0000	0.0000
2	1	20.0002	0.0000	-25.5000	0.0000	-1140.0000	0.0000
		20.0002	0.0000	-25.5000	0.0000	-2160.0000	0.0000

3	1	20.0002	0.0000	-22.5000	0.0000	-2160.0000	0.0000
		20.0002	0.0000	-22.5000	0.0000	-3060.0000	0.0000
4	1	20.0002	0.0000	-19.5000	0.0000	-3060.0000	0.0000
		20.0002	0.0000	-19.5000	0.0000	-3840.0001	0.0000
5	1	20.0001	0.0000	-16.5000	0.0000	-3840.0001	0.0000
		20.0001	0.0000	-16.5000	0.0000	**-4500.0001**	0.0000
6	1	20.0001	0.0000	-13.5000	0.0000	-4500.0001	0.0000
		20.0001	0.0000	-13.5000	0.0000	-5040.0001	0.0000
7	1	20.0001	0.0000	-10.5000	0.0000	-5040.0001	0.0000
		20.0001	0.0000	-10.5000	0.0000	-5460.0001	0.0000
8	1	20.0001	0.0000	-7.5000	0.0000	-5460.0001	0.0000
		20.0001	0.0000	-7.5000	0.0000	-5760.0001	0.0000
9	1	20.0000	0.0000	-4.5000	0.0000	-5760.0001	0.0000
		20.0000	0.0000	-4.5000	0.0000	-5940.0001	0.0000
10	1	20.0000	0.0000	-1.5000	0.0000	-5940.0001	0.0000
		20.0000	0.0000	-1.5000	0.0000	**-6000.0001**	0.0000
11	1	-19.9998	0.0000	-28.5000	0.0000	0.0000	0.0000
		-19.9998	0.0000	-28.5000	0.0000	-1140.0000	0.0000
12	1	-19.9998	0.0000	-25.5000	0.0000	-1140.0000	0.0000
		-19.9998	0.0000	-25.5000	0.0000	-2160.0000	0.0000
13	1	-19.9998	0.0000	-22.5000	0.0000	-2160.0000	0.0000
		-19.9998	0.0000	-22.5000	0.0000	-3060.0000	0.0000
14	1	-19.9998	0.0000	-19.5000	0.0000	-3060.0000	0.0000
		-19.9998	0.0000	-19.5000	0.0000	-3840.0001	0.0000
15	1	-19.9999	0.0000	-16.5000	0.0000	-3840.0001	0.0000
		-19.9999	0.0000	-16.5000	0.0000	-4500.0001	0.0000
16	1	-19.9999	0.0000	-13.5000	0.0000	-4500.0001	0.0000
		-19.9999	0.0000	-13.5000	0.0000	-5040.0001	0.0000
17	1	-19.9999	0.0000	-10.5000	0.0000	-5040.0001	0.0000
		-19.9999	0.0000	-10.5000	0.0000	-5460.0001	0.0000
18	1	-19.9999	0.0000	-7.5000	0.0000	-5460.0001	0.0000
		-19.9999	0.0000	-7.5000	0.0000	-5760.0001	0.0000
19	1	-20.0000	0.0000	-4.5000	0.0000	-5760.0001	0.0000
		-20.0000	0.0000	-4.5000	0.0000	-5940.0001	0.0000
20	1	-20.0000	0.0000	-1.5000	0.0000	-5940.0001	0.0000
		-20.0000	0.0000	-1.5000	0.0000	-6000.0001	0.0000
21	1	0.0002	0.0000	**20.0000**	0.0000	**-6000.0001**	0.0000
		0.0002	0.0000	20.0000	0.0000	6000.0001	0.0000

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.88584376E-02	0.00000000E+00
2	0.35283807E+00	0.00000000E+00	-0.23961727E-05	0.00000000E+00	0.87459804E-02	0.00000000E+00
3	0.69683743E+00	0.00000000E+00	-0.47181538E-05	0.00000000E+00	0.84204488E-02	0.00000000E+00
4	0.10239487E+01	0.00000000E+00	-0.68983745E-05	0.00000000E+00	0.79055158E-02	0.00000000E+00
5	0.13270690E+01	0.00000000E+00	-0.88772158E-05	0.00000000E+00	0.72248583E-02	0.00000000E+00
6	0.16000433E+01	0.00000000E+00	-0.10603009E-04	0.00000000E+00	0.64021498E-02	0.00000000E+00
7	0.18376627E+01	0.00000000E+00	-0.12032032E-04	0.00000000E+00	0.54610660E-02	0.00000000E+00
8	0.20356658E+01	0.00000000E+00	-0.13128514E-04	0.00000000E+00	0.44252821E-02	0.00000000E+00
9	0.21907382E+01	0.00000000E+00	-0.13864633E-04	0.00000000E+00	0.33184732E-02	0.00000000E+00
10	0.23005123E+01	0.00000000E+00	-0.14220515E-04	0.00000000E+00	0.21643140E-02	0.00000000E+00
11	**0.23635678E+01**	0.00000000E+00	-0.14184237E-04	0.00000000E+00	0.98647969E-03	0.00000000E+00
12	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.88584376E-02	0.00000000E+00
13	0.35283807E+00	0.00000000E+00	-0.35273092E-05	0.00000000E+00	0.87459804E-02	0.00000000E+00
14	0.69683743E+00	0.00000000E+00	-0.69804269E-05	0.00000000E+00	0.84204488E-02	0.00000000E+00
15	0.10239487E+01	0.00000000E+00	-0.10291784E-04	0.00000000E+00	0.79055158E-02	0.00000000E+00

16	0.13270690E+01	0.00000000E+00	-0.13401762E-04	0.00000000E+00	0.72248583E-02	0.00000000E+00
17	0.16000433E+01	0.00000000E+00	-0.16258691E-04	0.00000000E+00	0.64021498E-02	0.00000000E+00
18	0.18376627E+01	0.00000000E+00	-0.18818851E-04	0.00000000E+00	0.54610660E-02	0.00000000E+00
19	0.20356658E+01	0.00000000E+00	-0.21046470E-04	0.00000000E+00	0.44252821E-02	0.00000000E+00
20	0.21907382E+01	0.00000000E+00	-0.22913724E-04	0.00000000E+00	0.33184732E-02	0.00000000E+00
21	0.23005123E+01	0.00000000E+00	-0.24400744E-04	0.00000000E+00	0.21643140E-02	0.00000000E+00
22	**0.23635678E+01**	0.00000000E+00	-0.25495603E-04	0.00000000E+00	0.98647969E-03	0.00000000E+000

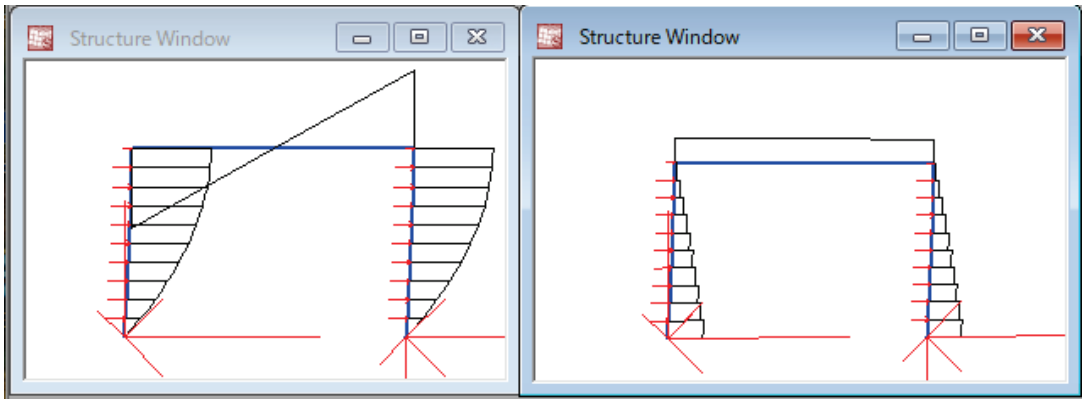
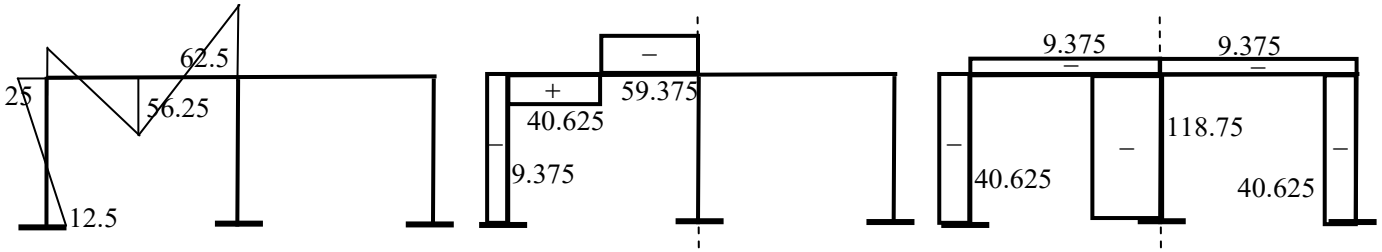


図 5 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

2：図 1(b)に示す対称型骨組（ex122_1）

骨組は、1 層 2 スパンで、スパンが $l=4m$ 、階高が $h=4m$ の対称形状である。荷重は梁中央に集中荷重が加わっており、対称変形・対称応力状態となる。固定法で求めた断面力分布を以下に示す。



(a) 曲げモーメント図　　(b) せん断力図　　(c) 軸力図

図 6 固定法で求めた対称型骨組の断面力図

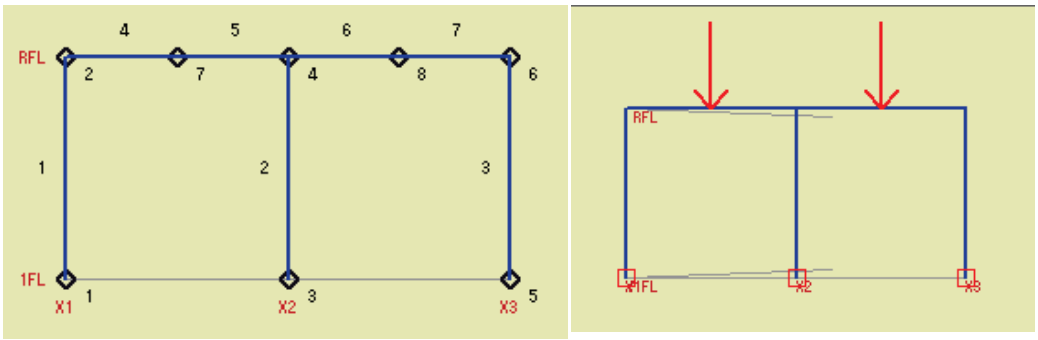


図 7 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

使用した部材は以下のように、柱・梁の断面特性は同じである。

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.8300E+05	0.3568E+02	**0.2350E+05**	0.1740E+04
2	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.8300E+05	0.3568E+02	**0.2350E+05**	0.1740E+04

スパンと階高が同じであることから、柱の剛度を標準剛度とすると、梁の剛比も 1 となる。SPACE で求めた数値計算結果を以下に示す。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**-40.6257**	0.0000	**9.3750**	0.0000	**-1249.9342**	0.0000
		-40.6257	0.0000	9.3750	0.0000	**2500.0621**	0.0000
2	1	**-118.7481**	0.0000	-0.0007	0.0000	0.1399	0.0000
		-118.7481	0.0000	-0.0007	0.0000	-0.1259	0.0000
3	1	-40.6263	0.0000	-9.3760	0.0000	1250.1720	0.0000
		-40.6263	0.0000	-9.3760	0.0000	-2500.2300	0.0000
4	1	**-9.3753**	0.0000	**-40.6256**	0.0000	2500.0621	0.0000
		-9.3753	0.0000	-40.6256	0.0000	-5625.0570	0.0000
5	1	-9.3753	0.0000	**59.3744**	0.0000	**-5625.0570**	0.0000
		-9.3753	0.0000	59.3744	0.0000	**6249.8242**	0.0000
6	1	-9.3757	0.0000	-59.3737	0.0000	6249.6983	0.0000
		-9.3757	0.0000	-59.3737	0.0000	**-5625.0360**	0.0000
7	1	-9.3757	0.0000	40.6263	0.0000	-5625.0360	0.0000
		-9.3757	0.0000	40.6263	0.0000	2500.2300	0.0000

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
2	0.10722370E-04	0.00000000E+00	-0.95506030E-05	0.00000000E+00	0.51899446E-03	0.00000000E+00
3	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
4	0.85183638E-05	0.00000000E+00	-0.27916039E-04	0.00000000E+00	0.58083680E-08	0.00000000E+00
5	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
6	0.63142802E-05	0.00000000E+00	-0.95507021E-05	0.00000000E+00	-0.51896542E-03	0.00000000E+00
7	0.96203667E-05	0.00000000E+00	**-0.95160350E-01**	0.00000000E+00	-0.12968120E-03	0.00000000E+00
8	0.74163222E-05	0.00000000E+00	-0.95159478E-01	0.00000000E+00	0.12967103E-03	0.00000000E+00

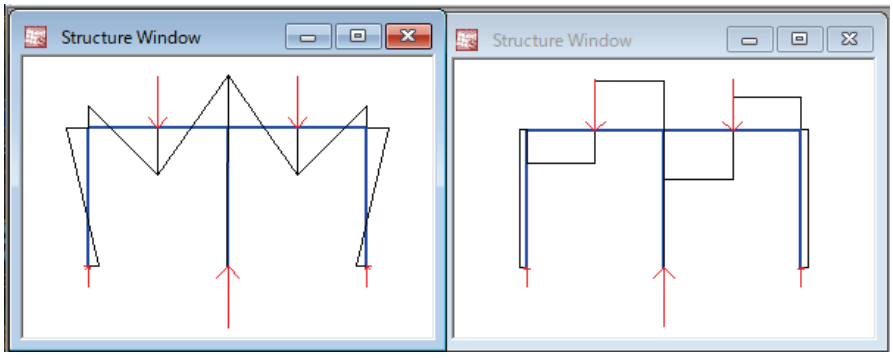


図 8 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

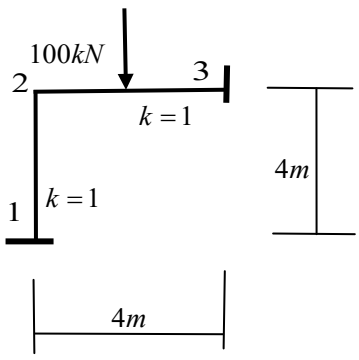


図 9 対称条件によるモデル

3：図 1(b)に示す対称型骨組その２ (ex122_3)

対称条件が正しいか否かを確認するために、固定法で用いたモデルを SPACE で数値解析を行う。対称条件として、図 9 に示す骨組中央節点

を固定したモデルを数値計算する。

SPACE による数値計算結果は、以下のとおりである。

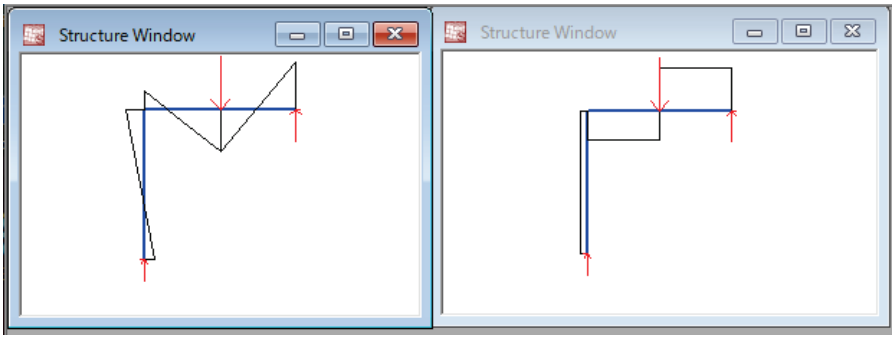


図 11 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

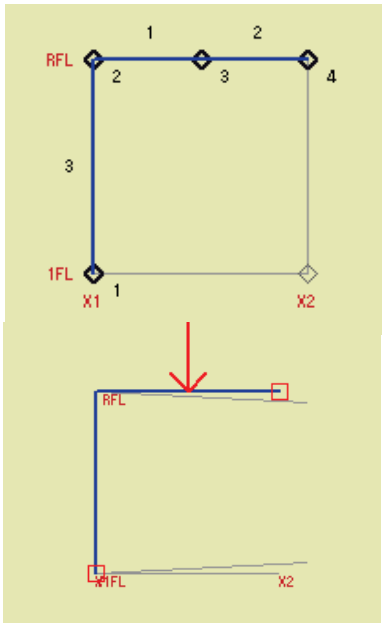


図 10 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

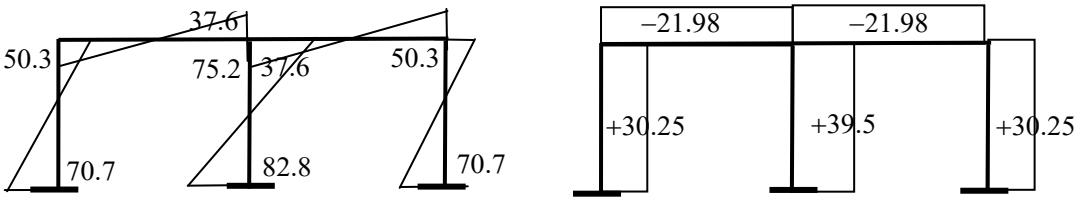
2 つの数値解析結果は良い一致を示し、対称条件によるモデルは適切であることが分かる。ただし、固定法による解は、分割率の丸目誤差と、反復計算の打ち切り誤差によって、断面力には、数パーセントの誤差が発生している。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**-9.3749**	0.0000	**-40.6244**	0.0000	**2499.8939**	0.0000
		-9.3749	0.0000	-40.6244	0.0000	**-5624.9835**	0.0000
2	1	-9.3749	0.0000	**59.3756**	0.0000	-5624.9835	0.0000
		-9.3749	0.0000	59.3756	0.0000	6250.1394	0.0000
3	1	**-40.6245**	0.0000	**9.3746**	0.0000	**-1249.9270**	0.0000
		-40.6245	0.0000	9.3746	0.0000	**2499.8939**	0.0000

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
2	0.22039126E-05	0.00000000E+00	-0.95502892E-05	0.00000000E+00	0.51892758E-03	0.00000000E+00
3	0.11019563E-05	0.00000000E+00	**-0.95143341E-01**	0.00000000E+00	-0.12976771E-03	0.00000000E+00
4	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00

4：図 1(c)に示す逆対称型骨組(ex122_2)

次に、前例と全く同じ骨組に柱頭水平荷重を加える。逆対称条件により骨組半分をモデル化する。固定法により求めた断面力分布を以下に示す。



(a) 曲げモーメント図　　**(b) せん断力図**

図 12 固定法で求めた逆対称型骨組の曲げモーメント図とせん断力図

骨組は前例と同一であり、荷重のみ異なる。使用した部材は以下のように、柱・梁の断面特性は同じである。

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.8300E+05	0.3568E+02	**0.2350E+05**	0.1740E+04
2	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.8300E+05	0.3568E+02	**0.2350E+05**	0.1740E+04

スパンと階高が同じであることから、柱の剛度を標準剛度とすると、梁の剛比も１となる。

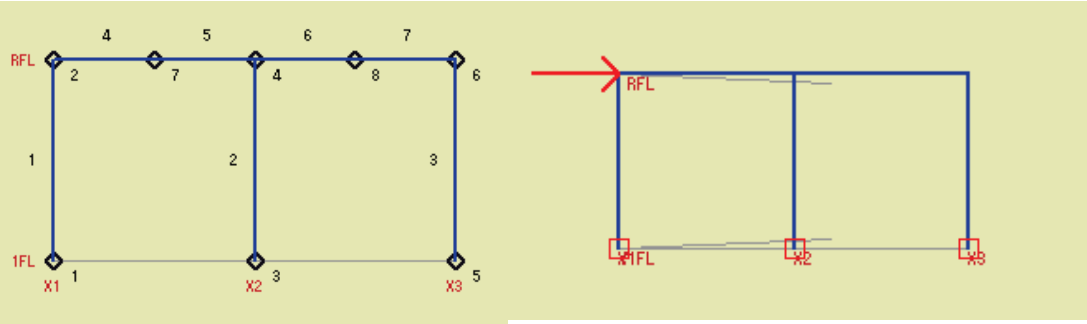


図 13　解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

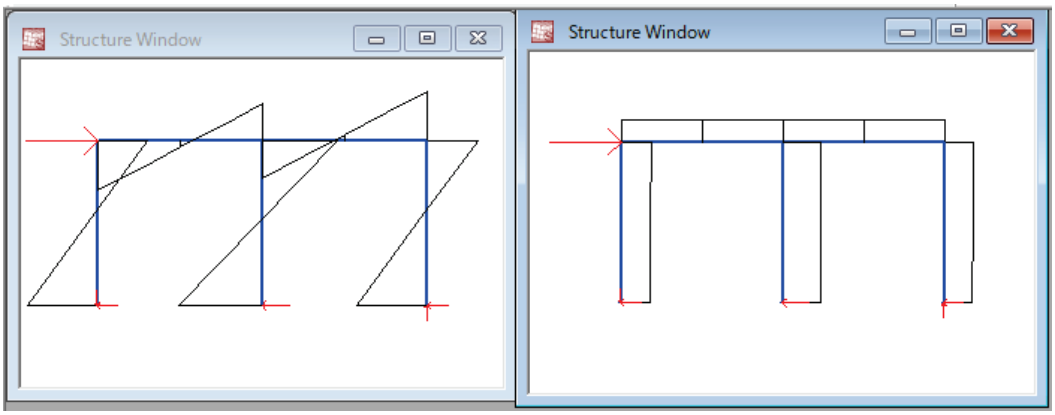


図 14 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	21.8756	0.0000	**-30.2091**	0.0000	**7083.5291**	0.0000
		21.8756	0.0000	-30.2091	0.0000	**-5000.1051**	0.0000
2	1	-0.0005	0.0000	**-39.5832**	0.0000	**8333.3065**	0.0000
		-0.0005	0.0000	-39.5832	0.0000	**-7499.9564**	0.0000
3	1	-21.8743	0.0000	**-30.2078**	0.0000	7083.2106	0.0000
		-21.8743	0.0000	-30.2078	0.0000	-4999.8928	0.0000
4	1	-69.7907	0.0000	**21.8753**	0.0000	-5000.1051	0.0000
		-69.7907	0.0000	21.8753	0.0000	-625.0369	0.0000
5	1	-69.7907	0.0000	21.8753	0.0000	-625.0369	0.0000
		-69.7907	0.0000	21.8753	0.0000	**3750.0313**	0.0000
6	1	-30.2076	0.0000	21.8745	0.0000	-3749.9251	0.0000
		-30.2076	0.0000	21.8745	0.0000	624.9838	0.0000
7	1	-30.2076	0.0000	21.8745	0.0000	624.9838	0.0000
		-30.2076	0.0000	21.8745	0.0000	4999.8928	0.0000

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
2	**0.50742519E+00**	0.00000000E+00	0.88327528E-06	0.00000000E+00	0.86493988E-03	0.00000000E+00
3	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
4	0.50740880E+00	0.00000000E+00	-0.42593342E-05	0.00000000E+00	0.34596788E-03	0.00000000E+00
5	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
6	0.50740165E+00	0.00000000E+00	-0.94014977E-05	0.00000000E+00	0.86489582E-03	0.00000000E+00
7	0.50741696E+00	0.00000000E+00	-0.25950288E-01	0.00000000E+00	-0.30270766E-03	0.00000000E+00
8	0.50740522E+00	0.00000000E+00	0.25939567E-01	0.00000000E+00	-0.30269663E-03	0.00000000E+00

5：図 1(c)に示す逆対称型骨組その 2（ex122_4）

ここでも、逆対称である境界条件が正しいか否かを検証するために、固定法によるモデルを、SPACE を用いて数値解析する。

ここでは、柱頭水平荷重は元のモデルの半分で $P=50kN$ とし、また、右側の柱の剛比を半分の $k=0.5$ とするため $I_y=0.1175E+05$ に調整する。

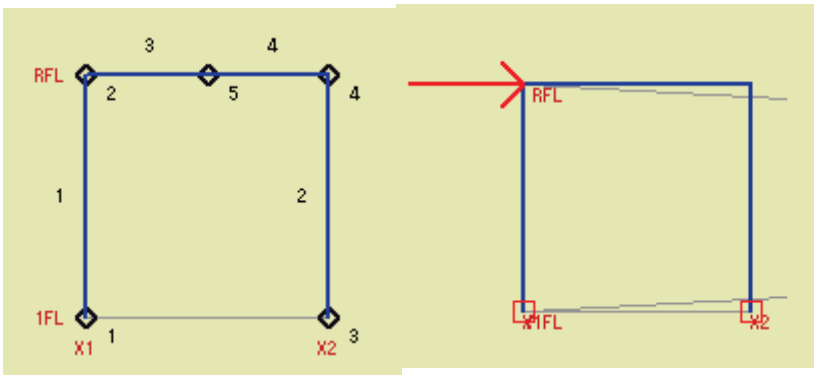


図 15　解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.8300E+05	0.1928E+02	**0.2350E+05**	0.9840E+03
2	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.8300E+05	0.1928E+02	**0.2350E+05**	0.9840E+03
3	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.8300E+05	0.1928E+02	**0.1175E+05**	0.9840E+03

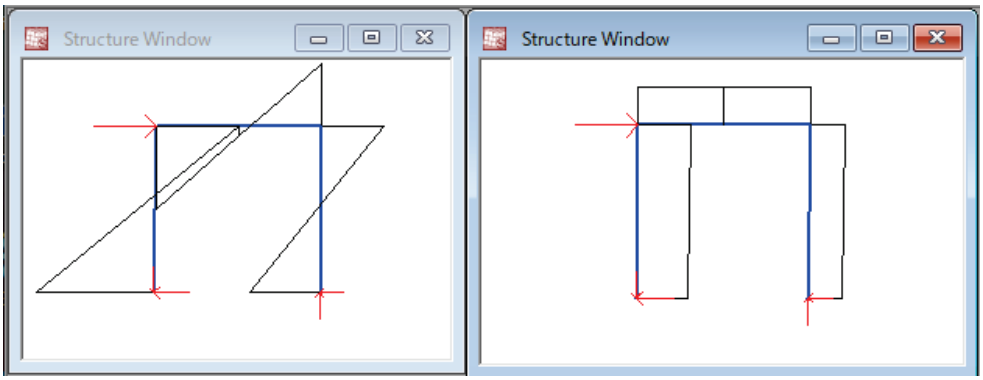


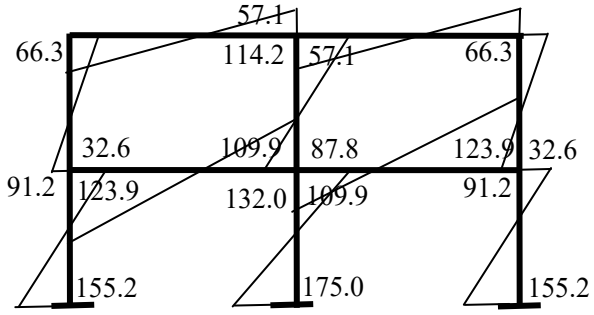
図 16 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	21.8751	0.0000	**-30.2084**	0.0000	**7083.3844**	0.0000
		21.8751	0.0000	-30.2084	0.0000	**-4999.9874**	0.0000
2	1	-21.8747	0.0000	-19.7916	0.0000	**4166.6591**	0.0000
		-21.8747	0.0000	-19.7916	0.0000	**-3749.9695**	0.0000
3	1	-19.7914	0.0000	21.8749	0.0000	-4999.9874	0.0000
		-19.7914	0.0000	21.8749	0.0000	-625.0089	0.0000
4	1	-19.7914	0.0000	21.8749	0.0000	-625.0089	0.0000
		-19.7914	0.0000	21.8749	0.0000	3749.9695	0.0000

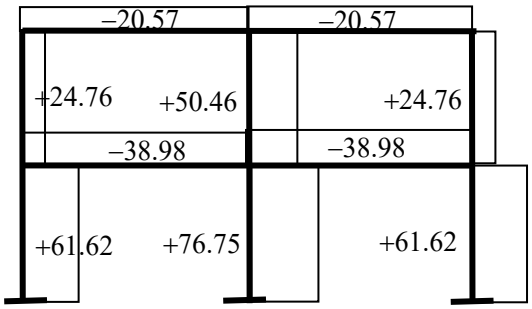
節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
2	**0.50741565E+00**	0.00000000E+00	0.88327226E-06	0.00000000E+00	0.86492870E-03	0.00000000E+00
3	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
4	0.50741100E+00	0.00000000E+00	-0.94017014E-05	0.00000000E+00	0.34597993E-03	0.00000000E+00
5	0.50741333E+00	0.00000000E+00	-0.25951698E-01	0.00000000E+00	-0.30268860E-03	0.00000000E+00

前例と同様、2 つのモデルの結果は良い一致を示し、逆対称条件は正しいことが分かる。ただし、固定法の解は、次の例でも見られるように、丸目誤差と反復打切り誤差により、数パーセントの誤差を生じる。

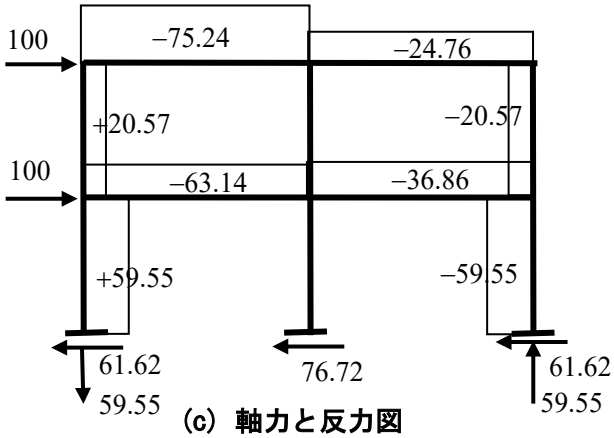
6：図 1(d)に示す 2 層の逆対称型骨組(ex123_1)



(a) 曲げモーメント図



(b) せん断力図



(c) 軸力と反力図

梁の剛度を標準剛度にし、柱の剛比が 1.5 であることより、柱の断面二次モーメントは、骨組の形状より、次のように変更すれば良い。

$$1.5=\frac{I_c}{I_0}\frac{l}{h}\rightarrow I_c=1.5I_0\frac{h}{l}=1.5\cdot\frac{4}{6}I_0=I_0\rightarrow I_c=I_0$$

図 17 固定法で求めた 2 層逆対称型骨組の断面力図

つまり、同じ断面特性の部材を使用すれば良いことになる。
使用した部材は以下のように、柱・梁の断面特性は同じである。

		E	G	A	Ix	Iy	Iz
1	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.8300E+06	0.3568E+02	**0.2350E+05**	0.1740E+04
2	1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.8300E+06	0.3568E+02	**0.2350E+05**	0.1740E+04

固定法による曲げモーメント分布と SPACE の結果に多少の誤差が生じるが、主な原因は固定法による反復処理回数の不足であり、不釣合

力が少し大きいことによる。反復処理を 2,3 回追加し、その結果と SPACE で求めた断面力分布を比較して精度を確かめられたい。

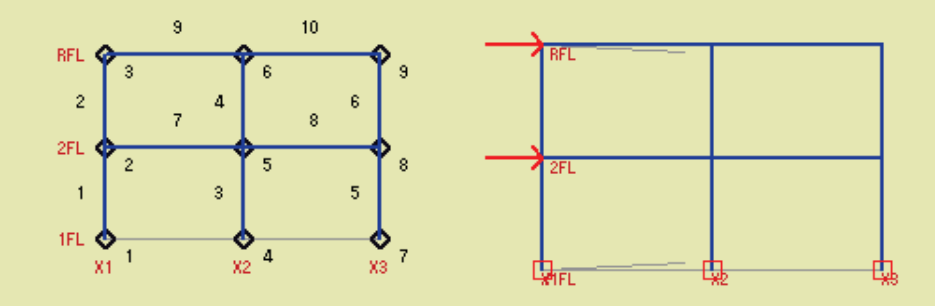


図 18 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	**58.9814**	0.0000	**-61.5328**	0.0000	**15723.2977**	0.0000
		58.9814	0.0000	-61.5328	0.0000	**-8889.8104**	0.0000
2	1	20.2720	0.0000	**-24.8417**	0.0000	3407.6357	0.0000
		20.2720	0.0000	-24.8417	0.0000	-6529.0317	0.0000
3	1	**0.0004**	0.0000	**-76.9367**	0.0000	**17777.0204**	0.0000
		0.0004	0.0000	-76.9367	0.0000	**-12997.6590**	0.0000
4	1	0.0005	0.0000	**-50.3160**	0.0000	8858.3141	0.0000
		0.0005	0.0000	-50.3160	0.0000	-11268.0861	0.0000
5	1	**-58.9801**	0.0000	**-61.5305**	0.0000	**15722.7873**	0.0000
		-58.9801	0.0000	-61.5305	0.0000	**-8889.4265**	0.0000
6	1	-20.2717	0.0000	**-24.8423**	0.0000	3407.8508	0.0000
		-20.2717	0.0000	-24.8423	0.0000	-6529.0823	0.0000
7	1	-63.3086	0.0000	38.7091	0.0000	-12297.4460	0.0000
		-63.3086	0.0000	38.7091	0.0000	10928.0287	0.0000
8	1	-36.6879	0.0000	38.7087	0.0000	-10927.9443	0.0000
		-36.6879	0.0000	38.7087	0.0000	12297.2773	0.0000
9	1	-75.1582	0.0000	20.2718	0.0000	-6529.0317	0.0000
		-75.1582	0.0000	20.2718	0.0000	5634.0304	0.0000
10	1	-24.8422	0.0000	20.2719	0.0000	-5634.0557	0.0000
		-24.8422	0.0000	20.2719	0.0000	6529.0823	0.0000

節点番号	u(cm)	v(cm)	w(cm)	θx	θy	θz
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
2	0.12486025E+01	0.00000000E+00	0.33848248E-05	0.00000000E+00	0.28369434E-02	0.00000000E+00
3	0.23992243E+01	0.00000000E+00	-0.15079249E-05	0.00000000E+00	0.15410861E-02	0.00000000E+00
4	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
5	0.12485802E+01	0.00000000E+00	-0.10480589E-04	0.00000000E+00	0.19841667E-02	0.00000000E+00
6	0.23991978E+01	0.00000000E+00	-0.20138825E-04	0.00000000E+00	0.98374230E-03	0.00000000E+00
7	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00
8	0.12485672E+01	0.00000000E+00	-0.24345933E-04	0.00000000E+00	0.28368908E-02	0.00000000E+00
9	0.23991890E+01	0.00000000E+00	-0.38769918E-04	0.00000000E+00	0.15411020E-02	0.00000000E+000

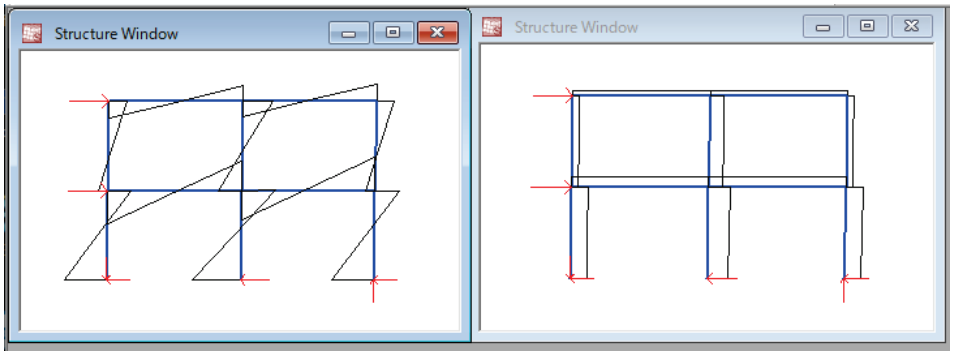


図 19 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

付２７話　オイラー座屈を知る（基礎１２８話）

ex127_1 ~ ex127_3

安定問題で最も簡単でしかも重要なオイラー座屈を、SPACE による数値解析で確認する。ここでは、以下に示す固有値問題を解いて、座屈荷重と座屈モードを求める。

増分型の釣合式より、増分荷重がなくても変位が生じるとすると、次式が成立し、

$$[K_L]\{\Delta u\}+\lambda[K_G]\{\Delta u\}=\{0\}$$

また、上式でゼロベクトル以外の解を持つためには、次に示すように、行列式の値がゼロでなくてはならない。

$$\det([K_L]+\lambda[K_G])=0$$

上式は、線形の座屈を表す固有値問題となり、固有値λに関する高次の多項式となる。上式を解くために、まず線形の剛性行列K_Lを求め、次に荷重ベクトルに対する応力を求める。この応力から各部材の幾何剛性行列K_Gを作成し、さらに、全体幾何剛性行列を構築する。この 2 つの剛性行列から固有値問題を解き、座屈荷重と座屈モードを求めることになる。詳細は、「SPACE で学ぶ構造力学　静的解析編」の第 11 章を参照されたい。

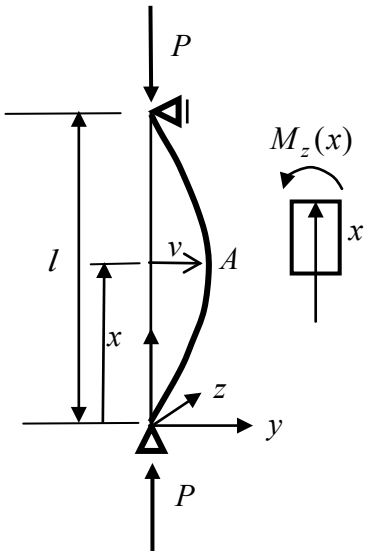


図１一端ピン・他端鉛直方向ローラー支持柱の座屈

図 1 の下端ピンで上端鉛直方向ローラ―支持境界を有し、真っすぐな棒材に関するオイラー座屈の理論解は、固有値問題を解くことで座屈荷重と座屈モードが次のように与えられる。

$$P_{cr}=EI_z k^2=(\frac{n\pi}{l})^2 EI_z;\quad (n=1,2,3\cdot\cdot)\qquad v=B\sin\frac{n\pi}{l}x;\quad (n=1,2,3\cdot\cdot)$$

具体的に表示すると、以下の図で表される。

$$n=1\quad P_E=EI_z\frac{\pi^2}{l^2};\quad n=2\quad P_2=EI_z\frac{4\pi^2}{l^2}=4P_E;\quad n=3\quad P_3=EI_z\frac{9\pi^2}{l^2}=9P_E;\quad \cdots$$

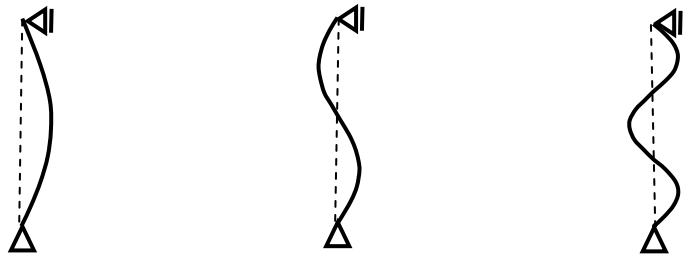


図 2 一端ピン・他端鉛直方向ローラー支持柱の座屈荷重と座屈モード

上記の理論解の内、実際に生じる座屈は、値$n=1$で与えられる。この座屈は Euler（オイラー）座屈、その荷重を Euler 座屈荷重P_Eと称す。座屈する瞬間の圧縮応力σ_Eは Euler 座屈荷重を断面積で割ることで以

下のように求められる。　$$\sigma_E = \frac{P_E}{A} = \frac{EI_z\pi^2}{Al^2}$$

上式に、$i^2 = I_z / A$ で定義する断面二次半径 i と細長比 $\lambda = l / i$ を導入すると、弾性座屈応力 σ_E は、細長比のみの関数として、$\sigma_E = \pi^2 E / \lambda^2$ で与えられる。

上式で $\lambda \to 0$ となる太短い部材の極限では、弾性座屈応力は $\sigma_E \to \infty$ となる。しかしながら、材の応力は降伏応力 σ_y を超えることはなく、上の弾性座屈応力の式は成立しない。このことから、座屈応力と細長比の関係が図 3 のように得られる。図中の A-B 間は非弾性座屈、B-C 間は弾性座屈、つまり上記のオイラー座屈である。詳細は本文を参照されたい。

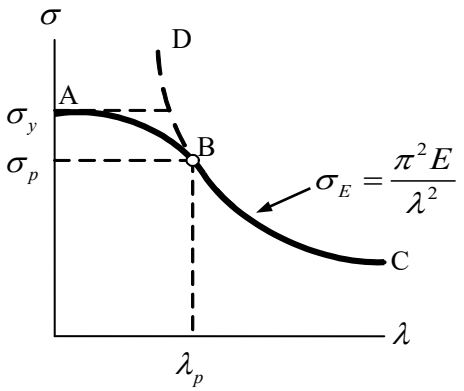


図 3 中心圧縮を受ける材の座屈応力

日本の建築学会規準では、図 4 に示す比例限度応力を $\sigma_p = 0.6F$ と定め、限界細長比 Λ を次式としている。ここで、F は材の設計基準強度を表す。

$$0.6F = E(\frac{\pi}{\Lambda})^2; \quad \Lambda = \pi\sqrt{\frac{E}{0.6F}}$$

1：図 1 に示す柱の座屈解析(ex127_1；ex127_2)

試験体は図 1 に示されており、柱の長さは 3m である。使用する断面は SS400 の H-150×75×5×7 であり、断面特性は

	E	G	A	Ix	Iy	Iz
1 1	**0.2050E+05**	0.7900E+04	**0.1785E+02**	0.2280E+01	0.6660E+03	**0.4950E+02**

である。試験体の細長比は、弱軸の断面二次モーメント I_Z より

$$i^2 = I_z / A = 49.5 / 17.85 = 2.781 \to i = 1.668$$

$$\lambda = l / i = 300 / 1.668 = 179.9$$

であり、ここで、SS400 の F 値を $215N / mm^2 = 21kN / cm^2$ とすると、試験体の限界細長比は

$$\Lambda = \pi\sqrt{\frac{E}{0.6F}} = 3.1416\sqrt{\frac{20500}{0.6 \cdot 21}} = 127$$

となる。**細長比は 180** であることから、この試験体は長柱で、オイラー座屈することになる。

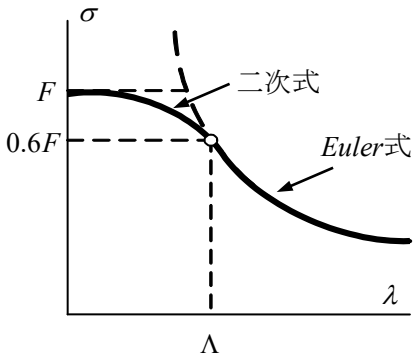


図 4 学会規準式における座屈時応力

具体的に、この試験体の座屈荷重を以下に求める。

$$n = 1 \quad P_E = EI_z \frac{\pi^2}{l^2} = 20500 \cdot 49.5 \cdot 3.1416^2 / 300^2 = 111.28kN$$

$$n = 2 \quad P_2 = 4P_E = 445.12kN; \quad n = 3 \quad P_3 = 9P_E = 1001.5kN$$

解析モデルは、柱を **4 分割するモデル 1 と 8 分割するモデル 2** の 2 種を用い、3 次までの座屈荷重を求める。設定および操作方法の詳細は、「静的解析編」の第 11.4 節を参照されたい。解析モデルを作成した後、ソルバー→静的解析→線形座屈解析を選択する。数値解析が正常終了した

後、表示→線形座屈解析の結果を選択すると、次の座屈荷重が得られる。

解析モデル 1 の座屈荷重は、

No. of mode 1 Pcr. = 111.34 kN
No. of mode 2 Pcr. = 448.47kN
No. of mode 3 Pcr. = 1034.87 kN

となり、同じくモデル 2 の座屈荷重は次のように得られた。

No. of mode 1 Pcr. = 111.28kN
No. of mode 2 Pcr. = 445.35 kN
No. of mode 3 Pcr. = 1004.02 kN

両モデルのオイラー座屈荷重は精度良く求められているが、高次の座屈になるほど精度が悪くなる。一般に、変位法である有限要素法は、実際の変形状態に近いほど良い結果を示すが、そうでない場合は、正解より高い値となる。従って、モデル 1 よりモデル 2 の方が、また高い座屈モードより低いほうが精度良く座屈モードを表し得る。つまり、座屈モードは *SIN* 高次波であり、有限要素法では分割数が多くなるほど正確に表し得るようになる。また、**座屈荷重は高いほうから正解に漸近する。**

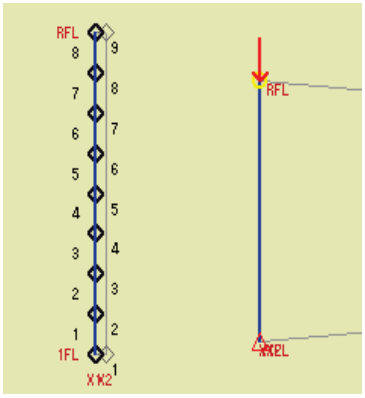


図 5 モデル 2 の節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

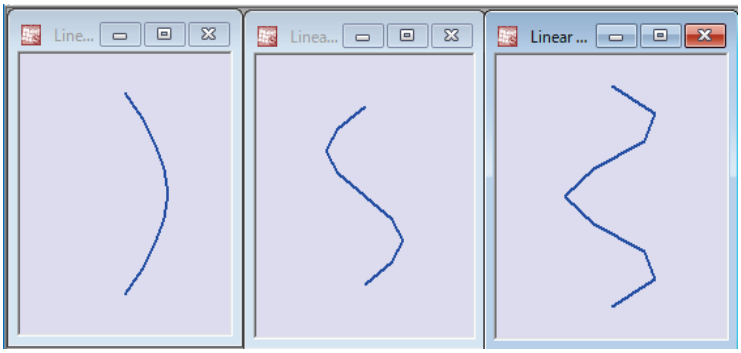


図 6 モデル 2 の座屈モード

2：図 1 に示す柱の幾何学的非線形解析（ex127_3）

座屈など不安定現象を扱うには、幾何学的非線形解析が必要となる。ただし、完全形状のままで非線形解析を行っても、通常の応力解析用ソフトでは、座屈挙動は得られない。無論、SPACE でも同様であり、工夫が必要となる。最も簡単な方法は、形状初期不整を与えることであり、図 7 のように柱の中央に初期変位を設定する。

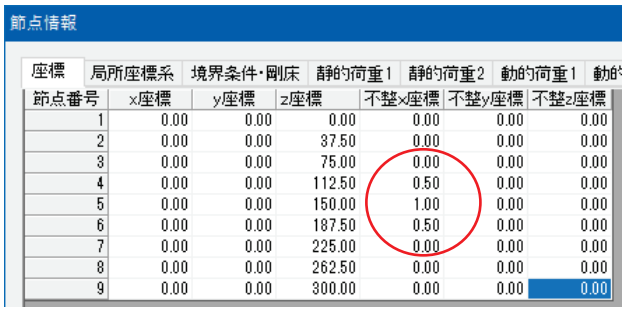


図 7 モデル 2 の初期変位モード

静的解析用コントロールデータダイアログで、図 8 のように指定し、幾何学的非線形解析を実施する。この操作で、初期変位の最大値は 1 ㎜となる。解析結果が図 9 に示されており、座屈荷重 P_{cr} =111.2*kN* 及び座屈挙動が精度良く求められている。

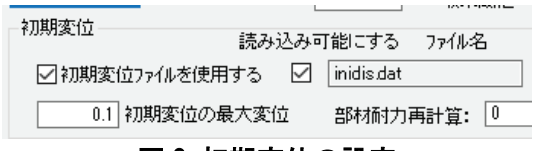


図 8 初期変位の設定

実際は柱のたわみが進み、曲げモーメントが大きくなると、材中央から塑性化が始まり、荷重支持力が低下する。この種の解析を行うためには、幾何学的＋弾塑性解析を行う必要がある。これについては、非線形解析の数値解析技術を学ぶ際にお話ししよう。

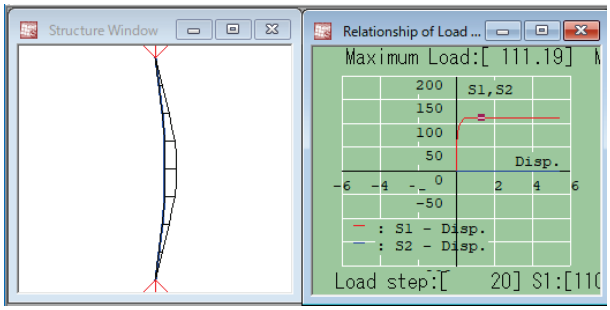
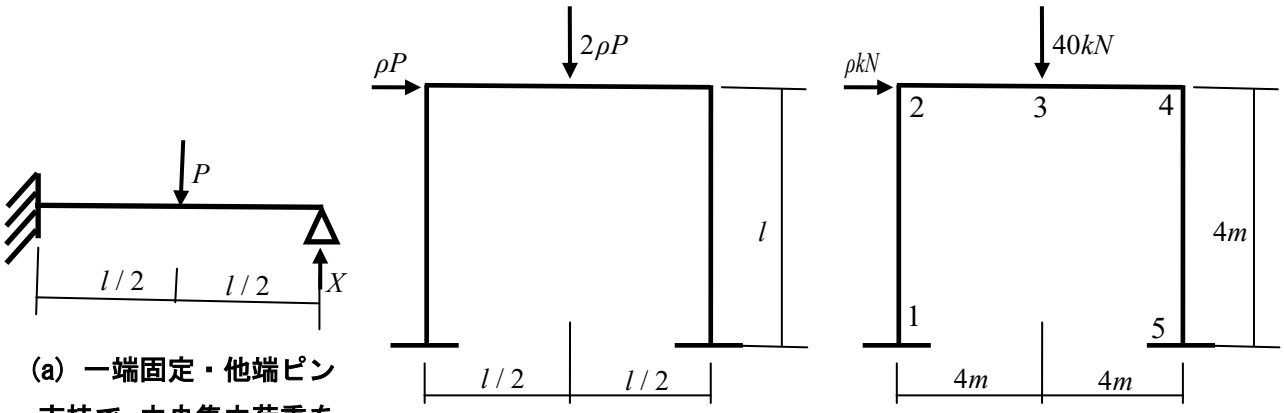


図 9 座屈時の曲げモーメントと荷重と柱中央のたわみの関係

付２８話　仮想仕事の原理による骨組の崩壊解析(基礎１３６話と１４０話)

ex135_1 ~ ex135_3

仮想仕事の原理を用いて求めた骨組の崩壊解析を、SPACE による数値解析で確認してみよう。ここでは、非線形解析である弾塑性解析を用いることになる。例題は、次の 3 つのモデルを用いる。



(a) 一端固定・他端ピン支持で、中央集中荷重を受ける梁

(b) 固定支持で、鉛直と水平集中荷重を受ける骨組

(c) 固定支持で、定鉛直荷重と水平荷重を受ける骨組

図 1 仮想仕事の原理による崩壊解析を行う例題

1：図 1(a)に示す一端固定・他端ピン支持で、中央集中荷重を受ける梁(ex135_1)

崩壊荷重及び崩壊機構は、仮想仕事の原理より、部材の全塑性モーメント M_P を用いて以下のように求められる。

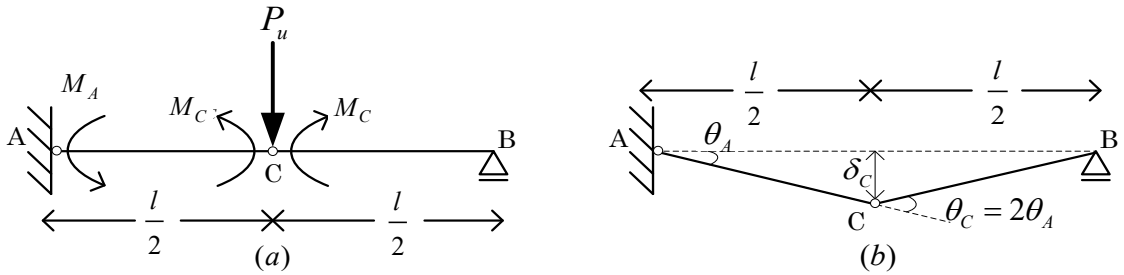


図 2　一端固定・他端ピン支持で、中央集中荷重を受ける梁の仮想仕事の原理と崩壊機構

上図を参考に仮想仕事の原理より、崩壊荷重が次のように得られる。

$$P_u \frac{\theta_A l}{2} = 3M_P\theta_A \rightarrow \quad P_u = \frac{6M_P}{l}$$

次に、SPACE を用いて、崩壊荷重と崩壊機構を求めてみよう。当然、この数値解析では、非線形問題の一つである弾塑性解析を行う。梁の形状は、スパンが $l = 6m$ 、集中荷重は $P = 1kN$ 、$P_u = \rho P$ として、ここでは崩壊荷重係数 ρ を求める。使用した解析モデルが図 3 に示される。

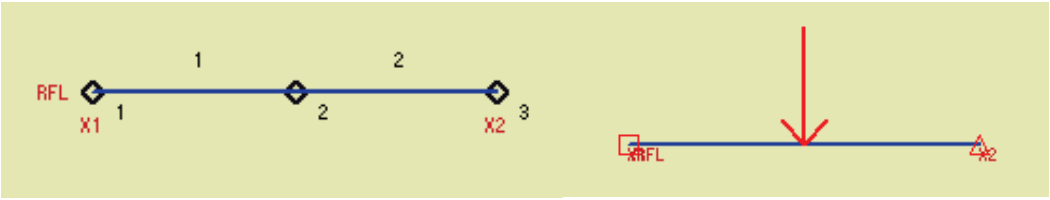


図 3 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

梁材の断面は $H-175\times90\times5\times8$ であり、その断面特性は以下のようである。弾塑性解析を行うため、**両端ファイバーモデル**を用いる。

		E	G	A	Ix	Iy	Iz	Np	Myp	Mzp
1	11	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.2290E+02	0.3730E+01	**0.1210E+04**	0.9750E+02	0.5610E+03	**0.3822E+04**	0.8232E+03

使用した断面の全塑性モーメントは上記より $M_{Py}=38.22kNm$ であり、従って、仮想仕事の原理より求めた崩壊荷重は、次のとおりである。

$$P_u=\rho P=\frac{6M_P}{l}\rightarrow P=1kN;\rho=6\cdot38.22/6=38.22$$

SPACE の弾塑性解析は増分法を基本としており、ここでは荷重増分法と変位増分法を併用して崩壊荷重と崩壊機構を求める。その前に、仮想仕事の原理から得た理論解と比較するため、鋼材を完全弾塑性型とする。そのため、図 4 に示すダイアログで、赤丸の「鉄骨の・鉄筋の剛性第 2 勾配をゼロにする」にチェックを入れる。この操作で鉄骨の履歴特性は完全弾塑性体となる。

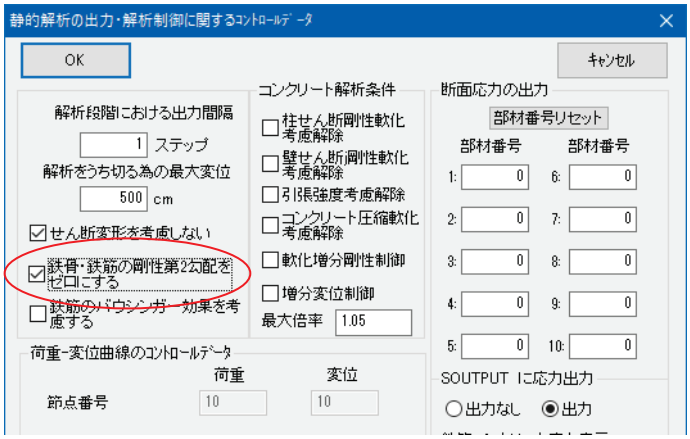


図 4 鉄骨剛性履歴を完全弾塑性型とする

上記の崩壊荷重を考慮して、図 5 に示す増分履歴を選択する。まず荷重増分法では、弾性域は大きい増分ステップで、$3kN$ で 10 回、つまり $30kN$ 増分させ、次に、$0.2kN$ で 30 回、荷重を $6kN$ 増分させる。最後に、変位増分で、節点 2 の鉛直方向変位を $-0.1cm$、50 回増分させる。これらの選択は、通常試行錯誤となるが、初心者には少し難しい。多くを経験し、知識として獲得していく必要がある。

SPACE による弾塑性解析結果を以下に示す。ここでは**両端ファイバーモデル**を用いて解析を行う。

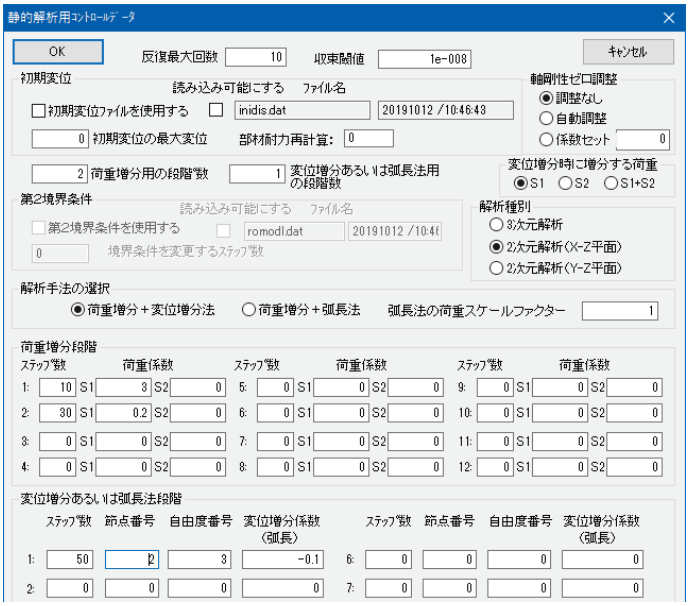
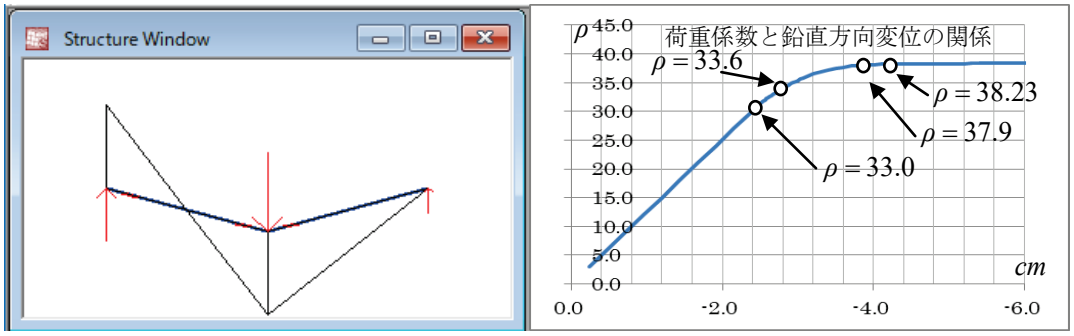


図 5 増分解析における荷重増分数と変位増分数を設定する



（a）崩壊時 $\rho = 38.23$ の曲げモーメント図　（b）荷重係数と鉛直方向変位の関係

図 6 SPACE による弾塑性解析結果

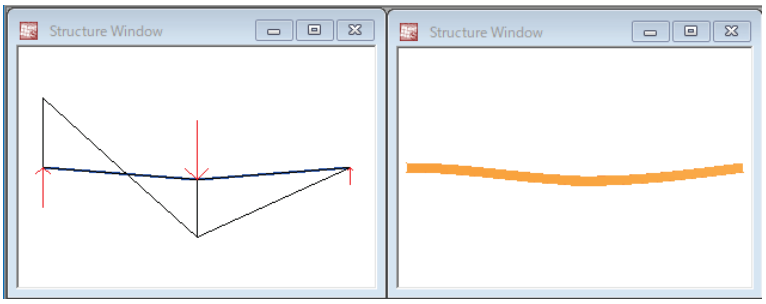
SPACE で塑性ヒンジとして表示される赤いマークは、ファイバーモデルでは、断面内の 90%が塑性化した状態で表示される。このことに注意されたい

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	11	0.0000	0.0000	**-25.5368**	0.0000	**3837.9509**	0.0000
		0.0000	0.0000	-25.5368	0.0000	**-3823.0822**	0.0000
2	11	0.0000	0.0000	12.7436	0.0000	-3823.0822	0.0000
		0.0000	0.0000	**12.7436**	0.0000	0.0000	0.00000

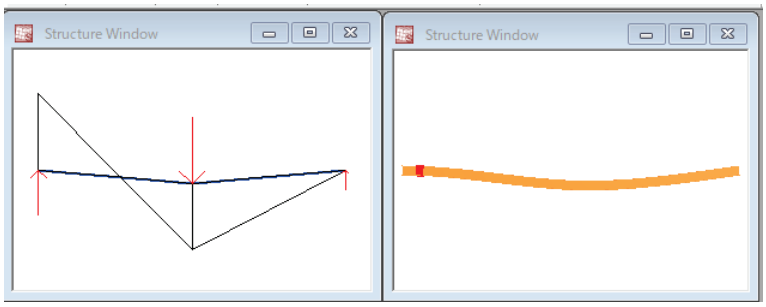
上記は梁崩壊時の断面力分布を表しており、崩壊荷重は梁両端の反力より、$P\rho = 1 \cdot (25.54 + 12.74) = 38.23kN$ となり、仮想仕事の原理より求めた崩壊荷重に良い一致を示す。また、左端と梁中央の曲げモーメントは、全塑性モーメント $38.22kNm$ を少し上回っているが、塑性ヒンジを形成しており、崩壊機構は両者同一となっている。全塑性モーメントを上回る理由は、数値解析上の関連で、鋼材履歴の第 2 勾配を完全にゼロとはできず、第 1 勾配の 1/100 だけ勾配を付けていることによる。このことは理解し、覚えておいてほしい。

SPACE での解析の基本は増分法である。荷重増分法、変位増分法、弧長方が用意されており、利用者が使いこなすことになる。それには経験と知識が必要となる。

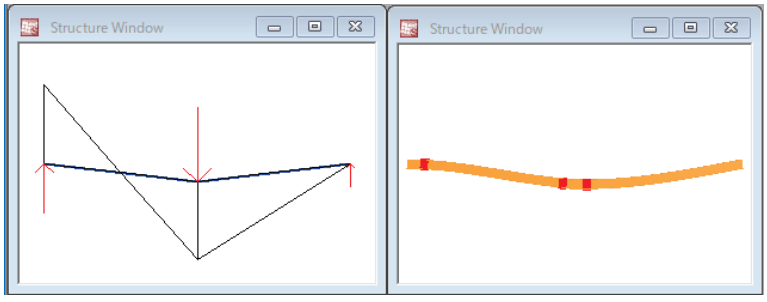
図 7 は SPACE で求めた崩壊に至る過程を示す。基礎 139 話における解析結果と比較されたい。



（a）弾性状態の曲げモーメント図とソリッド図 $\rho = 33$



（b）左端に塑性ヒンジ発生 $\rho = 33.6$



（c）梁中央に塑性ヒンジ発生し、崩壊機構が形成 $\rho = 37.9$

図 7 増分法による梁の弾塑性履歴

2：図 1(b)に示す固定支持で、集中荷重を受ける骨組の崩壊荷重(ex135_2)

骨組の形状はスパンが $l=6m$、階高 $l=6m$ で、荷重 $P=1kN$ とする。崩壊荷重は $P_u=\rho P$ とし、崩壊荷重係数 ρ を求める。仮想仕事の原理より求めた**複合崩壊機構と塑性崩壊時の曲げモーメント図**を以下に示す。

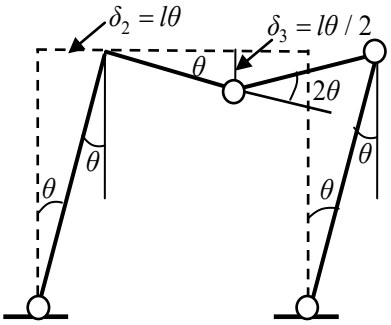


図 8 複合崩壊機構

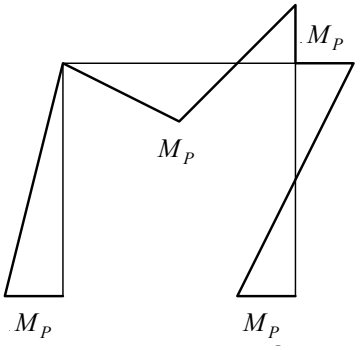


図 9 塑性崩壊時の曲げモーメント図

仮想仕事の原理より、崩壊荷重係数 ρ^+ が次のように得られる。

$$\rho^+ P\theta l+2\rho^+ P\frac{\theta l}{2}=M_P\theta+2M_P\theta+2M_P\theta+M_P\theta\rightarrow\quad \rho^+=\frac{3M_P}{Pl}$$

次に SPACE を用いて、崩壊荷重と崩壊機構を求めてみよう。使用する梁・柱の断面は両者共に $H-400\times200\times8\times13$ であり、その断面特性は以下のようである。

	E	G	A	Ix	Iy	Iz	Np	Myp	Mzp
1 11	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.8300E+05	0.3568E+02	**0.2350E+05**	0.1740E+04	0.2043E+04	**0.3210E+05**	0.6542E+04
2 11	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.8300E+05	0.3568E+02	**0.2350E+05**	0.1740E+04	0.2043E+04	**0.3210E+05**	0.6542E+04

使用した断面の全塑性モーメントは $M_{Py}=321.0kNm$ であり、従って、仮想仕事の原理より求めた崩壊荷重係数 ρ^+ は、次のとおりである。

$$\rho^+=\frac{3M_P}{Pl}\rightarrow P=1kN;\rho=3\cdot321.0/(1\cdot6)=160.5$$

上記の崩壊荷重を考慮して、図 11 に示す増分計画を選択する。図 10 には、解析モデルの節点番号と荷重が示されている。支持境界は両端固定、鉛直方向荷重と水平方向荷重共に増化させ、崩壊機構が生じるまで、弾塑性解析を行う。最初に弾性域では、荷重増分法を、また塑性崩壊近辺では変位増分を用いる。この種の解析技術は、非線形解析の実例集をお話しする際、学ぶことにしよう。

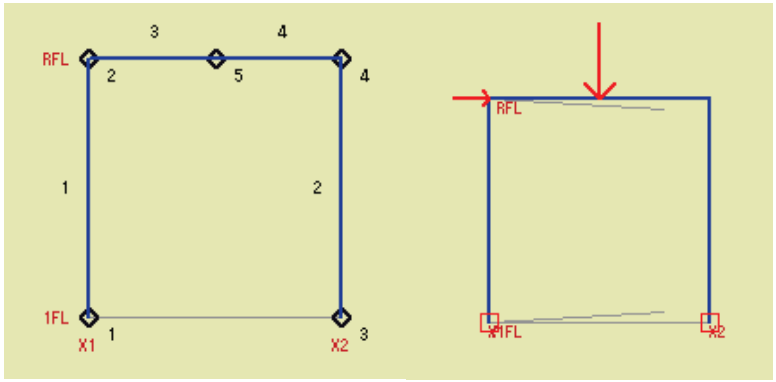


図 10 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

この種の非線形解析では、良い解

を得るには、経験と知識と試行錯誤が必要となる。最終的に得た結果を以下に示す。各部材の断面力を以下に示すが、解析モデルは柱・梁共に同じ断面を用いており、全塑性モーメントは $M_{Py}=321.0kNm$ である。

崩壊機構が生じた際の鉛直方向荷重と水平荷重は、柱脚のせん断力と軸力との釣合より、次のように求められる。鉛直方向の釣合より、

$$2\rho^{+}P=108.6+220.4=329.0\rightarrow$$
$$\rho^{+}=164.5\leftarrow P=1kN$$

また、水平方向の釣合より、

$$\rho^{+}P=52.2+112.3=164.5\rightarrow$$
$$\rho^{+}=164.5\leftarrow P=1kN$$

以上のように、崩壊荷重係数は、仮想仕事の原理より求めた崩壊荷重係数と良い一致を示している。

図 11 増分解析における荷重増分数と変位増分数

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	11	-108.5686	0.0000	-52.1644	0.0000	**31114.8088**	0.0000
		-108.5686	0.0000	-52.1644	0.0000	-183.8104	0.0000
2	11	-220.4452	0.0000	-112.3460	0.0000	**34028.2726**	0.0000
		-220.4452	0.0000	-112.3460	0.0000	**-33379.3084**	0.0000
3	11	-112.3441	0.0000	-108.5690	0.0000	-183.8104	0.0000
		-112.3441	0.0000	-108.5690	0.0000	**-32754.5226**	0.0000
4	11	-112.3441	0.0000	220.4461	0.0000	**-32754.5226**	0.0000
		-112.3441	0.0000	220.4461	0.0000	**33379.3084**	0.0000

崩壊機構が生じた際の曲げモーメント図を図 12 に示す。また、図 13 には、SPACE による曲げモーメント図と塑性ヒンジの分布が示されている。いずれの状況も複合崩壊機構の発生を表している。

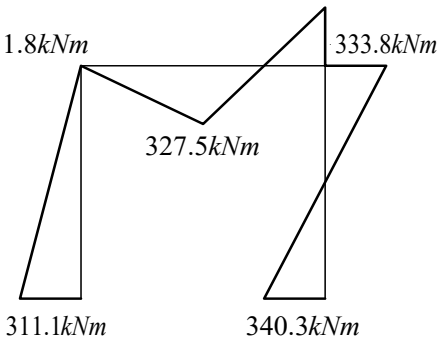


図 12 増分法で求めた崩壊時の曲げモーメント図

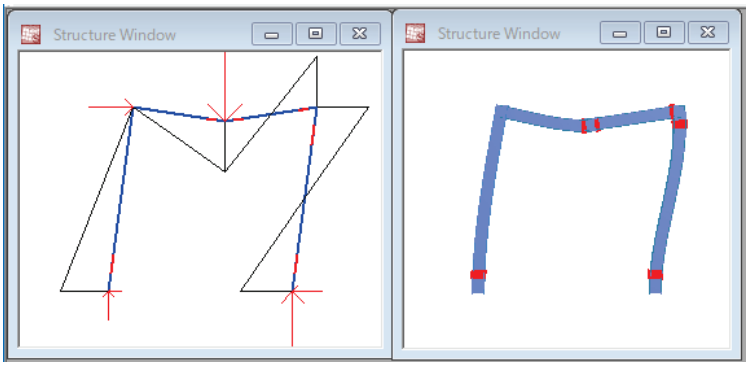


図 13 複合崩壊時の曲げモーメント図と崩壊機構 $\rho=164.5$

図 12 の塑性ヒンジ部の曲げモーメントが全塑性モーメントを少し上回っている。これは SPACE の塑性評価の手法が全塑性モーメントではなく、断面を分割したファイバーを用いていることによる。ファイバーモデルは軸力を自動的に考慮するため、断面全塑性に影響を及ぼす。これらの知識は、さらに非線形解析のテキストでお話ししよう。

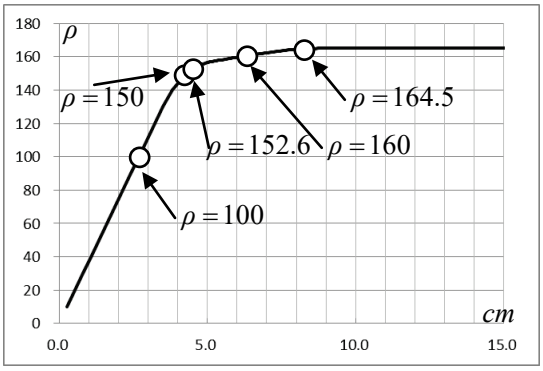
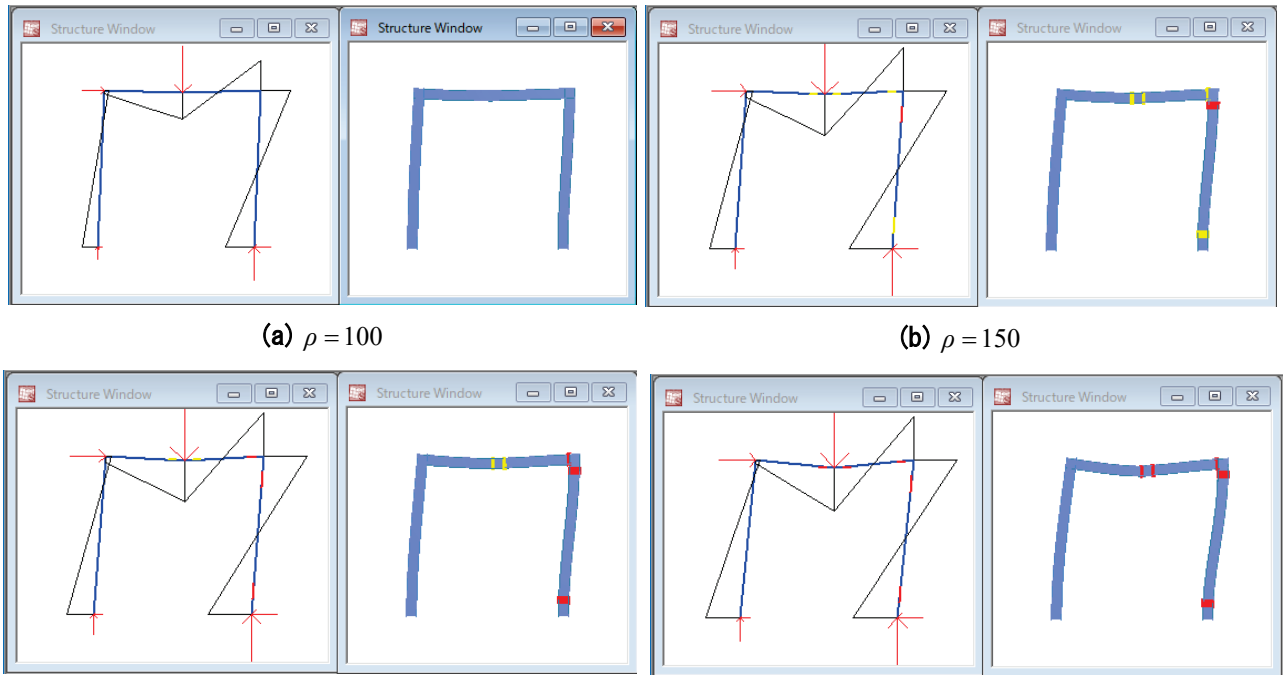


図 14 荷重係数と柱頭水平変位の関係

図 14 には、荷重の増加と柱頭の水平変位との関係を表している。得られた釣合曲線の勾配は、骨組の全体剛性を表しており、断面が塑性化し、各所に塑性ヒンジが出現する毎に剛性が低下する様子が良く分かる。また、ファイバーモデルを用いているため、滑らかに剛性が低下し、最後には、崩壊機構を生じて、水平方向に横倒れを生じている。

図 15 には、塑性ヒンジの発生と曲げモーメント図の変化が、履歴として示されている。図 14 の荷重と水平変位の関係を参照し、曲げモーメント図の変遷を確認されたい。



(a) $\rho=100$　(b) $\rho=150$

(c) $\rho=152.6$　(d) $\rho=160$

図 15 増分荷重による門型ラーメンの弾塑性履歴

3：図 1(c)に示す支持部固定で、定鉛直荷重と水平荷重を受ける骨組(ex135_3)

仮想仕事の原理で求めた鉛直方向定荷重+水平方向増荷重を受ける門型

ラーメンの崩壊機構は以下の層崩壊であり、崩壊に至る水平荷重は $P_{cr}=\rho^{+}P=35kN$ である。

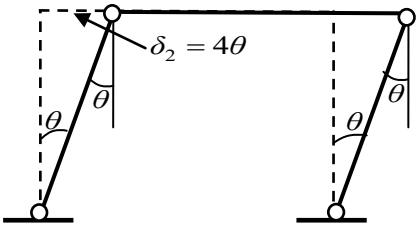


図 16 層崩壊機構

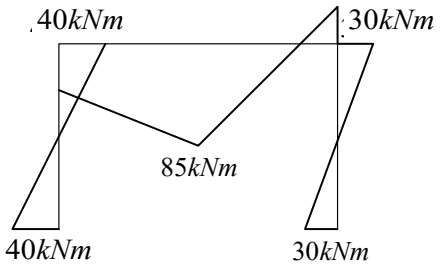


図 17 塑性崩壊時の曲げモーメント図

本文では、部材の全塑性モーメントとして、左柱は $M_P=40kNm$、右柱は $M_P=30kNm$、梁は $M_P=90kNm$ としているが、SPACE ではファイバーモデルを用いて部材の弾塑性状態を認識するため、全塑性モーメントを例題と同じにできない。そこでここでは、例題の全塑性モーメントに近い H 型鋼を選択し、崩壊荷重を求め直すことにする。

選択した部材断面は、

左柱は $H-200\times100\times5.5\times8;M_{PcL}=50.26kNm$

右柱は $H-175\times90\times5\times8;M_{PcL}=38.22kNm$

梁は $H-250\times125\times6\times9;M_{Pb}=134.8kNm$

であり、以下に使用した断面特性を示す。なお、1 は左柱、2 は右柱、3 は梁の断面特性を表す。

		E	G	A	Ix	Iy	Iz	Np	Myp	Mzp
1	11	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.2667E+02	0.4430E+01	**0.1810E+04**	0.1340E+03	0.6534E+03	**0.5022E+04**	0.1019E+04
2	11	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.2290E+02	0.3730E+01	**0.1210E+04**	0.9750E+02	0.5610E+03	**0.3822E+04**	0.8232E+03
3	11	**0.2050E+05**	0.7900E+04	0.5549E+02	0.1807E+02	**0.6040E+04**	0.9840E+03	0.1360E+04	**0.1348E+05**	0.4214E+04

ここで再度、図 18 に示される門型ラーメンの崩壊荷重と崩壊機構を確認してみよう。崩壊機構は層崩壊であるとすると、図 18 を参考に仮想仕事の原理より、次式が得られる。

$$\rho^{+}P_H h\theta=2(M_{PcL}+M_{PcR})\theta$$

上式より、崩壊荷重係数 ρ^{+} は、次式で与えられる。

$$\rho^{+}=2(M_{PcL}+M_{PcR})/(P_H h)$$

次に、崩壊時の曲げモーメント図を求めてみよう。未定は節点 3 の曲げモーメントであり、この値を力の釣合から求める。まず、支持点 1 と 5 における反力を求める。水平反力及びモーメント反力は、柱脚断面力との釣合より、次式で与えられる。

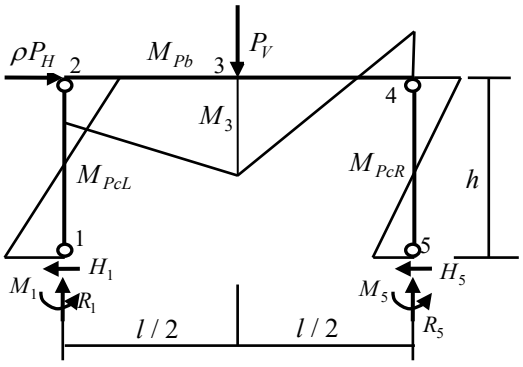


図 18 層崩壊時の曲げモーメント図

$$M_1 = M_{PcL};\quad M_5 = M_{PcR};\quad H_1 = 2M_{PcL}/h;\quad H_5 = 2M_{PcR}/h$$

また、節点 5 の鉛直方向反力 R_5 は、節点 1 での荷重と反力によるモーメントの釣合より、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} &M = -M_1 - M_5 - R_5 l + P_V \cdot l/2 + \rho \cdot P_H h = 0 \rightarrow \\ &R_5 l = -(M_{PcL} + M_{PcR}) + 2(M_{PcL} + M_{PcR}) + P_V \cdot l/2 \rightarrow \\ &R_5 l = (M_{PcL} + M_{PcR}) + P_V \cdot l/2 \end{aligned}$$

ここで、$\bar{M}_P = M_{PcL} + M_{PcR}$ とすると、鉛直反力 R_5 は

$$R_5 = \bar{M}_P / l + P_V / 2$$

次に、節点 3 で切断し、節点 5 を含む閉曲線内での外力と反力及び切断された部材に加わる仮想の力との釣合より、M_3 は

$$\begin{aligned} M_3 &= M_5 + R_5 l/2 - H_5 h \\ &= M_{PcR} + \bar{M}_P/2 + P_V l/4 - 2M_{PcR} \\ &= \frac{\bar{M}_P}{2} + \frac{P_V l}{4} - M_{PcR} \end{aligned}$$

となる。静的許容か否かは、$M_5 < M_{Pb}$ であることで確認できる。

上の解析結果が正しいか否か、本文の荷重や骨組形状を代入して確認してみよう。荷重や骨組の形状は、次のとおりである。

$$h = 4m; l = 8m; P_V = 40kN; P_H = 1kN; M_{PcL} = 40kNm; M_{PcR} = 30KNm; M_{Pb} = 90kNm$$

ここで、$\bar{M}_P = 70kNm$ であることから、崩壊荷重係数と節点 3 の曲げモーメントは、

$$\rho^+ = \frac{2\bar{M}_P}{P_H h} = \frac{2 \cdot 70}{1 \cdot 4} = 35;\quad M_3 = \frac{\bar{M}_P}{2} + \frac{P_V l}{4} - M_{PcR} = \frac{70}{2} + \frac{40 \cdot 8}{4} - 30 = 85kNm$$

となり、本文の理論式と一致する。

SPACE を用いて弾塑性解析を行い、最終的に得た結果を以下に示す。まず、部材の全塑性モーメントとして、ここで使用した部材の値を代入し、崩壊荷重と節点 3 の曲げモーメントを求める。

$$\bar{M}_P = M_{PcL} + M_{PcR} = 50.26 + 38.22 = 88.48kNm$$

$$\rho^+ = \frac{2\bar{M}_P}{P_H h} = \frac{2 \cdot 88.48}{1 \cdot 4} = 44.24;\quad M_3 = \frac{\bar{M}_P}{2} + \frac{P_V l}{4} - M_{PcR} = \frac{88.48}{2} + \frac{40 \cdot 8}{4} - 38.22 = 86.02kNm$$

上記の崩壊荷重を考慮して、図 20 に示す増分計画を選択する。図 19 には、解析モデルの節点番号と荷重が示されている。このモデルは、まず鉛直方向荷重を加え、40ｋＮに達した後は一定荷重とする。その後、水平荷重を増加させる。骨組が塑性化し、各所に塑性ヒンジが発生した後、崩壊機構が生じ、水平耐力を失うことになる。崩壊機構は、仮想仕事の原理と同様に層崩壊となった。

最終的に崩壊機構が生じた際の断面力分布を以下に示す。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	11	-8.8260	0.0000	-25.5857	0.0000	**5188.0898**	0.0000
		-8.8260	0.0000	-25.5857	0.0000	**-5046.1886**	0.0000
2	11	-31.1736	0.0000	-19.4894	0.0000	**3902.9042**	0.0000
		-31.1736	0.0000	-19.4894	0.0000	**-3892.8584**	0.0000
3	11	-19.4891	0.0000	-8.8262	0.0000	-5046.1886	0.0000
		-19.4891	0.0000	-8.8262	0.0000	**-8576.6652**	0.0000
4	11	-19.4891	0.0000	31.1738	0.0000	-8576.6652	0.0000
		-19.4891	0.0000	31.1738	0.0000	3892.8584	0.0000

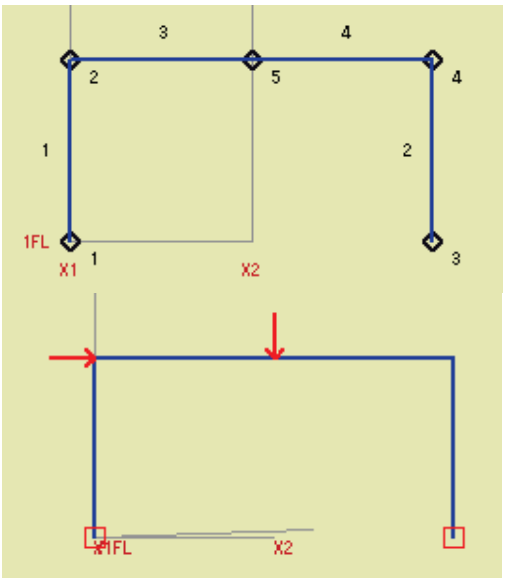


図 19 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

図 20 増分解析における荷重増分数と変位増分数

崩壊機構が生じた際の鉛直方向荷重と水平荷重は、柱脚のせん断力と軸力との釣合より、次のように求められる。鉛直方向の釣合より、

$$P_V = 8.83 + 31.17 = 40.0kN$$

となり、確かに一定の鉛直方向荷重となっている。また、水平方向の釣合より、崩壊荷重係数が以下のように求められる。

$$\rho^+ P_H = 25.58 + 19.49 = 45.07 \rightarrow \quad \rho^+ = 45.07 \leftarrow P_H = 1kN$$

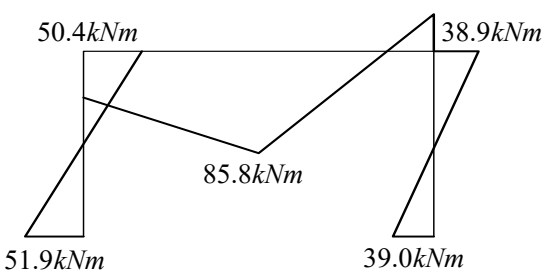


図 21 層崩壊時の曲げモーメント図

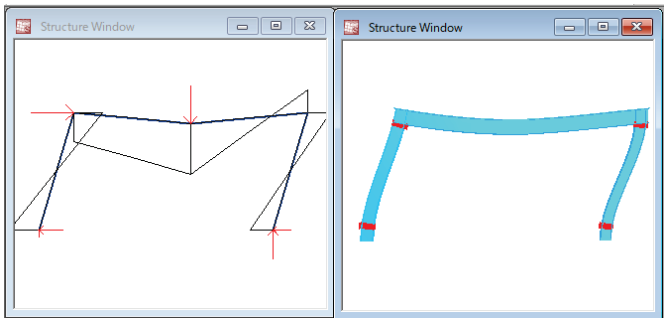


図 22 層崩壊時の曲げモーメント図と崩壊機構 $\rho = 45.0$

以上のように、崩壊荷重係数は、仮想仕事の原理より求めた崩壊荷重係数と良い一致を示している。崩壊機構が生じた際の曲げモーメント図を図 21 に示す。また、図 22 には、SPACE による曲げモーメント図と塑性ヒンジの分布が示されている。いずれも層崩壊機構の発生を示している。また、節点 3 の曲げモーメントは、$M_3 = 85.8kNm$ であり、仮想仕事の原理による推定値とほぼ一致している。また。$M_3 < M_{Pb} = 134.8kNm$ の条件を満たしており、静的許容場となっている。

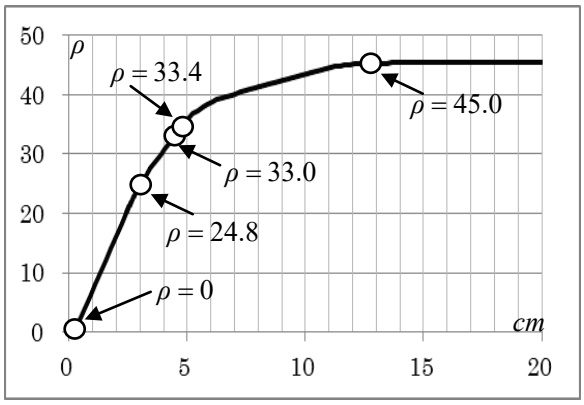
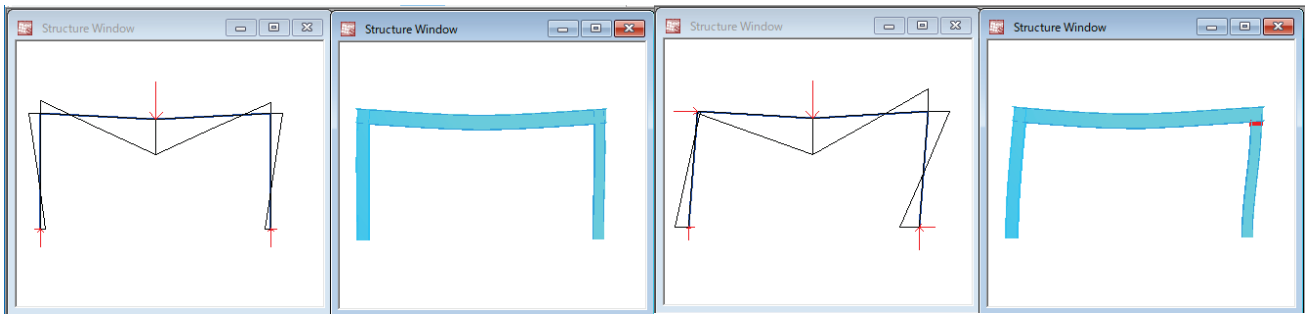
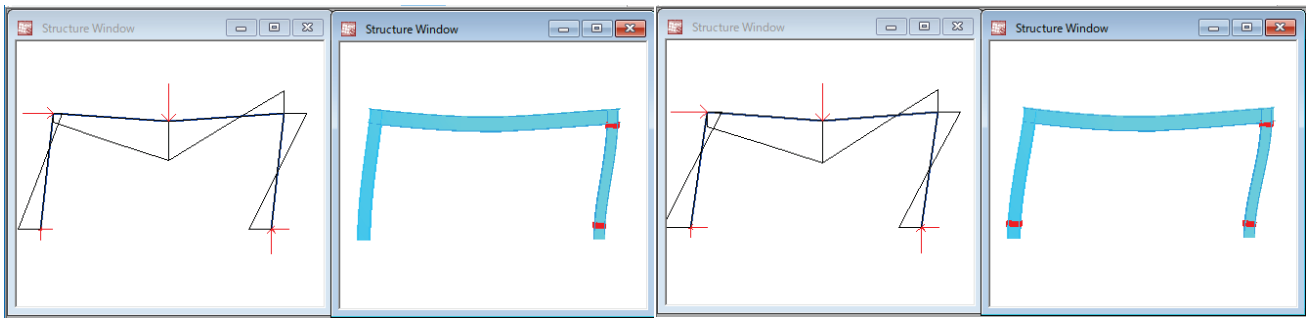


図 23 荷重係数と柱頭水平変位の関係

図 24 には、一定鉛直方向荷重が加わった後、水平荷重が増加する際の塑性ヒンジの発生と曲げモーメント図の変化が、履歴として示されている。図 23 の荷重と水平変位の関係を参照し、曲げモーメント図の変遷を確認されたい。



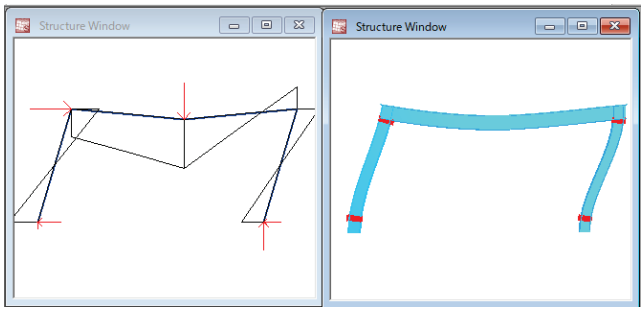
(a)　$P = 40;\quad \rho = 0$　　(b)　$\rho = 24.8;\quad P = 40$



(c)　$\rho = 33.0;\quad P = 40$　　(d)　$\rho = 38.4;\quad P = 40$

ここでは、ソリッド表示の断面を 2 倍にして表示する。また、SPACE で塑性ヒンジとして表示される赤いマークは、ファイバーモデルでは、断面内の 90%が塑性化した状態で表示される。黄色で表示されると断面内の任意の位置で塑性化が始まったことを意味し、その後赤色マークに変化するまで塑性化が進むことになる。

図 24 一定荷重＋増分荷重による門型ラーメンの弾塑性履歴



(e)　$\rho = 45.0;\quad P = 40$

あとがき

SPACE を用いて、本文例題の解析結果を数値計算で検証しました。解析モデルの作成は容易であり、慣れてくれば直ぐにモデルを構築し、数値計算することができます。読者も SPACE を利用して、新たな解析モデルを作成すると良いでしょう。理論の検証と共に、SPACE の使い方を覚えることもでき、一石二鳥です。

このテキストは、構造力学の基礎を全て復習できるように構成されています。毎日復習し、半年で学び終えるように計画されています。また、SPACE を利用して、解析結果を検証しています。両者の結果を比較することで、より深く理論を理解できます。付録を読むだけでなく、添付されたファイルを用いて、その他の情報を確認してみましょう。また、実際に解析モデルを作り直して、数値計算を行うのも良い方法です。是非、色々試してみましょう。

このテキストを全て読み終え、理解できれば、知識と能力が格段に身に付いたことを実感できるでしょう。SPACE を利用することで、次のステップへの準備ができます。次は、より高度な構造力学の学習へと進むことにしましょう。

次の企画として、このテキストと同じ構成で建築振動論の基礎と、非線形解析の事例集を作りたいと思っています。ご期待ください。

2020 年　4 月　1 日

村田　賢